

低能 π 介子-核子散射和 π 介子- π 介子作用*

彭 宏 安

(北京大学物理系)

摘 要

用色散关系讨论了低能 π - N 散射振幅 $T^{(+)}$ 的部分,指出对 $P_{1/2}$ 波的散射,用 CGLN 公式计算的结果基本上即已符合实验,对于 S 波散射,用 CGLN 得的与实验值的符号都相反,且随 q 迅速增加而超过么正条件所允许的极限,经过分析指明不可能引入 π - π S 波作用来解决这个问题,而同时还能保持使 $P_{1/2}$ 波与实验相符,但从“减去”(Subtraction) 一次的 S 波色散关系出发,则由此修改后的 CGLN 公式计算的结果就基本上与实验相符,而 π - π 作用看来对它们只起着细致的调节作用。

(一) 引 言

近来用色散关系研究低能 π 介子-核子散射方面有不少的工作^[1-4], 其中特别有兴趣的是关于 π - π 相互作用和它对 π - N 散射的贡献等问题。对于 π - π 作用中同位旋 $T=1$ 的情况,核子电磁结构问题的研究指明可能在角动量 $J=1$ 的态上产生共振^[5], Bowcock^[1] 等人曾将核子结构得出的 π - π 共振用到振幅 $T^{(-)}$ 的低能 π - N 散射上,得到了和实验符合得不错的结果,而不考虑此 π - π 作用时,则与实验很不相同,这就进一步论证了 π - π 作用中在 $T=1, J=1$ 态确实存在共振。

对于 π - π 作用中 $T=0, J=0$ 的态, Hamilton 等通过 π - N S 波色散关系研究过,得到它有很强的吸引作用,虽然还不能判定是否存在共振的结论,但这种看法是没有得到目前实验的支持。如果分析他们工作,就发现几点问题:(1)只考虑 π - N 的 S 波而没有考虑 P 波,因而是根据局部情况作出的结论;(2)在色散积分的收敛性问题上作了假定而没有充分的论证,这表现为由没有作“减去”的 Mandelstam 表象出发,下面将指出这直接与实验有矛盾;(3)非物理区的内插手续以及在 S 复平面上将左割缝和圆割缝用少数极点代替的近似的合理性也没有充分的论证,这几点问题是可以影响他们的结论的。

许多工作都曾经指明应该用有“减去”的色散关系来研究 π - N ,特别是在振幅 $T^{(+)}$ 中,其中最有力的论证是 Aramaki^[6] 用没有作“减去”的色散关系讨论 π - N 朝前散射时得出未作任何近似的 $T^{(+)}$ 振幅的严格关系式:

$$\frac{1}{2} [D_-(m_\pi) + D_+(m_\pi)] + \frac{f^2}{m} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty [\sigma_-(\omega) + \sigma_+(\omega)] dk,$$

其中 $D_\pm(m_\pi)$ 只与 π - N S 波散射长度有关, $\sigma_\pm(\omega)$ 为带电 π 介子与核子散射的截面,上式

* 1962 年 3 月 22 日收到。

右方被积函数恒为正, 因此必然应有

$$\frac{1}{2} [D_-(m_\pi) + D_+(m_\pi)] + \frac{f^2}{m} \gtrsim \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\Lambda [\sigma_-(\omega) + \sigma_+(\omega)] dk.$$

但两边都用实验数值代入时, 发现只需取 $\Lambda = 1.8\text{Bev}$ 就使右边大于左边, 而实验误差决不可能改变这种情况, 这就表明不作“减去”的色散关系直接与实验发生矛盾. 此外 Finn^[7] 由相当普遍的 π - N 相互作用的模型出发, 也指出由于色散积分中高能部分收敛不够快, 在 $T^{(+)}$ 振幅中至少要引进一次“减去”以保证色散关系成立. Arnowitt^[8] 等由场论讨论 π - N 散射总截面的高能行为时也指出这一点.

本文就是在低能 π - N 散射 $T^{(+)}$ 部分作了一些初步的探讨, 结果指明由不作“减去”的 Mandelstam 表象用 Cini-Fubini 近似表示式出发, 不论是否考虑 π - π S 波有很强的作用, 都很难得到能同时使 π - N 中 S 波与 P 波和实验符合. 但如果在 S 分波振幅所满足的色散关系中作一次“减去”, 则无需引进 π - π 作用, 就可以使 S -, P -波同时与实验结果基本上相符, 而 π - π 作用只是起着比较细致的作用.

以下第二节是公式的导出和简化, 第三节是计算和分析, 最后一节是结论.

(二) 公式的导出和简化

如所熟知, π - N 散射矩阵元在 Heisenberg 绘景中可表为¹⁾

$$\langle p_2, q_2\beta | p_1, q_1\alpha \rangle = -i(2\pi)^4 \delta(p_2 + q_2 - p_1 - q_1) \left(\frac{m^2}{4\omega_1\omega_2 E_1 E_2} \right)^{1/2} \bar{u}(\mathbf{p}_2) T u(\mathbf{p}_1), \quad (1)$$

协变振幅 T 在旋量空间表示式为

$$T = -A + i\gamma \cdot \frac{1}{2} (q_1 + q_2) B,$$

在强作用电荷无关情形下, 可将 A, B 表为

$$A_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} A^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha] A^{(-)},$$

$$B_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} B^{(+)} + \frac{1}{2} [\tau_\beta, \tau_\alpha] B^{(-)}.$$

标量函数 $A^{(\pm)}$ 与 π - N 同位旋本征态标函数 $A^{(1/2)}, A^{(3/2)}$ 的关系:

$$A^{(+)} = \frac{1}{3} (A^{(1/2)} + 2A^{(3/2)}),$$

$$A^{(-)} = \frac{1}{3} (A^{(1/2)} - A^{(3/2)}),$$

$B^{(\pm)}$ 与 $B^{(1/2)}, B^{(3/2)}$ 关系与此相同.

假定 $A^{(+)}, B^{(+)}$ 均遵守不作“减去”的 Mandelstam 表象, 则在 Cini-Fubini^[9] 近似表示式中, 它们的色散关系可表为

$$A^{(+)}(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{(m+1)^2}^{\infty} \text{Im} A^{(+)\pi N}(s', t) \left[\frac{1}{s' - s} + \frac{1}{s' - u} \right] ds' + \frac{1}{\pi} \int_t^{\infty} \text{Im} A^{(+)\pi\pi}(s, t') \frac{1}{t' - t} dt' + C_A^{(+)}, \quad (2)$$

1) 取 $\hbar = c = m_\pi = 1$ 为单位.

$$B^{(+)}(s, t) = g_r^2 \left(\frac{1}{m^2 - s} - \frac{1}{m^2 - u} \right) + \frac{1}{\pi} \int_{(m+1)^2}^{\infty} \text{Im} B^{(+)\pi N}(s', t) \times \\ \times \left[\frac{1}{s' - s} - \frac{1}{s' - u} \right] ds' + \frac{1}{\pi} \int_4^{\infty} \text{Im} B^{(+)\pi\pi}(s, t') \frac{1}{t' - t} dt' + C_B^{(+)}. \quad (3)$$

s, t, u 在质心系中是

$$\left. \begin{aligned} s &= \omega^2 = (\sqrt{m^2 + q^2} + \sqrt{1 + q^2})^2, \\ t &= -2q^2(1 - \cos\theta), \\ u &= 2(m^2 + 1) - s - t, \end{aligned} \right\}$$

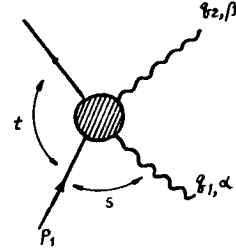


图 1

\mathbf{q} 为质心系 π 的动量, θ 为 π 的散射角(见图 1), g_r 是有理化和已重正化的 π - N 偶合常数. $\text{Im} A^{(+)\pi N}$, $\text{Im} A^{(+)\pi\pi}$ 等分别表示 $A^{(+)}$ 在 $\pi + N \leftrightarrow \pi + N$ (s 道) 和 $\pi + \pi \leftrightarrow N + \tilde{N}$ (t 道) 中“弹性”过程振幅的虚部, 在 $t \lesssim 16$ 时后面一项即 π - π 散射的贡献. 因此(2),

(3) 等式右边第二个积分是表示 π - N 散射中 π - π 的贡献, $C_A^{(+)}$, $C_B^{(+)}$ 实际上均是随 s, t 缓慢变化的函数, 它包括所有除 s, t 道“弹性”过程以外其它的贡献. 在低能 π - N 散射中, 可近似地将它们看作常数, 这时常数 $C_B^{(+)}$ 由于交叉对称而等于零.

(2), (3) 两式表明, Mandelstam 表象在 Cini-Fubini 近似下的单重积分形式就是原来 CGLN^[10] 的结果简单地加上 π - π 作用, 因此下面将 $A^{(+)}$, $B^{(+)}$ 分为这两部分分别讨论, 而总的结果就是这两部分的和.

要将色散关系计算得的和实验比较, 还得将 $A^{(+)}$, $B^{(+)}$ 和通常散射振幅 $f(\theta)$

$$f(\theta, \omega) = f_1(\theta, \omega) + \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}_1)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}_2)}{q^2} f_2(\theta, \omega) \quad (4)$$

之间的关系求出, CGLN 中有这方面的详细演算, 这里不去重复它.

我们先考虑(2), (3)右边的极点项和第一个积分, 当然极点项是已知的, 低能 π - N 散射只需考虑 S, P 波, 其中 $T = 3/2, J = 3/2$ 的 P 波在这范围内有很强的共振而起重要的作用. 将这些项对 $1/m$ 作展开并保留头两项, 再将它们作分波展开后得

$$f_s^{(+)\pi N}(\omega) = -\frac{g^2}{m} + \frac{8m}{3\pi} \int_1^{\infty} \left(1 + \frac{2\omega'}{m}\right) \frac{\text{Im} f_{33}^{\pi N}(\omega')}{q'^2} d\omega' + \frac{1}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\text{Im} f_s^{(+)\pi N}(\omega')}{\omega' - \omega - i\epsilon} d\omega', \quad (5)$$

$$f_{P_{1/2}}^{(+)\pi N}(\omega) = -\frac{4f^2 q^2}{3\omega} + \frac{f^2 q^2}{m} + \frac{8}{9} \frac{q^2}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\text{Im} f_{33}^{\pi N}(\omega')}{q'^2(\omega' + \omega)} d\omega' + \frac{q^2}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\text{Im} f_{P_{1/2}}^{(+)\pi N}(\omega')}{q'^2(\omega' - \omega - i\epsilon)} d\omega', \quad (6)$$

$$f_{P_{3/2}}^{(+)\pi N}(\omega) = \frac{2f^2 q^2}{3\omega} + \frac{1}{9} \frac{q^2}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\text{Im} f_{33}^{\pi N}(\omega')}{q'^2(\omega' + \omega)} d\omega' + \frac{q^2}{\pi} \int_1^{\infty} \frac{\text{Im} f_{P_{3/2}}^{(+)\pi N}(\omega')}{q'^2(\omega' - \omega - i\epsilon)} d\omega', \quad (7)$$

$$\omega = \omega - m.$$

上面各式分波振幅的交叉项积分中都只保留(3.3)共振的贡献, 因交叉项中其它的 S, P 波相移的贡献小到和 $1/m$ 展开中丢掉项同数量级.

再考虑(2), (3)中右边第二项积分, 它主要是 π - π S 波的贡献(由 Pauli 原理得知, 只有 $T = 0, J =$ 偶数的 π - π 态才对 π - N 中 $A^{(+)}, B^{(+)}$ 有贡献, 而我们只考虑 $J = 0$). 经过通常对 $\pi + \pi \leftrightarrow N + \tilde{N}$ 过程中一些运动学的推导^[5], 可以得知 S 波 π - π 作用对 $B^{(+)\pi\pi}$ 振幅没有影响, 而

$$A^{(+)\pi\pi} = -16\pi \int_4^{\infty} \frac{\text{Im} f_+^{(+)\pi\pi}(t')}{(t' - 4m^2)(t' - t)} dt', \quad (8)$$

其中 $f_+^{(+)\pi\pi}(t)$ 表 t 道中 $T = 0, J = 0$, 而核子-反核子系统的“螺旋”量子数^[11](helicity)为“+”时的分波振幅,它对(4)式中 f_1, f_2 的贡献是

$$f_1^{(+)\pi\pi}(\theta, \omega) = \frac{1}{4\pi} \frac{E+m}{2\omega} A^{(+)\pi\pi}, \quad f_2^{(+)\pi\pi}(\theta, \omega) = \frac{-1}{4\pi} \frac{E-m}{2\omega} A^{(+)\pi\pi}. \quad (9)$$

将(9)式右方系数对 $1/m$ 展开后发现 $f_2^{(+)\pi\pi}$ 与 $f_1^{(+)\pi\pi}$ 的比值差不多为 $q^2/4m$, 因而在低能散射下($q \lesssim 2$)可以整个地将它忽略. 再作分波展开后得到

$$f_s^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \int_4^\infty \frac{\text{Im} f_+^{(+)\pi\pi}(t')}{t'(t' - 4m^2)} F_0\left(\frac{2q^2}{t'}\right) dt', \quad (10)$$

$$f_{P_{1/2}}^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \int_4^\infty \frac{\text{Im} f_+^{(+)\pi\pi}(t')}{t'(t' - 4m^2)} F_1\left(\frac{2q^2}{t'}\right) dt', \quad (11)$$

$$f_{P_{3/2}}^{(+)\pi\pi} \approx f_{P_{1/2}}^{(+)\pi\pi}, \quad (12)$$

而

$$F_i\left(\frac{2q^2}{t}\right) = \int_{-1}^1 \frac{z^i dz}{1 + \left(\frac{2q^2}{t}\right)(1-z)}, \quad z = \cos \theta.$$

这样,在考虑 π - π S 波作用后, π - N 散射振幅即是将(10),(11),(12)依次分别的加到(5),(6),(7)中去. 此外在(5)式中还得加上表征非弹性过程的常数项 $C_A^{(+)}$.

(三) 计算与分析

首先提几句关于低能 π - N 实验的情况,迄今为止可以说实验只对(3.3)共振态的相角移作了准确的测量,而在 S 波和其它“小” P 波中的相角移就有相当大的误差,不同的分析得出相移组也很不相同,甚至连符号都相反,它远不如(3.3)态相移分析准确. 我们是根据经常采用的一组实验数据^[12,13],它与 Bowcock 等讨论 $T^{(-)}$ 时所用的一致,见图(1)和图(2).

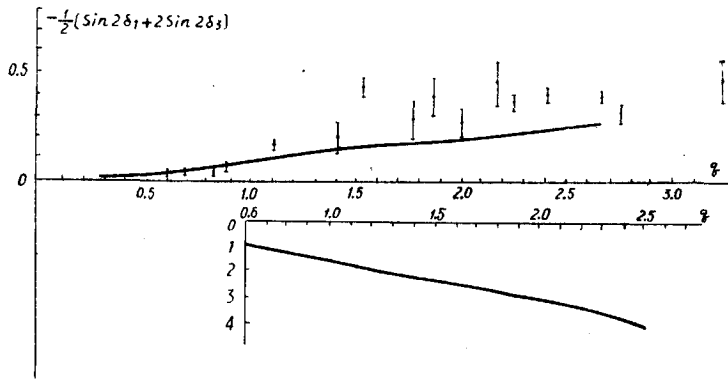


图2 低能 π - N 散射同位旋为“+”的 S 波实验与计算比较. 纵坐标为 $-3q \text{Re} f_s^{(+)}(\omega) = -\frac{1}{2} [\sin 2\delta_1 + 2\sin 2\delta_3]$, 实验数据根据[12],[13]得到,画在右下方的线表示由未作“减去”的 CGLN 公式(5)计算得的(注意它的符号,纵坐标的标度与正图不同). 正图中曲线表示经“减去”一次后的 CGLN 公式(5')计算得的结果.

用 δ_{2T} 表同位旋为 T 的 S 波相移, $\delta_{2T,2J}$ 表同位旋为 T , 总角动量 J 的 P 波相移, 则

$$f_s^{(+)}(\omega) = \frac{1}{3q} [e^{i\delta_1} \sin \delta_1 + 2e^{i\delta_3} \sin \delta_3], \quad (13)$$

$$f_{P_{1/2}}^{(+)}(\omega) = \frac{1}{3q} [e^{i\delta_{11}} \sin \delta_{11} + 2e^{i\delta_{31}} \sin \delta_{31}]. \quad (14)$$

我們先来討論(6)式, 由于在整个低能区 $\text{Im}f_{P_{1/2}}^{(+)\pi N}$ 都很小(见图3, 但注意它是

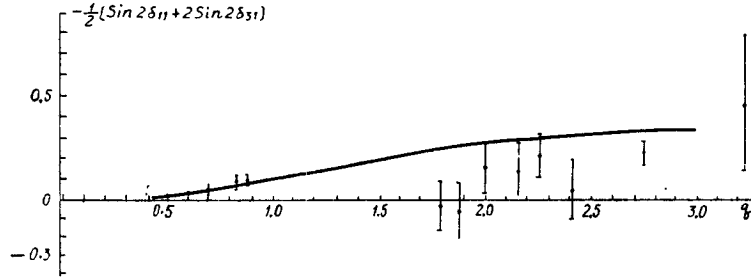


图3 低能 π - N 散射同位旋为“+”的 $P_{1/2}$ 波实验与计算比较。纵坐标为 $-3q\text{Re}f_{P_{1/2}}^{(+)}(\omega) = -\frac{1}{2}[\sin 2\delta_{11} + 2\sin 2\delta_{31}]$, 实验数据根据[12], [13]得到, 曲线表示由未作“减去”的 CGLN

公式(6)计算得的结果。

$\text{Re}f_{P_{1/2}}^{(+)\pi N}$, 比 $\text{Im}f_{P_{1/2}}^{(+)\pi N}$ 还要大得多), 等式右边最后一项积分(多次散射效果)要比前三项小得多¹⁾, 因此近似地把它忽略。另外对于(3,3)态的相移由于其共振性质可用 δ 函数近似:

$$\sin^2 \delta_{33} \approx \frac{4\pi}{3} f^2 q^3 \delta(\omega - \omega_r), \quad (15)$$

$$f^2 = \frac{g^2}{4m^2} \approx 0.08, \quad \omega_r \approx 2.12, \quad q_r \approx 1.65 \quad \text{它们是}(3,3)\text{共振点的 } \omega \text{ 和 } q \text{ 值。}$$

(6)式结果在图3中表出。值得注意的是:在目前实验误差范围内,在上面近似下,不考虑 π - π 作用而直接由 CGLN 公式计算就能基本上与实验相符,这表明 π - π S 波对它可能只起较小的调节作用,换言之, P 态实验排除 π - π S 波有很大贡献的想法。

现在回来考虑(5)式。当我们暂时先将右方最后一项(重复散射效果)忽略,并用(15)式表(3,3)态相移时就很容易将它算出(见图2)。这样算得的结果不但在符号上都与实验不符,而且它随 q 增加如此的快,以致当 $q=1$ 时就超过么正条件允许的最大数值(么正条件要求 $\left[\frac{1}{2}(\sin 2\delta_1 + 2\sin 2\delta_3)\right] < 1.5$)。下面将说明,考虑(5)式右方最后一项积分后并不能对这种情况有任何质的影响。

要将这项完全求出,就必需知道由低能到高能整个的 S 波相移,显然,这是不可能的。Hamilton 等^[2]曾经通过要求 $\text{Im}f_s^{(1/2)}, \text{Im}f_s^{(3/2)}$ 在 π 介子动能 $E_\pi^{Lab} \leq 500\text{Mev}$ 以下与实验结果相符而 $E_\pi^{Lab} \rightarrow \infty$ 时与衍射散射相符的限制下找到了它们随 q 变化的近似表示式。依照它们对(5)式最后一项积分在 $0 \leq E_\pi^{Lab} \leq 110\text{Mev}$ 内进行了数值计算,得出它们在这一段能量范围内随 q 改变很少,所有其它的数值与 $E_\pi^{Lab} \approx 50\text{Mev}$ 的极大值(≈ 0.0843)的

1) Hamilton 等曾对 π - N S 波方程中相当的项进行了数值计算,结果这项要比 S 波的其他项小得多(见我们后面的讨论)。我们曾经对(6)式最后一项积分用实验数据代入 $\text{Im}f_{P_{1/2}}^{(+)}$ 中进行了估计,发现忽略这项将不影响上面的结论。

此外,我们没有对 $f_{P_{3/2}}^{(+)}$ 的实验数据给出和作图,也没有对(7)式进行计算。因其中(3,3)共振占重要地位。可以预想,考虑 π - π 作用对它不会产生明显的影响。

差小于 6%。如果我们也采取这种办法(事实上他们这种办法对 S 波高能数值过高地估计了), 继续求出 $q \lesssim 2.5$ 以内 ($E_{\pi}^{Lab} \lesssim 400 \text{ Mev}$) 的数值代入 (5) 中, 就立刻看出在考虑到它以后仍然没有能够改变上述的性质——计算得的与实验反号, 且随 q 增加而很快超过么正条件允许的极限, 因为这项只相当于它前面两项之和的 20%。我们再进行论证, 将这种差异主要归之为 π - π 作用的假设也是不成的。为此, 将 S 波与 P 波同时考虑。前面的结果指明, 如果要靠 π - π S 波作用的引入来解决 π - N 低能散射, 则前者应具有下面的性质:

1) 它对 π - N S 波贡献很大, 当 q 增加时其数量增加得很快, 且与 S 道本身的 S 波贡献符号相反, 两者总和的结果是彼此相消到恰能与实验相符。

2) 它对 π - N P 波贡献不大, 只能取细致的调节作用。

目前对 π - π S 波作用的具体知识非常的少, 几乎完全不能从实验得到有关它的可靠数据, 因此只可能用一些假想的模型来计算它们的贡献。而我们采取的方案是: 假定 π - π S 波也有很明显的共振 (δ 函数近似) 和假定 π - π 作用中 $\text{Im}f_{\pm}^{(+)\pi\pi}(t)$ 在 $4 \lesssim t \lesssim 20$ 范围内可用常数来近似的两种极端模型下, 证明得到的结果不能同时满足上述 π - N 散射中 S -、 P -波的要求。

先看第一种极端情况, 设 π - π S 波在 $t = t_r$ 处有尖锐的共振, 因而

$$\text{Im}f_{\pm}^{(+)\pi\pi}(t) \approx C\delta(t - t_r), \quad (16)$$

C 为常数, 将 (16) 式代入 (10), (11) 式, 得

$$f_s^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \frac{C}{t_r(t_r - 4m^2)} F_0\left(\frac{2q^2}{t_r}\right), \quad (10')$$

$$f_{P_{1/2}}^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \frac{C}{t_r(t_r - 4m^2)} F_1\left(\frac{2q^2}{t_r}\right). \quad (11')$$

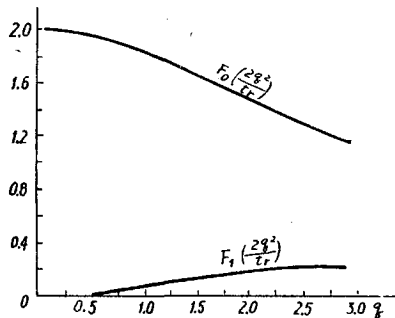


图 4 取 $t_r=20$ 时 (10'), (11') 中的 F_0, F_1 随 q 变化的相对比例图 (坐标单位任意)。

由此可见, $f_s^{(+)\pi\pi}$ 与 $f_{P_{1/2}}^{(+)\pi\pi}$ 的差异近似地可以完全归之为 F_0 与 F_1 的不同, 而讨论 π - π S 波对它们的相对影响时只取决于 t_r 这一参数。如果按照 Hamilton 等分析结果取 $t_r \approx 20$, 则立刻可将 F_0, F_1 随 q 变化曲线画出。由图 4 看到, 虽然 F_0 比 F_1 的确大得多, 但它随 q 的变化 (特别是 F_0 随 q 变化过于缓慢且是单调下降) 的方式, 是不满足前面所说要求的。

再看另外一种极端情况, 设 $4 \lesssim t \lesssim t_m$ 内 $\text{Im}f_{\pm}^{(+)\pi\pi}$ 是常数, 由 (10), (11) 式, 得

$$f_s^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) a \int_{-1}^1 \ln\left(\frac{t_m - t}{4 - t}\right) dz, \quad (10'')$$

$$f_{P_{1/2}}^{(+)\pi\pi} \approx -2 \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) a \int_{-1}^1 z \ln\left(\frac{t_m - t}{4 - t}\right) dz. \quad (11'')$$

t_m 为截断参数, 下面取它等于 20, a 为常数。图 5 中已将 (10''), (11'') 中积分随 q 变化画出, 这时正好与第一种极端情况相反, 看来有希望使 π - N S 波加上 π - π 作用后大致能调节

到与实验符合¹⁾,但这样一来 π - N 中 P 波在加上 π - π 作用后改变得会同实验偏差太大.

其实不必对 π - π S 波作任何特殊的假定,直接由(10), (11)式可以看到,它对 π - N 中 S -, P -波的贡献是符号相同,数量级大致是相等的. 前面分析中提出的要求则是 π - π 作用对 π - N S 波是很强的排斥作用,而对 P 波却希望是弱的吸引作用,看来这些要求不容易通过这条路满足.

上节计算中我们曾经提到在 π - N S 波振幅中还要加上表征非弹性过程的常数项 $C_A^{(+)}$. 这项目前根本不能由理论计算得到,而只是由实验决定. 在下面我们看到,将色散关系作一次“减去”后所引入的实验参量正好是将它的作用已包含进去了.

在引言中曾经指出,许多工作都论证了 $T^{(+)}$ 的色散关系中至少要作一次“减去”,因而我们自然地设想上面计算的不能符合实验是由于原始的色散关系中沒有作“减去”的原因. 假设现在在原始色散关系中作一次“减去”,而“减去”项取在 S 道物理区的阈值 ($q = 0, \omega = 1$), 它可由 π - N S 波的散射长度来确定,可以预料这样的“减去”主要的是影响 π - N 的 S 波,而对 P 波影响不大. 作为初步探讨,我们不是在原始 Mandelstam 表象中作“减去”,而更直接地在 S 分波振幅的色散关系中作一次“减去”. 让 P 波仍然用(6)式表式,得到^{2)[14]}

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} f_i^{(+)}(\omega) = & \left(1 + \frac{1}{m} - \frac{\omega}{m}\right) \operatorname{Re} f_i^{(+)}(1) - \frac{f^2}{m} \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \times \\ & \times \left\{ -\frac{2m}{\omega} (\omega^2 - 1 - q^2) + \left(\omega^2 - 3 + \frac{2}{\omega^2}\right) - 2q^2 \left(1 - \frac{2}{\omega^2}\right) \right\} + \\ & + \frac{2q^2}{3\pi m} \left(1 - \frac{\omega}{m}\right) \left\{ -\left(\frac{8(\omega^2 - 1)}{q^2} - 3\right) L_0 + \left(\frac{5(\omega^2 - 1)}{q^2} - 3\right) \times \right. \\ & \left. \times 2\omega L_1(\omega) + 2 \left(\frac{(\omega^2 - 1)}{q^2} - 1\right) (\omega^2 - 1) L_2(\omega) \right\}, \quad (5') \end{aligned}$$

其中

$$K = \int_1^\infty \omega' \frac{\sin^2 \delta_{33}(\omega')}{q'^3} d\omega', \quad L_n(\omega) = \int_1^\infty \frac{\sin^2 \delta_{33}(\omega')}{q'^3 (\omega' + \omega)^n} d\omega'.$$

(5')中完全忽略了重新散射的修正,因为在“减去”的分波振幅中它小到与以前所略去的项同量级. 将此式计算得的与实验比较,发现较(5)式算得的很不相同,这时算得的在总的趋势上与实验符合得相当好(见图2). Tanaka 考虑了 d 波存在对 S 波影响的修正公式,如用它去代替(5'),则将符合得更好些.

(四) 结 论

本文只就 π - N 散射 $T^{(+)}$ 振幅中的 S, P 波作了一些初步计算和分析,提出下面几点

- 1) Hamilton 等只考虑了 π - π 对 π - N S 波作用而没有考虑对 π - N 的 P 波作用,这可能正是他们主张存在很强 π - π S 波作用的原因.
- 2) 作者发现 Tanaka 文章中也考虑了 π - N S 波要作一次“减去”. 那里进行了细致的数值计算,其结果是与我們计算的相近,但更精确一些,因而(5')中 $K, L_n(\omega)$ 等就采用他计算的结果.

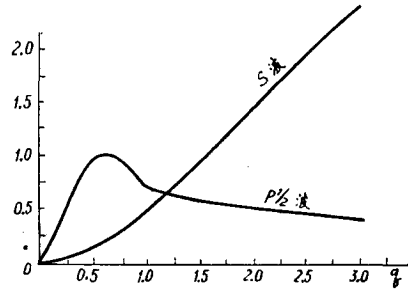


图5 取 $t_m=20$ 时(10'), (11')中积分随 q 变化的相对比例图(纵坐标单位任意).

看法:

(1) 由不作“減去”的 $T^{(+)}$ 振幅色散关系来討論 π - N 散射是有問題的, 所得的結果可以肯定將和實驗直接抵觸。

(2) 很強的 π - π S 波作用的假定不符合 π - N 低能散射的要求, 看来前者对后者只應該起着比較細致的作用。

(3) 在 $T^{(+)}$ 振幅中作出一次“減去”后, 用 CGLN 公式进行計算就基本上能符合低能 π - N 散射实验。

作者对周光召同志启发性的討論表示衷心的感謝, 对胡宁教授的鼓励以及組內其他同志們有益的討論也致以謝意。

参 考 文 献

- [1] Bowcock J., Cottingham W. N. & Turié D., *Nuovo Cimento* **16** (1960), 918; **19** (1960), 143.
- [2] Hamilton J. & Spearman T. D., *Ann. of Phys.* **12** (1961), 172; Hamilton J., Menotti P., Spearman T. D. & Woolcock W. S., *Nuovo Cimento.*, **20** (1961), 519.
- [3] Frantochi S. C. & Walecka J. D., *Phys. Rev.*, **120** (1960), 1486.
- [4] Ishida K. et al., *Prog. Theor. Phys.*, **23** (1960), 731.
- [5] Frazer W. R. & Fulco J. R., *Phys. Rev.*, **117** (1960), 1603, 1609.
- [6] Aramaki S., *Prog. Theor. Phys.*, **25** (1961), 404.
- [7] Finn A. C., *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1786.
- [8] Arnowitz R. & Feldman G., *Phys. Rev.*, **108** (1957), 144.
- [9] Cini M. & Fubini S., *Ann. of Phys.*, **3** (1960), 352.
- [10] Chew G., Goldberger M., Low F. & Nambu Y., *Phys. Rev.*, **106** (1957), 1337, 簡称 CGLN.
- [11] Jacob M. & Wick G. C., *Ann. of Phys.*, **7** (1960), 404.
- [12] Walker W. D., Ravis J. & Shephard W. D., *Phys. Rev.*, **118**, 1612.
- [13] Annual International Conference on High Energy Physics 1958, 1959.
- [14] Tanaka K., *Phys. Rev.*, **108** (1957), 1629.

LOW ENERGY PION-NUCLEON SCATTERING AND PION-PION INTERACTION

PENG HONG-AN

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

Starting from the dispersion relation we have discussed low energies π - N scattering amplitude with isospin positive part. It is shown that for $P_{1/2}^{(+)}$ -wave, the results evaluating from CGLN formula are essentially in agreement with experiments. But for S -wave, when comparing with experiments, even the sign of CGLN results is wrong. Further they are increasing as energy very rapidly that exceeds the limit allowed by the unitary condition. From analysis it is shown that one cannot solve this problem and at the same time keep the agreeing of the calculated $P_{1/2}^{(+)}$ -wave results with the experiments by introducing a π - π S -wave interaction. But alternatively if we attacked from the π - N S -partial wave dispersion relation with one subtraction, then the results agree with the experiments fairly well. So it is likely that the π - π S -wave interaction plays an unimportant role in it.