

希土离子对铁磁共振的影响*

霍 裕 平 孟 宪 振

提 要

本文利用关联函数的方法(久保理論)，討論了强交换耦合系統的亚铁磁共振。給出了系統总磁化率張量的一般表达式，由此可以定出铁磁支与交换支的共振場 H_0 (或共振頻率)和峯寬 $2\Delta\omega$ 。所得結果表明，所謂快弛豫及慢弛豫机理不过是铁磁共振的两个分支(橫分支与縱分支)。橫分支相應于 \vec{J} 及 \vec{S} 的横向磁矩之間的耦合运动(\vec{J} , \vec{S} 分別为希土离子及铁离子的磁矩)，而縱分支相應于 \vec{J} 的纵向分量与 \vec{S} 的横向分量之間的耦合运动。

由于晶場及各向异性交換場的作用， \vec{J} 的量子化方向与 \vec{S} 的量子化方向偏离一个角度 ϕ 。此外由于交換作用的各向异性，在交換作用哈密頓 $\vec{J} \cdot \vec{\lambda} \cdot \vec{S}$ 中，張量 $\vec{\lambda}$ 的非对角元可以相当大。結果表明，縱分支对峯寬的貢獻近似地正比于 ϕ^2 及 λ_{ij} ($i = 1, 2$)。

根据 $2\Delta\omega$ 的一般表达式，在极低温下(4.2°K 以下)，峯寬主要是由橫分支决定的。沿某些晶軸方向 ϑ_a ，当希土离子最低两个能級接近“交叉”时，共振場及峯寬應該出現反常峯值。这在實驗上已經得到了証實。当溫度升高时，縱分支将逐渐“压过”橫分支。当纵向弛豫频率达到高頻場的頻率 ω 时，峯寬将出現极大值。一般實驗中觀察到的就是这个极大值。当溫度繼續升高时，橫分支又将起主要作用。当横向弛豫频率接近相應于希土离子最低两个能級之間的間距 ω_{21} 时 ($\vec{\lambda} = 1$)，峯寬将出現第二个极大值。實驗上只有沿希土离子最低两个能級接近交叉的方向进行測量时，才有可能覈測到第二个峯值。当頻率足够高，滿足 $|\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega| \ll \omega$ 的条件时，在极低温下，將出現由橫分支决定的尖銳的峯寬极大值。

根据所得理論結果，除上述現象外，还可以統一地解釋在希土石榴石鐵氧体中覈測到的下列實驗事實：有效旋磁比隨溫度的显著变化；在抵消点附近峯寬的急剧上升；在鑭鐵氧体中覈測到的在峯寬极大值出現的溫度共振場显著上升等。

指出了經典磁矩运动方程的局限性。在鐵氧体中，晶場的作用与交換場其大小可以相比时，利用經典方程求解所得出的結果只能定性地解釋某些与希土离子具体能級結構无关的現象。

一、引 言

近年来随着对铁磁共振現象的研究不断深入，特別是对希土石榴石鐵氧体以及含有少量希土离子的钇石榴石型鐵氧体的研究，使我們对共振弛豫的机理有了更深入的了解。實驗表明，純钇鐵氧体 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ 单晶体的共振峯寬是很窄的，約為 0.3 奥斯特^[1]。当 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ 中 Y 离子为希土离子 A 代替(或部分被代替)以后，共振峯寬显著增加，其数值随代換离子的不同而异^[2,3]。除个别离子外，几乎在所有情况下，峯寬隨溫度的变化过程中都

* 1964 年 1 月 2 日收到。

出現极大值^[2]。此外，在具有抵消点的純希土石榴石型鐵氧体 $A_3Fe_5O_{12}$ ($A = Tm, Ho, Er$) 以及 $Eu_3Fe_5O_{12}$ 中^[4-6]觀察到有效旋磁比 γ_e 在高温下随温度的降低而很快地減小。

为了解释以上現象，C. Kittel^[7] 将 $A_3Fe_5O_{12}$ 看作是两个交換作用耦合起来的磁系統，用宏观 Ладау-Лифшиц 方程进行了計算。其中假定三价鐵离子的弛豫頻率 $\omega_{rB} = 0$ ，而标志希土离子与晶格相互作用的弛豫頻率 ω_{rA} 則很大；即在高頻場激发下，系統中能量的耗損基本上是通过希土离子与晶格的弛豫實現的。計算結果定性地解釋了上述实验事實。按照該理論^[7]，峯寬的极大值應該和外加靜磁场(或近似地与高頻場頻率 ω)成正比，与希土离子的磁矩成正比，而峯寬极值出現的温度，則應該和 ω 无关。其后，实验結果与其理論預言正好相反^[2]：観測到的峯寬极大值基本上与高頻場的頻率无关；其数值与希土离子磁矩間也沒有規律性的联系；与此同时，峯寬极大值出現的温度則隨 ω 变大而移向高温^[2]。在文献[7]以后，虽然文献[8]的作者們曾試圖用量子力学的方法对希土离子在共振弛豫中的影响加以討論，但由于在計算中沒有考慮晶場的作用，結果当然不能超出經典結果的范围。为了解釋上述实验結果与理論[7]之間的矛盾^[2,9]，一般都援引 A. M. Clogston 在更早时期針對二价鐵离子在共振中的作用所作的唯象理論^[10,11]。作者把 Fe^{2+} 和 Fe^{3+} 視为一个統一的磁系統，用单一的唯象方程进行了处理，其中假定弛豫过程是由于在一定能級上分布数跟不上外場变化所引起的。实质上这相当于假定了两种离子間的交換作用为无穷大，因而从最初就摒弃了理应将系統視為交換耦合体系的确切处理方法。其后，J. H. Van Vleck 等^[12]考虑了交換作用的各向异性后，証明了希土离子磁矩量子化方向与鐵离子的量子化方向将偏离一个角度。在解相应的磁矩耦合方程后，在最后峯寬及共振場表达式中只保留了纵分支，因而实质上所得結果并沒超出經典理論[10]的范围。虽然在解释有关峯寬的实验事實时，理論[10]及[12]显然具有其正确的成分，但由于处理方法及所考慮因素的局限，原則上不能說明 γ_e 在温度接近抵消点时很快降低这一事实。

在低温下，在一系列含有希土离子的 $Y_{3-x}A_xFe_5O_{12}$ ($A = Pr, Sm, Tb, Dy, Ho, Yb$) 中还観測到共振場的“反常”，即在一定方向 ϑ_a 上，共振場出現尖銳的极大值^[13]，与此同时，在同一角度 ϑ_a 上，低温下 ($T < T_c$, T_c 即峯寬极值出現的温度) 也観察到峯寬的极大值，而在高温下 ($T > T_c$) 則觀察到极小值(参看图 1)^[14-16]。为了說明共振場的反常^[17]，文献[18]的作者以 Tb 为例，計算了 (110) 平面內 Tb 能譜隨角度的变化；适当选择晶場參量后，基态与第一激发态間能量差 ω_{21} 在 ϑ_a 处可以存在极小值，从而导致了共振場反常峯的出現。为了解釋峯寬在 ϑ_a 处出現极值，在經典理論[7, 10, 12]的基础上，必須假定希土离子的弛豫頻率 ω_{rA} 随着能級間距 ω_{21} 的減小而显著加大^[15]。但是由下面的討論可以看出，在极低温下，上面的假定是不成立的。

由于晶場(或交換作用各向异性)的作用，希土离子的磁矩 \vec{j}_0 与鐵离子磁化方向 z 将成一定角度，如图 2 所示。从經典图象看来，在进动場的作用下，鐵离子的横向磁矩 ΔS_\perp 与希土离子的“横向”磁矩(相对于 z 軸) ΔJ_+ 間的耦合运动可以看作是由两部分組成的：

1) 需要指出，虽然从結果上看來，理論[10]定性地解釋了某些实验事實，但是在建立理論时，所采用的电子在 Fe^{2+} 及 Fe^{3+} 之間跃迁的模型是缺少根据的。因为电子在原子間发生跃迁所需的时间在 $100^\circ K$ 約为 10^{-7} 秒^[18]，但在鐵磁共振中所涉及的电子弛豫时间約为 10^{-10} 秒(3 厘米波段)，因此在共振現象中电子是来不及在离子間跃迁的。

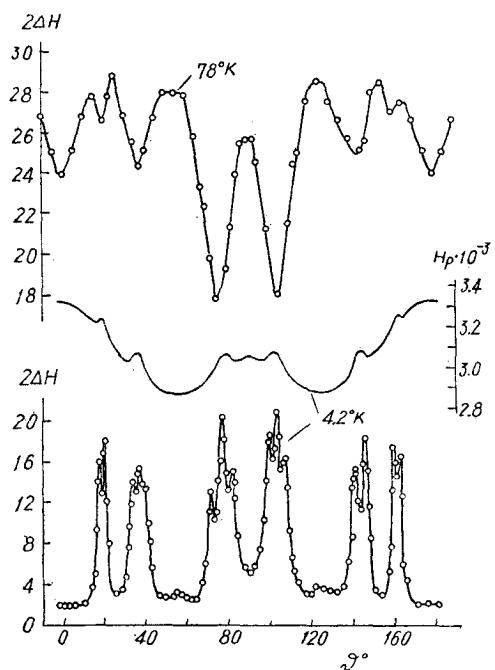


图1 含0.01% Tb的钆铁氧体在78°K及4.2°K的共振峰宽与共振场在(110)平面内的各向异性。 θ° 代表磁化方向与[001]方向之间的夹角。测量是在3厘米波段进行的。

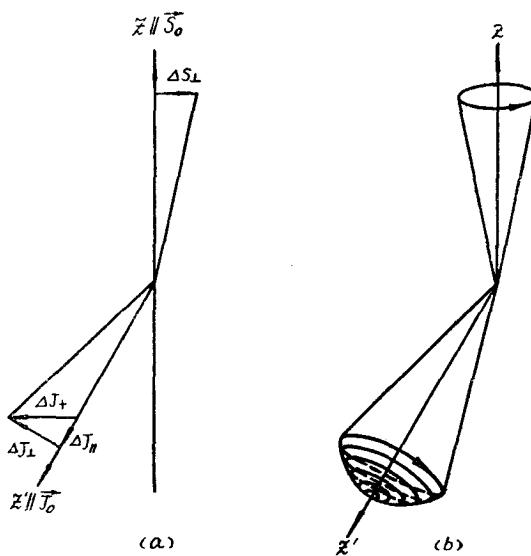


图2 当晶场作用存在时，交换耦合系统一致进动的经典图象

即 ΔS_{\perp} 与 ΔJ_{\perp} 以及 ΔS_{\perp} 与 ΔJ_{\parallel} 之间的交换耦合运动。前者即相当于文献[7]中讨论过的过程，以后将称它为共振分支或横分支（相对于希土离子磁矩的量子化方向）。 ΔS_{\perp} 与 ΔJ_{\parallel} 之间的耦合运动与横分支有质的不同，它将引起希土离子能级随进动场上下振动，从而导致分布数的变化，这正是文献[10, 12]中所讨论的过程。实质上这是与希土离子的顺磁吸收相联系的，今后称它为顺磁分支或纵分支。由于在共振过程中包含有纵横两个分支，因此希土离子磁矩运动的经典图象将如图2(b)所示。由此可见，理论[7, 10, 12]都只粗略地反映了耦合系统性质的一个方面，自然不能完全与实验符合。

此外，用经典方法处理亚铁磁共振低频支时，实际上是考虑了一个由交换作用“束缚”的系统的一致进动。这就要求交换作用很强，也就是说，在考虑了交换场的作用以后，每种离子的能级间距要远大于共振频率。在铁氧体中沿某些晶轴方向，交换场大部分为晶场所抵消^[18]，希土离子的能级间距与共振频率相差不很悬殊，因而可以直观地认为（虽然定量上并不完全如此）希土离子磁矩受铁离子的作用较弱，进动得较“自由”；但铁离子仍然处于希土离子很强的交换场中。这种物理图象当然不是在经典理论的范围内所能理解的。事实上这些与希土离子能谱有关的性质，原则上是不能用经典进动力学加以描述的。

为了全面地解释实验结果，在讨论两个由交换作用耦合起来的磁系统时，必须将晶场的作用考虑进来，这只有从量子理论出发才是可能的。在弱交变场的情况下（即线性过程），久保理论^[19]给我们提供了必要的工具。本文的目的就是试图对这些问题初步地加以讨论。

二、耦合系統的磁化率

1. 哈密頓量

我們討論一個由 A 和 B 兩種磁矩所組成的系統。假定 $B-B$ 間的交換作用比 $A-A$ 間交換作用強很多， $A-A$ 間交換作用或者很弱，使得每個 A 中的離子可被看成是獨立地與 B 交換耦合；或者 $A-A$ 間交換作用很強，使得可以看成是 A 和 B 的總磁矩進行耦合。希土離子在石榴石型鐵氧化物中屬於前一種情況，因為鐵離子之間的交換場約為 10^7 奧斯特；希土離子與鐵離子之間的交換場約為 10^5 奧斯特；而希土離子間的作用則更弱^[20]。由於晶場的作用，在外磁場作用下，一般說來， A ， B 兩種離子的磁矩不一定和外場平行。取 B 點陣的磁化強度向量 \vec{S} 的平衡位置為量子化方向（因而 \mathbf{S}_z 只有對角矩陣元），此時 A 离子的磁矩一般說來將與 z 軸偏離一個角度。假定高頻場垂直 z 方向，取哈密頓量的形式為¹⁾

$$\mathcal{H} = -\vec{H} \cdot \vec{J} + \mathcal{H}_c(\vec{J}) + \mathcal{H}_q(\vec{J}, \mathbf{Q}) - \vec{H} \cdot \vec{S} + \mathcal{H}_c(\vec{S}) + \mathcal{H}_q(\vec{S}, \mathbf{Q}) + \mathcal{H}_p(\mathbf{Q}) + \lambda \vec{S} \cdot \vec{J}, \quad (1)$$

這裡 $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}$ ， \vec{H}_0 為恆定外場； \vec{h} 為高頻場； $\mathcal{H}_c(\vec{J})$ ， $\mathcal{H}_c(\vec{S})$ 分別是 A ， B 离子所受晶場的等效哈密頓量； $\mathcal{H}_q(\vec{J}, \mathbf{Q})$ ， $\mathcal{H}_q(\vec{S}, \mathbf{Q})$ 分別為 A ， B 磁矩與聲子作用的哈密頓量； $\mathcal{H}_p(\mathbf{Q})$ 為自由聲子哈密頓量； \mathbf{Q} 即聲子場算符。這裡假定了交換作用是各向同性的，因而 λ 為一標量²⁾。 \vec{J} ， \vec{S} 分別是 A 和 B 單位體積的磁矩。令

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + \Delta \vec{J}, \quad \vec{S} = \vec{S}_0 + \Delta \vec{S},$$

\vec{J}_0 ， \vec{S}_0 是算符 \vec{J} ， \vec{S} 在不加高頻場時的平均值； $\langle \Delta \vec{J} \rangle$ ， $\langle \Delta \vec{S} \rangle$ 相應於高頻場所誘生的部分。

在線性過程中，正頻與負頻部分不相混合，不同分量的響應是迭加的，可取 \vec{h} 中只含有 $h_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(h_x + i h_y) = h e^{i\omega t}$ 的項，令 $\Delta \mathbf{J}_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Delta \mathbf{J}_x \pm i \Delta \mathbf{J}_y)$ ，則

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathbf{W}, \quad (2)$$

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{0A} + \mathcal{H}_{0B} + \mathcal{H}_p(\mathbf{Q}), \quad (3)$$

$$\mathcal{H}_{0A} = -\vec{H}_0 \cdot \vec{J} + \mathcal{H}_c(\vec{J}) + \lambda \vec{S}_0 \cdot \vec{J} + \mathcal{H}_q(\vec{J}, \mathbf{Q}), \quad (4)$$

$$\mathcal{H}_{0B} = -\vec{H}_0 \cdot \vec{S} + \mathcal{H}_c(\vec{S}) + \lambda \vec{J}_0 \cdot \vec{S} + \mathcal{H}_q(\vec{S}, \mathbf{Q}), \quad (5)$$

$$\mathbf{W} = \lambda(\Delta \mathbf{J}_+ \Delta \mathbf{S}_- + \Delta \mathbf{S}_+ \Delta \mathbf{J}_- + \Delta \mathbf{J}_x \Delta \mathbf{S}_z) - h_+ \mathbf{J}_- - h_+ \mathbf{S}_-. \quad (6)$$

在以後的計算中，我們將 \mathbf{W} 作為微擾處理，但必須注意到 \mathbf{W} 中包括顯含與不顯含時間的兩部分。

2. 耦合方程組

利用久保理論^[19]，任何一個算符 \mathbf{L} 的平均值 $\langle \mathbf{L} \rangle = \text{Sp } \rho \mathbf{L}$ ， ρ 是系統的密度矩陣。令

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad \rho_0 = e^{-\beta E_0} / \text{Sp } e^{-\beta E_0}, \quad (7)$$

1) 應該說明，在(1)式中 $A-A$ 間及 $B-B$ 間交換作用相應的哈密頓量並沒有包括在內。這對於本文所討論的一致共振的共振性質並不會帶來任何影響。只有當問題涉及自旋波頻譜的具體表達式時，才必須將這些量考慮進來。

2) 原則上 λ 可以是一個張量^[21]，即交換作用哈密頓量可以寫成 $\vec{S} \cdot \vec{\lambda} \cdot \vec{J}$ 的形式。在整個計算中考慮到這一點並不會對最後結果帶來實質上的影響（見附錄 1），因而為了討論交換耦合系統最本質的方面，這裡只討論交換作用為各向同性的情況。

其中 $\beta = \frac{1}{kT}$. 刘维方程为

$$i \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = [\mathcal{H}_0, \rho_1] + [\mathbf{W}, \rho_0 + \rho_1]. \quad (8)$$

在计算中令 $\hbar = 1$. 可以证明^[19]:

$$\rho_1(t) = -i \int_{-\infty}^t e^{i\mathcal{H}_0(\tau-t)} [\mathbf{W}, \rho(\tau)] e^{-i\mathcal{H}_0(\tau-t)} d\tau, \quad (9)$$

因而

$$\langle \Delta \mathbf{J}_+ \rangle = -i \int_0^\infty \text{Sp} [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \mathbf{W}[t-\tau]] \rho(t-\tau) d\tau. \quad (10)$$

其中 $\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau) = e^{i\mathcal{H}_0\tau} \Delta \mathbf{J}_+ e^{-i\mathcal{H}_0\tau}$, 而 $\mathbf{W}[t-\tau]$, 方括号中的变数代表 \mathbf{W} 中显含的时间. 将(6)式代入(10)式后,

$$\begin{aligned} \langle \Delta \mathbf{J}_+ \rangle &= -i\lambda \int_0^\infty \text{Sp} [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \Delta \mathbf{J}_-] \Delta \mathbf{S}_+ \rho_1(t) e^{-i\omega\tau} d\tau - \\ &\quad - i\lambda \int_0^\infty \text{Sp} [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \Delta \mathbf{J}_+] \Delta \mathbf{S}_- \rho_1(t) e^{-i\omega\tau} d\tau - \\ &\quad - i\lambda \int_0^\infty \text{Sp} [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \Delta \mathbf{J}_z] \Delta \mathbf{S}_z \rho_1(t) e^{-i\omega\tau} d\tau + \\ &\quad + i \int_0^\infty \text{Sp} [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \Delta \mathbf{J}_-] \rho_0 h e^{i\omega(t-\tau)} d\tau. \end{aligned} \quad (11)$$

在(11)中作切断近似:

$$\text{Sp} \rho_1 \mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2 = \text{Sp} \rho_0 \mathbf{L}_1 \text{Sp} \rho_1 \mathbf{L}_2 + \text{Sp} \rho_1 \mathbf{L}_1 \text{Sp} \rho_0 \mathbf{L}_2.$$

可以证明, 这种近似所引入的误差与 $\langle \mathbf{J}_+^2 \rangle - \langle \mathbf{J}_z \rangle^2$ 成正比(仔细分析见附录 2), 因此在远离居里点的温度下, 当涨落很小时, 由于这种近似所引入的误差是可以忽略的. 令 $\langle \mathbf{L} \rangle = L(\omega) e^{i\omega t}$, \mathbf{L} 分别等于 $\Delta \mathbf{J}_+$, $\Delta \mathbf{J}_-$, $\Delta \mathbf{J}_z$, $\Delta \mathbf{S}_+$, $\Delta \mathbf{S}_-$, $\Delta \mathbf{S}_z$, 则

$$\Delta J_+(\omega) = u_{11} [h - \lambda \Delta S_+(\omega)] - \lambda u_{12} \Delta S_-(\omega) - \lambda u_{13} \Delta S_z(\omega), \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} u_{11} &= i \int_0^\infty \text{Sp} \rho_0 [\Delta \tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \Delta \mathbf{J}_-] e^{-i\omega\tau} d\tau = \\ &= i \int_0^\infty \text{Sp} \rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \mathbf{J}_-] e^{-i\omega\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (13)$$

下面为了书写方便, 定义 $u_{11} \equiv (\mathbf{J}_+; \mathbf{J}_-)$, 其他关联函数相应地可以被表示为

$$u_{12} = (\mathbf{J}_+; \mathbf{J}_+), \quad u_{13} = (\mathbf{J}_+; \mathbf{J}_z).$$

由于希土离子量子化方向与 z 轴偏离一个角度, 因此 u_{12} , u_{13} 不等于零. 同样地可以定义:

$$\begin{aligned} u_{21} &= (\mathbf{J}_-; \mathbf{J}_-), \quad u_{22} = (\mathbf{J}_-; \mathbf{J}_+), \\ u_{31} &= (\mathbf{J}_z; \mathbf{J}_-), \quad u_{32} = (\mathbf{J}_z; \mathbf{J}_+), \\ u_{33} &= (\mathbf{J}_z; \mathbf{J}_z). \end{aligned} \quad (14)$$

不难证明:

$$\left. \begin{aligned} \Delta J_-(\omega) &= u_{21} [h - \lambda \Delta S_+(\omega)] - \lambda u_{22} \Delta S_-(\omega) - \lambda u_{23} \Delta S_z(\omega), \\ \Delta J_z(\omega) &= u_{31} [h - \lambda \Delta S_+(\omega)] - \lambda u_{32} \Delta S_-(\omega) - \lambda u_{33} \Delta S_z(\omega). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

同理

$$\left. \begin{array}{l} \Delta S_+(\omega) = v_{11}[h - \lambda \Delta J_+(\omega)], \\ \Delta S_-(\omega) = -\lambda v_{22} \Delta J_-(\omega), \\ \Delta S_z(\omega) = -\lambda v_{33} \Delta J_z(\omega). \end{array} \right\} \quad (16)$$

关联函数 v_{ik} 与 u_{ik} 类似, 只需要将(13)中的 $\vec{\mathbf{J}}$ 相应地换成 $\vec{\mathbf{S}}$ 即可得出。由于取 z 为 $\vec{\mathbf{S}}$ 量子化方向, 因此 v_{ik} 中只有 v_{11}, v_{22}, v_{33} 不等于零。显然, u_{ik}, v_{ik} 都是二阶张量, 分别相应于将稀土离子及铁离子的磁化率张量写在以 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2), \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 + i\vec{e}_2), \vec{e}_3$ 为基矢的坐标系中的具体形式, $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ 是 xyz 坐标系的单位矢量。由(12)–(16)可以解出 $\Delta S_+(\omega), \Delta J_+(\omega)$ 等与 h 的关系, 在一般情况下其形式比较复杂。但对于含有稀土离子的石榴石型铁氧体来说, 由于铁离子本身的自旋晶格弛豫很弱, 而 v_{33} 与其弛豫频率 ω_{RB} 成正比, 因此可以忽略不计。此时可以认为 $\Delta S_z(\omega) = 0$ 。消去 $\Delta S_-(\omega)$ 后, 方程组被简化为:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta J_+(\omega) - \lambda^2 v_{22} u_{12} \Delta J_-(\omega) + \lambda u_{11} \Delta S_+(\omega) = u_{11} h, \\ (1 - \lambda^2 v_{22} u_{22}) \Delta J_-(\omega) + \lambda u_{21} \Delta S_+(\omega) = u_{21} h, \\ \Delta S_+(\omega) + \lambda v_{11} \Delta J_+(\omega) = v_{11} h. \end{array} \right\} \quad (17)$$

由(17)式可以看出, 由于 $u_{ik} (i \neq k)$ 均不为零, 因此虽然取外加高频频场为圆偏振的, 但 $\vec{\mathbf{J}}$ 的进动也不再是圆偏振的了。由方程组(17)中解出 $\Delta J_+(\omega), \Delta J_-(\omega)$ 及 $\Delta S_+(\omega)$, 再代入(15)及(16)式, 可以得出

$$\left. \begin{array}{l} \Delta J_+(\omega) = \frac{\xi}{D} h, \quad \Delta J_-(\omega) = \frac{\eta}{D} h, \\ \Delta S_+(\omega) = \frac{\zeta}{D} h, \quad \Delta S_-(\omega) = -\frac{\lambda v_{22} \eta}{D} h, \\ \Delta J_z(\omega) = \left(u_{31} - \frac{\lambda u_{31} \zeta}{D} + \frac{\lambda^2 u_{32} v_{22} \eta}{D} \right) h, \end{array} \right\} \quad (18)$$

其中

$$\left. \begin{array}{l} \xi = \begin{vmatrix} u_{11} & -\lambda^2 v_{22} u_{12} & \lambda u_{11} \\ u_{21} & 1 - \lambda^2 v_{22} u_{22} & \lambda u_{21} \\ v_{11} & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \eta = \begin{vmatrix} 1 & u_{11} & \lambda u_{11} \\ 0 & u_{21} & \lambda u_{21} \\ \lambda v_{11} & v_{11} & 1 \end{vmatrix}, \\ \zeta = \begin{vmatrix} 1 & -\lambda^2 v_{22} u_{12} & u_{11} \\ 0 & 1 - \lambda^2 v_{22} u_{22} & u_{21} \\ \lambda v_{11} & 0 & v_{11} \end{vmatrix}. \\ D = (1 - \lambda^2 v_{11} u_{11})(1 - \lambda^2 v_{22} u_{22}) - \lambda^4 v_{11} v_{22} u_{12} u_{21}. \end{array} \right\} \quad (19)$$

令 $\Delta \vec{M}(\omega)$ 代表系统总磁矩 $\Delta \vec{M}(\omega) = \Delta \vec{J}(\omega) + \Delta \vec{S}(\omega)$, 定义 \vec{k} 为在正频交变场 $\vec{h} = (h_1, h_2, h_3) e^{i\omega t}$ 作用下系统总磁化率:

$$\left[\begin{array}{l} \Delta M_+(\omega) \\ \Delta M_-(\omega) \\ \Delta M_z(\omega) \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} & \kappa_{13} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} & \kappa_{23} \\ \kappa_{31} & \kappa_{32} & \kappa_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

可以证明张量 \vec{k} 各分量的表达式为

$$\begin{aligned}
 \kappa_{11} &= \frac{1}{D} [(\nu_{11} + u_{11} - 2\lambda\nu_{11}u_{11})(1 - \lambda^2\nu_{22}u_{22}) - \lambda^2\nu_{22}u_{12}u_{21}(2\lambda\nu_{11} - 1)], \\
 \kappa_{12} &= \kappa_{21} = \frac{1}{D} u_{21}(1 - \lambda\nu_{11})(1 - \lambda\nu_{22}), \\
 \kappa_{22} &= \frac{1}{D} [(\nu_{22} + u_{22} - 2\lambda\nu_{22}u_{22})(1 - \lambda^2\nu_{11}u_{11}) - \lambda^2\nu_{11}u_{12}u_{21}(2\lambda\nu_{22} - 1)], \\
 \kappa_{13} &= \kappa_{31} = \frac{1}{D} (1 - \lambda\nu_{11})[u_{13}(1 - \lambda^2\nu_{22}u_{22}) + \lambda^2\nu_{22}u_{12}u_{23}], \\
 \kappa_{23} &= \kappa_{32} = \frac{1}{D} (1 - \lambda\nu_{22})[u_{23}(1 - \lambda^2\nu_{11}u_{11}) + \lambda^2\nu_{11}u_{13}u_{21}], \\
 \kappa_{33} &= u_{33} + \frac{1}{D} [\lambda^2\nu_{11}u_{13}u_{31}(1 - \lambda^2\nu_{22}u_{22}) + \lambda^2\nu_{22}u_{23}u_{32}(1 - \lambda^2\nu_{11}u_{11}) + \\
 &\quad + 2\lambda^4\nu_{11}\nu_{22}u_{21}u_{23}u_{13}].
 \end{aligned} \tag{21}$$

在推导(21)式时利用了在第三节中将要得到的条件: $u_{21} = u_{12}$, $u_{31} = u_{13}$, $u_{32} = u_{23}$ 。利用(21)式可以计算出在任意高频率作用下的磁矩响应, 对于右旋圆偏振场来说, 只需要取 $(h_1, h_2, h_3) = (he^{i\omega t}, he^{-i\omega t}, 0)$ 即可。由于(21)式分子中的主要部分在共振点附近是缓变函数, 因此共振场及峰宽可以分别由下面的公式决定:

$$(1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11})(1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22}) - \lambda^4\nu_{11}\nu_{22}u'^2_{12} - \lambda^4\nu_{11}\nu_{22}(u''_{11}u''_{22} - u''^2_{12}) = 0, \tag{22}$$

$$2\Delta\omega = R_1[(1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11})\lambda^2\nu_{22}u''_{22} + (1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22})\lambda^2\nu_{11}u''_{11} - 2\lambda^4\nu_{11}\nu_{22}u'_{12}u''_{12}], \tag{23}$$

其中 $u_{ik} = u'_{ik} - iu''_{ik}$ 。由于忽略了铁离子本身的弛豫, 因此 ν_{ii} 只有实部。 R_1 是与 S_0 , J_0 等有关的函数, 其具体性质将在以后讨论。严格说来, 由于 u_{ik} 中包含有频率 ω , 因此(23)式只在峰宽 $2\Delta\omega$ 远小于共振频率时才近似地成立。顺便指出, 一般实验中测量的是以磁场为度量的 $2\Delta H$, 它与 $2\Delta\omega$ 的关系在实际情况下可以是很复杂的^[21]。对于交换耦合系统来说, 下面将要证明共振频率与外磁场之间的关系相当复杂, 甚至于不是线性的, 因此简单地认为 $2\Delta H$ 等于 $\frac{2\Delta\omega}{\gamma_e}$ 是没有根据的。此时 $2\Delta H$ 已不再是描述共振现象的一个“好”参数了。将理论结果 $2\Delta\omega$ 与实验上测出的以磁场为度量的峰宽进行比较时必须注意到这一点。

这样, 整个问题就可以被归结为具体求出每种离子自身的磁化率张量 $\vec{\alpha}$ 及 $\vec{\nu}$ 了。

3. 关联函数

先计算张量 $\vec{\alpha}_0$ 。假定稀土离子量子化方向 z' 位于 xz 平面内, z' 与 z 轴夹角为 ϕ ($\sin\phi = Sp\rho_0\mathbf{J}_z/J_0$), 一般情况下 ϕ 比较小¹⁾。如果不考虑晶场及交换作用的各向异性, 则 ϕ 恒等于零。在 $x'y'z'$ 坐标系中, 稀土离子磁化率张量可以被写成下面的形式:

$$\vec{\chi} = \begin{bmatrix} \chi & i\chi_a & 0 \\ -i\chi_a & \chi & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{//} \end{bmatrix},$$

其中 $\chi \pm \chi_a = \chi_{\pm} = (\mathbf{J}'_{\pm}; \mathbf{J}'_{\mp})$, $\chi_{//} = (\mathbf{J}_{z'}; \mathbf{J}_{z'})$ 。

首先利用转轴变换 \mathbf{U} , 将张量 $\vec{\chi}$ 表示在 xyz 坐标系中, 然后再利用变换 \mathbf{T} , 将转轴后

1) 应该说明, ϕ 并不是一个常数。随着磁化方向及温度等的不同, 其数值可以有相当大的变化。

的张量表示在以 $\frac{1}{2}(\vec{e}_1 - i\vec{e}_2)$, $\frac{1}{2}(\vec{e}_1 + i\vec{e}_2)$, \vec{e}_3 为基矢的坐标系中, 则可以得出在(13)及(14)式中所讨论的磁化率张量 $\tilde{\alpha}$ 的具体形式:

$$\tilde{\alpha} = \mathbf{T} \mathbf{U} \tilde{\chi} \mathbf{U}^{-1} \mathbf{T}^{-1}, \quad (24)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

由(24)式可以很容易地得出张量 $\tilde{\alpha}$ 的各分量为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{1}{2} [(1 + \cos^2 \phi)\chi + 2\chi_a \cos \phi + \chi_{\parallel} \sin^2 \phi], \\ \alpha_{12} = \alpha_{21} &= \frac{1}{2} \sin^2 \phi (\chi_{\parallel} - \chi), \\ \alpha_{13} = \alpha_{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin \phi \cos \phi (\chi - \chi_{\parallel}) + \chi_a \sin \phi], \\ \alpha_{22} &= \frac{1}{2} [(1 + \cos^2 \phi)\chi - 2\chi_a \cos \phi + \chi_{\parallel} \sin^2 \phi], \\ \alpha_{23} = \alpha_{32} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin \phi \cos \phi (\chi - \chi_{\parallel}) - \chi_a \sin \phi], \\ \alpha_{33} &= \chi \sin^2 \phi + \chi_{\parallel} \cos^2 \phi. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

应该说明, 变换 \mathbf{T} 并不是么正的。事实上线性变换 $\mathbf{L}_+ = \mathbf{L}_x + i\mathbf{L}_y$, $i\mathbf{L}_- = i\mathbf{L}_x + \mathbf{L}_y$, $\mathbf{L}_z = \mathbf{L}_z$ 相应的变换矩阵才是么正的。为了讨论方便, 我们把 $i\mathbf{L}_-$ 中的 i 吸收到磁化率张量的表达式里面去了。

当 $\phi \ll 1$ 时, (25)式可以被化简为

$$\tilde{\alpha} = \begin{bmatrix} \chi_+ + \frac{\phi^2}{2}(\chi_s - \chi_+) & \frac{\phi^2}{2}(\chi_s - \chi) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\phi(\chi_+ - \chi_s) - \frac{\phi^3}{2}(\chi - \chi_s) \right] \\ \frac{\phi^2}{2}(\chi_s - \chi) & \chi_- + \frac{\phi^2}{2}(\chi_s - \chi_-) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\phi(\chi_- - \chi_s) - \frac{\phi^3}{2}(\chi - \chi_s) \right] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\phi(\chi_+ - \chi_s) - \frac{\phi^3}{2}(\chi - \chi_s) \right] & \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\phi(\chi_- - \chi_s) - \frac{\phi^3}{2}(\chi - \chi_s) \right] & \chi_s + \frac{\phi^2}{2}(\chi - \chi_s) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

由(26)式可以看出, 由于 \vec{J} 的量子化方向偏转了一定的角度 ϕ , 因而在 α_{11} 及 α_{22} 中除了稀土离子的横向磁化率 χ_+ 及 χ_- 外还“混入”了与纵向磁化率 χ_{\parallel} 有关的部分; 在 α_{33} 中则混入了共振型的磁化率 χ 。

利用文献[19]中的结果, 可以得出

$$\begin{aligned} \chi_+ &= \int_0^\beta \left\{ \text{Sp } \rho_0 \tilde{\mathbf{J}}'_+ (-i\alpha) \mathbf{J}'_- - \right. \\ &\quad \left. - i\omega \int_0^\infty \text{Sp } \rho_0 \tilde{\mathbf{J}}'_+ (\tau - i\alpha) \mathbf{J}'_- e^{-i\omega\tau} d\tau \right\} d\alpha. \end{aligned} \quad (27)$$

略去弛豫对统计因子的影响后, 在求阵迹时对 $\mathcal{H}_c(\vec{J}) + \lambda \vec{S}_0 \cdot \vec{J} - \vec{H}_0 \cdot \vec{J}$ 的本征态 $|n\rangle$ 展开, 将弛豫效应近似地用弛豫因子 $e^{-\omega_{nm}t}$ 表示, ω_{nm} 代表在 nm 态间跃迁时的横向弛

豫频率，则

$$\int_0^\beta \text{Sp} \rho_0 \tilde{\mathbf{J}}'_+ (\tau - i\alpha) \mathbf{J}'_- d\alpha = \sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{J}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_m - \rho_n}{\omega_{nm}} e^{i(\omega_{nm} + i\omega_{rnm})\tau}, \quad (28)$$

其中 $\omega_{nm} = E_n - E_m$, E_n 是相应于本征态 $|n\rangle$ 的能量, $\rho_n = e^{-\beta E_n} / \sum_m e^{-\beta E_m}$. 由于 (28) 式中算符 \mathbf{J}'_+ 是取在 $x'y'z'$ 坐标系中的分量，因而相应的对角矩阵元恒等于零。将 (28) 式代入 (26) 式，完成对 τ 的积分，可以得出

$$\chi_\pm = N \sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_m - \rho_n}{\omega_{nm}} \cdot \frac{\mp \omega_{nm} - i\omega_{rnm}}{\omega \mp \omega_{nm} - i\omega_{rnm}}. \quad (29)$$

令 $\chi_\pm = \chi'_\pm - i\chi''_\pm$ ，则

$$\left. \begin{aligned} \chi'_\pm &= N \sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_m - \rho_n}{\omega_{nm}} \cdot \frac{\omega_{nm}(\omega_{nm} \mp \omega) + \omega_{rnm}^2}{(\omega \mp \omega_{nm})^2 + \omega_{rnm}^2}, \\ \chi''_\pm &= N \sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_m - \rho_n}{\omega_{nm}} \cdot \frac{\omega \omega_{rnm}}{(\omega \mp \omega_{nm})^2 + \omega_{rnm}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

同样可以求出 $\chi_{//}$ ，由于 $\mathbf{j}_{z'}$ 只有对角矩阵元：

$$\left. \begin{aligned} \chi_{//} &= -N\beta \sum_n |\langle n | \mathbf{j}_{z'} | n \rangle|^2 \rho_n \frac{i\omega_{rn}}{\omega - i\omega_{rn}}, \\ \chi'_{//} &= N\beta \sum_n |\langle n | \mathbf{j}_{z'} | m \rangle|^2 \rho_n \frac{\omega_{rn}^2}{\omega^2 + \omega_{rn}^2}, \\ \chi''_{//} &= N\beta \sum_n |\langle n | \mathbf{j}_{z'} | n \rangle|^2 \rho_n \frac{\omega \omega_{rn}}{\omega^2 + \omega_{rn}^2}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

(30) 及 (31) 式中的 N 代表稀土离子的浓度， \mathbf{j}'_+ , $\mathbf{j}_{z'}$ 是单个稀土离子的磁矩在 $x'y'z'$ 坐标系中的分量。必须强调指出， ω_{rn} 和 ω_{rnm} 所表示的是性质上可以很不相同的两种弛豫过程相应的弛豫频率。 ω_{rn} 是由自旋晶格作用中的实过程决定的纵向弛豫频率，即通常自旋晶格弛豫理论中所讨论的，它直接与离子在状态 $|n\rangle$ 上的寿命相联系。 ω_{rnm} 所表示的则是跃迁弛豫频率，它可以是由虚过程（例如同时有高频场的量子和声子参加的过程）决定的，因此即使在绝对零度下，它的数值也可以不等于零。随着温度的升高，更多的声子参与整个过程， ω_{rnm} 将迅速增大。

同样可以求出 ν_{11} 及 ν_{22} ，只需要在 χ_+ 及 χ_- 的表达式 (29) 及 (30) 式中将 $\tilde{\mathbf{J}}$ 算符相应地换成 $\tilde{\mathbf{S}}$ 算符，并将能级了解为 $\mathcal{H}_c(\tilde{\mathbf{S}}) = \vec{H}_0 \cdot \tilde{\mathbf{S}} + \lambda \vec{J}_0 \cdot \tilde{\mathbf{S}}$ 的本征态即可。如果令 $\mathcal{H}_c(\tilde{\mathbf{S}}) = 0$, $\omega_{rB} = 0$ ，则 ν_{11} 及 ν_{22} 的表达式将退化为经典结果：

$$\nu_{11} = \frac{\gamma_B S_0}{\gamma_B(H_0 + \lambda J_0) - \omega}, \quad \nu_{22} = \frac{\gamma_B S_0}{\gamma_B(H_0 + \lambda J_0) + \omega}. \quad (32)$$

同样，如果忽略稀土离子所受的晶场，则由 (29) 式可以得出与用经典运动方程求解完全对应的结果：

$$\left. \begin{aligned} \chi_\pm &= \chi_0 \frac{\pm \gamma_A (\lambda S_0 - H_0) - i\omega_{r\perp}}{\omega \pm \gamma_A (\lambda S_0 - H_0) - i\omega_{r\perp}}, \quad \chi_0 = \frac{J_0}{\lambda S_0 - H_0}, \\ \chi_{//} &= \chi_0 \frac{i\omega_{r//}}{i\omega_{r//} - \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

这里 γ_A , γ_B 分别是稀土离子和铁离子的旋磁比， J_0 及 S_0 均大于零。 $\omega_{r\perp}$, $\omega_{r//}$ 分别为 ω_{rnm}

及 ω_{rn} 在某种意义上的平均值或相当于最低能态的数值。順便說明，利用 Ландау–Лифшиц 方程求解时， $\omega_{r\perp}$ 及 $\omega_{r//}$ 是相同的。應該說明， χ_{\pm} 表达式中的 χ_0 由定义即希土离子的靜态磁化率，而在 $\chi_{//}$ 中的 χ_0 則是靜态磁化率的具体表达式。当由 (30) 及 (31) 式退化至 (33) 式时，在低温及高温近似下，这二者是完全等同的。

三、 $Y_{3-x}A_xFe_5O_{12}$ 的共振場及峯寬

由(23)式可以看出，耦合系統的峯寬是由希土离子在交变的交換場中的共振吸收所决定的，这点对耦合系統來說具有普遍的意义。由于 ϕ 不等于零，在 u_{11} 中除了 χ_+ 以外还混入了含有 $\chi_{//}$ 的部分。它們是性質上不同的兩項，对于峯寬的影响是迭加的。显然，它們与經典理論[7]及文献[10, 12]中所討論的机理是相应的。在下面討論中，分別称它們为横分支和縱分支。如果将(33)式中的結果代入(26)及(23)式中，只要考慮到 $\phi > 0$ ，那么在“半經典”的图象中将会导出定性上与文献[7]及[10, 12]完全相应的結果。当 $\phi = 0$ 时，縱分支将消失，此时所得結果将完全退化为文献[7]中的結果。由于(22)及(23)式相当复杂，因此对不同的量需要作出数量級的估計。由于晶場的作用与交換場的大小相差不多，因此对一般晶軸方向來說，为了进行粗略的估計，可以利用(33)式，即只考慮交換場就够了。对于某些特殊方向 ϑ_a 必須利用(30)及(31)式来估值。下面我們将对一些主要的實驗事實进行分析。

1. 低溫下共振場的“反常”峯值

在低温下(液氮温度以下)，基态的寿命是由吸收一个声子的过程决定的，而激发态对縱分支的貢獻与統計权重 ρ_n 成正比[參看(31)式]，因此在低温下，縱分支对共振場的貢獻总是和 $e^{-\beta\omega_{21}}$ 成正比。当 $\beta\omega_{21} \gg 1$ 时，共振場基本上与縱分支无关而完全由橫分支决定。可以証明，在希土鐵氧化物中 ($\lambda J_0 > H_0$)，当 $\omega_{nm} \gg \omega, \omega_{rnm}$ 时，(22)式 λ^4 項中含有 u_{11}'' 及 u_{12}'' 的項可以忽略不計。当 $\frac{\omega}{\omega_{nm}} > \phi^2$ 时， λ^4 項中含有 u_{12}' 的部分也可以忽略。对于含有微量希土离子的鐵氧化物來說 ($\lambda J_0 \ll H_0$)，不難証明只要 $\phi^2 \ll 1$ ，則(22)式中 λ^4 項均可以忽略不計。此外，由于含有 u_{22}' 的項是非共振型的，因此共振条件基本上可以由方程式

$$\omega - \gamma_B(H_0 + \lambda J_0) + \lambda^2 \gamma_B S_0 u_{11}' = 0 \quad (34)$$

决定。在不考慮晶場及弛豫效应时，(34) 式中的交換場 λJ_0 将完全为 λ^2 項中相应的項所抵消。

在含希土离子的鐵氧化物中，沿某些晶軸方向 ϑ_a ，希土离子的基态能級可能和激发态很接近^[18]，由(30)式及(26)式可以証明，沿这些方向 $\lambda u_{11}'$ 具有尖銳的极大值。根据(34)式，在固定频率 ω 下，共振場将在 ϑ_a 处出現峯值，其高度近似地与希土离子的浓度 N 成正比。

在温度升高时， ω_{rnm} 急剧增大，当 $\omega_{rnm} > \omega_{nm}$ 时， u_{11}' 的数值与个别两个能級接近与否关系不大，因此共振場反常峯值的高度将随温度上升而迅速下降^[19]。在含 0.1% Tb 的钇鐵氧化物中，在 78°K 时反常峯只保留了一些殘余，如图 3 所示。

当弛豫频率相对于 ω_{nm} 不能被忽略时，必須直接由(22)式来决定共振場，因此共振場反常峯值与温度的关系是非常复杂的。即使在低温下，(34) 式与文献[18]中的結果也是

不同的，在针对具体离子进行计算时必须注意到这一点。

2. 共振场随温度的变化及反常 γ_e 值

对含有微量稀土离子的钇铁氧体 $Y_{3-x}A_xFe_5O_{12}$ ($x \ll 1$) 来说，只有沿某些特殊晶轴方向 ϑ_a ，稀土离子对共振场才会有显著的影响。在一般方向上稀土离子的影响很小。下面我们进一步分析一下稀土离子含量很大时 ($x \sim 3$)，共振场随温度的变化。

当温度升高时，随着驰豫频率的增大，共振场将不仅由横分支决定，而且也与纵分支有关。在纵分支起显著作用以前，由(29)及(30)式可以看出，当 $\omega_{nm} \gg \omega$ 时，共振场随温度变化不大。

对于一般晶轴方向 ($\omega_{nm} \gg \omega$)，在低温下（或 $2\Delta\omega \ll \omega$ ），(22)式中最后一项可以忽略不计。当温度升高时，纵分支对 u''_{ik} 的贡献将起主要作用，此时 $u''_{11}u''_{22} \approx u''_{12}^2$ ，最后一项中两部分恰相抵消，因此(22)式可以化简为

$$(1 - \lambda^2 \nu_{11} u'_{11})(1 - \lambda^2 \nu_{22} u'_{22}) - \lambda^4 \nu_{11} \nu_{22} u'_{12}^2 = 0. \quad (35)$$

将(26)式代入(35)式，可以得出

$$\begin{aligned} & \left[1 - \lambda^2 \nu_{11} \chi'_+ - \frac{\phi^2}{2} \lambda^2 \nu_{11} (\chi'_{//} - \chi'_+) \right] \left[1 - \lambda^2 \nu_{22} \chi'_- - \frac{\phi^2}{2} \lambda^2 \nu_{22} (\chi'_{//} - \chi'_-) \right] - \\ & - \frac{\phi^4}{4} \lambda^4 \nu_{11} \nu_{22} (\chi'_{//} - \chi')^2 = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

在一般情况下，(36)式仍然相当复杂。为进行半定量的讨论，当 $\omega_{nm} \gg \omega, \omega_{rnm}$ 时，将横向弛豫频率对共振场的影响忽略，而将晶场的效应简单地看做只是使 $\phi > 0$ 。把(32)及(33)式代入(36)式，略去与 $\phi^2 \frac{\omega}{\gamma \lambda S_0}$ 同数量级的量，近似地取 $\phi^2 \chi' = \phi^2 \chi'_+$ ，经过化简后由(36)式可以得出共振条件为

$$\begin{aligned} & \omega^4 - \omega^2 [\lambda^2 (\gamma_B J_0 - \gamma_A S_0)^2 + 2(\gamma_B^2 J_0 - \gamma_A^2 S_0) H_0 + (\gamma_A^2 + \gamma_B^2) H_0^2 + 2p_0] + \\ & + \{ [\gamma_A \gamma_B \lambda (S_0 - J_0) H_0 - \gamma_A \gamma_B H_0^2 + p_0]^2 - p_0^2 \} = 0, \\ & p_0 = \frac{\phi^2}{2} \gamma_A \gamma_B \lambda^2 S_0 J_0 \frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_{r//}^2}. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (37)$$

如果忽略晶场的作用，则 $p_0 = 0$ ，(37)式将退化为经典结果^[22]；当 $\lambda |S_0 - J_0| \gg H_0$ 时，则可以得出

$$\begin{aligned} \omega_{01} &= \gamma_c H_0, \quad \gamma_c = \frac{J_0 - S_0}{\frac{J_0}{\gamma_A} - \frac{S_0}{\gamma_B}}, \\ \omega_{02} &= \lambda |S_0 - J_0| \frac{\gamma_A \gamma_B}{\gamma_c}. \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (38)$$

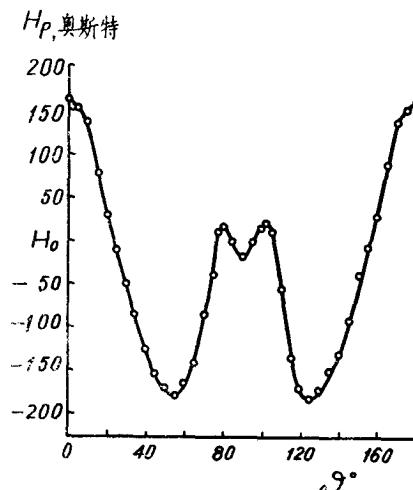


图3 在78°K含0.1% Tb的钇铁氧体的共振场 H_P 与角度的关系。 ϑ °代表在(110)平面内磁化方向与[001]方向之间的角度

ω_{01} 即通常观测到的铁磁支共振频率, ω_{02} 是交换支共振频率。

当晶场作用不能忽略时, 在 $\lambda|S_0 - J_0| \gg H_0$ 的条件下, (37)式可以化简为

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 + p^2 - (\gamma_e H_0 + p)^2 &= 0, \\ p &= \frac{p_0}{\lambda(\gamma_B S_0 - \gamma_A J_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

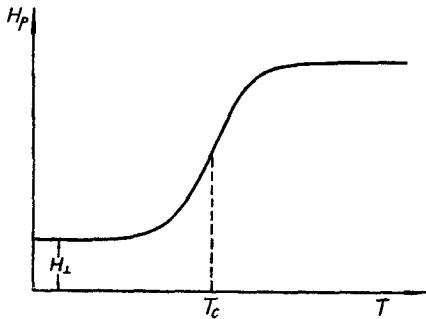


图4 $\omega_{nm} \gg \omega$ 时共振场 H_p 与温度的关系。 H_{\perp} ——横分支相应的共振场

当 $\omega_{r//} \gg \omega$ 时, $p \rightarrow 0$, 此时 ω 将趋近于 $\gamma_e H_0$ 。在固定频率下进行测量时, 在远离抵消点的温度范围内, 根据 (39) 式共振场与温度的关系在总的的趋势上将如图 4 所示。在锶铁氧体多晶体中类似于图 4 中的变化已经被观察到了^[23]。锶铁氧体在 7.6°K 有抵消点^[24], 在抵消点附近 $p \gg \gamma_e H_0$, $\omega_{r//} \ll \omega$, (39) 式可以进一步化简为 (不包括 $\lambda|S_0 - J_0| \leq H_0$ 的范围)。

$$H_0 = \frac{(S_0 - J_0)\omega^2}{\gamma_e^2 \lambda S_0 J_0 \phi^2}. \quad (40)$$

由此可见, 在抵消点附近, H_0 将迅速降低。这还有待于实验上进一步证实。

对于其他大多数希土铁氧体来说, 由于弛豫效应很强, 在足够高的温度下, 弛豫频率将远大于 ω_{nm} , 此时由(29)及(30)式, $\chi'_{\pm} \rightarrow \chi_0$, $u_{12} \rightarrow 0$, (22)式将退化为

$$1 - \frac{\lambda^2 \gamma_B S_0 \chi_0}{\gamma_B (H_0 + \lambda J_0) - \omega} = 0. \quad (41)$$

由此可以得出

$$\omega_{01} = \gamma'_e H_0, \quad \gamma'_e = \gamma_B \frac{|S_0 - J_0|}{S_0}. \quad (42)$$

(42)式与经典理论[7]中的结果完全一致。在这种极限情形下, 与(40)式的结果相反, 在抵消点附近 γ'_e 将趋于零。已有的实验结果在趋势上与由(42)式所预期的大致符合^[4-6], 其间量的差别显然是由于在推导(42)式时所作近似引起的。为了将实验结果和理论加以确切地比较, 必须从(22)及(29—31)式出发才是。应该强调指出, (39)式及(42)式是在两种不同的极限情况下得出的, 因而 γ'_e 在抵消点附近的变化趋势完全相反并不是不可理解的。

3. $\text{Y}_{3-x}\text{A}_x\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ($x \ll 1$) 的共振峰宽的各向异性及其与温度的关系

首先讨论一下含微量希土离子钇铁氧体的共振峰宽。由(21)式及(26)式可知, κ_{11} 表达式中含 u_{12}^2 的项与 ϕ^4 成正比; 当 $\phi^2 \ll 1$ 时, 与其他项相比, 这一项完全可以忽略不计。由(21)及(23)式峰宽将近似地由下式决定:

$$\left. \begin{aligned} 2\Delta\omega &= R_2 \lambda^2 v_{11} u''_{11}, \\ R_2 &= (1 - \lambda^2 v_{22} u'_{22}) R_1. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

在极低温下 (4°K 以下), 当 $\omega_{nm} \gg \omega$ 时, 由于统计因子 $e^{-\beta\omega_{21}}$ 很小, (43) 式中纵分支对峰宽的贡献可以忽略不计。低温下 ω_{rnm} 并不趋于零, 峰宽主要由横分支决定。此时 (43) 式可以化简为

$$2\Delta\omega = R_2 \lambda^2 \nu_{11} N \sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_m - \rho_n}{\omega_{nm}} \cdot \frac{\omega \omega_{rnm}}{(\omega_{nm} - \omega)^2 + \omega_{rnm}^2}. \quad (44)$$

在 $\text{Y}_{3-x}\text{A}_x\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ($\text{A} = \text{Pr}, \text{Sm}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}, \text{Yb}, x \ll 1$) 中, 沿某些晶轴方向 θ_a , 即低温下共振场反常峰出现的位置^[13], 最低两个能态十分接近, ω_{21} 与高场频率相差已不很悬殊。此时 $2\Delta\omega$ 近似地与 $\frac{\omega \omega_{r21}}{(\omega_{21} - \omega)^2 \omega_{21}}$ 成正比。原则上 ω_{r21} 本身也可能是各向异性的。但是由于横向弛豫过程中各种频率的声子都起作用, 此外根据已有的实验数据, 在 4.2°K 以下, 峰宽随温度的变化并不很大, 看来 ω_{r21} 与能级间距及温度之间的依赖关系不会很强。峰宽的各向异性反常基本上是由 ω_{21} 的各向异性决定的¹⁾。因此, 在这些方向 θ_a 上, 峰宽将在平滑的背景上出现极大值(参看图 1)。在较高的能级相互接近的方向, 只要统计因子不过于小, 也会观察到微弱的峰宽极大值。在不同频率下测量峰宽极大值的大小, 可以对理论结果的正确性加以判断。

当温度升高时, $\beta\omega_{21}$ 接近于 1(一般在 $10-20^\circ\text{K}$ 左右), 在较高的激发态上将有一定的分布数。当满足条件 $\omega_{nm} \gg \omega > \omega_{rnm}, \omega_{rn}$ 时, 横分支对峰宽的贡献近似地正比于 $|\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\omega \omega_{rnm}}{\omega_{nm}^3}$, 而由(23), (26)及(31)式可知, 纵分支的贡献与 $\frac{\phi^2}{2} \beta |\langle n | \mathbf{j}_z' | n \rangle|^2 \frac{\omega_{rn}}{\omega}$ 成正比。一般情况下, $|\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2$ 的数量级与 $|\langle n | \mathbf{j}_z' | n \rangle|^2$ 相差不多, 因此虽然一般 $\phi^2 \ll 1$, 但是只要 $\frac{\beta \phi^2 \omega_{nm}^3 \omega_{rn}}{\omega^2 \omega_{rnm}} \gg 1$, 峰宽将主要由纵分支所决定。此时(43)式可以近似地写成

$$2\Delta\omega = R_2 \phi^2 \lambda^2 \nu_{11} N \beta \sum_n |\langle n | \mathbf{j}_z' | n \rangle|^2 \rho_n \frac{\omega \omega_{rn}}{\omega^2 + \omega_{rn}^2}. \quad (45)$$

由此可见, 在一定温度 T_c 下, 当 $\omega_{rn} = \omega$ 时, 峰宽将出现极大值(参看图 5)。极值的高度基本上与频率无关, 但其出现的温度则随频率之增加而移向高温。这就是一般文献^[2]中所观察到的极大值。必须指出, 严格说来, 极大值的高度并不是与频率完全无关的。事实上, 当频率增高时, 极大值出现的温度升高; 由于(45)式中含有温度因子 β , 因此极值高度将随频率升高而略有下降^[2]。

当温度继续升高时, 弛豫频率将大于 ω_{nm} , ω'_{12} 趋近于零。由于此时 $\rho_m - \rho_n \sim \beta \rho_n \omega_{nm}$, 在 ω''_{11} 中横分支相应的项正比于 $\beta |\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2 \frac{\rho_n \omega}{\omega_{rnm}}$; 纵分支的贡献则与 $\beta |\langle n | \mathbf{j}_z' | n \rangle|^2 \frac{\rho_n \omega}{\omega_{rn}}$ 成正比。通常 $\frac{\omega_{rnm}}{\omega_{rn}} \phi^2 \ll 1$, 因此在高温下相对于横分支, 纵分支对峰宽的贡献又可以被忽略不计。由(43)式可以看出, 在一定温度 T_K 下, 当 $\omega_{rnm} \sim \omega_{nm}$ 时, 峰宽将出现第二个极大值。由(44)及(45)式可以看出, 在 T_K 及 T_c 出现的极大值高度之比为

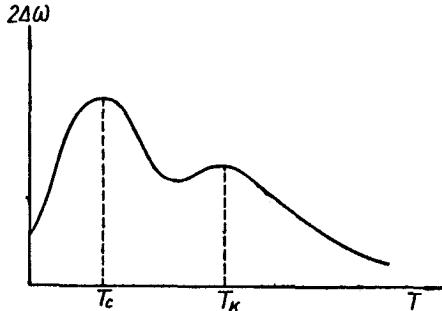


图 5 共振峰宽与温度的关系

1) 原则上, 矩阵元的数值也可能是各向异性的, 但是它们只可能给出比较平滑的变化, 而不可能有突然的起伏。

$$\frac{2\Delta\omega(T_\kappa)}{2\Delta\omega(T_c)} = \frac{T_c}{T_\kappa} \frac{|\langle n | \mathbf{j}'_+ | m \rangle|^2}{|\langle n | \mathbf{j}'_z | n \rangle|^2} \cdot \frac{\omega}{\phi^2 \omega_{nm}}. \quad (46)$$

由此可見,當 $\phi^2 \sim \frac{\omega}{\omega_{nm}}$ 時,這兩個極大值的高度便可以相比了。必須說明,由於高溫下在許多激發態上都有一定的分布數,而且與不同 nm 相應的 ω_{nm} 不同,因此根據(43)式,橫分支相應的峯值具有一定的分布;它們是由出現於不同溫度 $T_{\kappa 1}, T_{\kappa 2}, \dots$ 的一系列峯值迭加起來的,因此沿一般晶軸方向,實驗上很難觀察到明顯的極大值的出現。

在 $Y_{3-x}A_xFe_5O_{12}$ ($A = Pr, Sm, Tb, Dy, Ho$) 中,沿某些晶軸方向 ϑ_a 希土離子最低兩個能級很靠近,比值 $\frac{\omega}{\phi^2 \omega_{21}}$ 可能大於 1¹⁾;與此同時,其他比值 $\frac{\omega}{\phi^2 \omega_{nm}}$ ($m, n \approx 1, 2$) 則較小。此外相應於 $\omega_{21}(\vartheta_a)$ 的極大值出現的溫度 $T_{\kappa 1}$ 較其他比較微弱的極大值出現的溫度 $T_{\kappa 2}, \dots$ 要低許多,因此實驗中將可以比較容易地觀察到由 $\omega_{21}(\vartheta_a)$ 決定的峯寬極大值的出現(見圖 5)。在含有 0.01% Tb 的鈸鐵氧化物中,第二個峯值已被觀測到了^[16]。

應該指出,第二個極大值出現的溫度也可能低於 T_c 。沿某些特殊的晶軸方向 ϑ_a ,當高頻場的頻率很高時,有可能滿足條件 $|\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega| \ll \omega$ 。根據(43)式,在低溫下當 $\omega_{r21}(T_\kappa) = \omega_{21}(\vartheta_a) - \omega$ 時,峯寬具有尖銳的極大值。當溫度升高時,峯寬將急劇下降,縱分支逐漸起主要作用,在 $\omega_{rn}(T_c) = \omega$ 处應該出現相應於縱分支的極大值,如圖 6 所示。如果希土離子的能級在 ϑ_a 非常接近,以致於在 0°K 下 ω_{r21} 的數值已經大於 $\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega$,則由橫分支所決定的峯寬將在 0°K 具有最大值。隨著溫度的升高, ω_{r21} 快速增大,峯寬將急劇下降。當溫度繼續升高時,在 T_c 处也將出現相應於縱分支的極大值,如圖 7 所示。

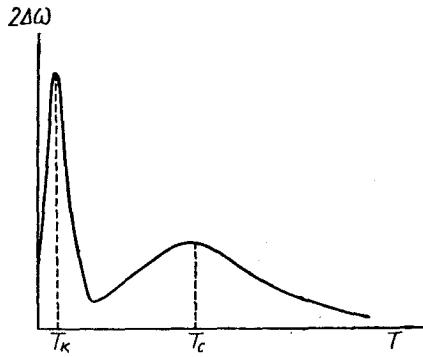


圖 6 滿足條件 $|\omega_{r21}(0)| < |\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega| < \omega$ 时,共振峯寬與溫度的關係

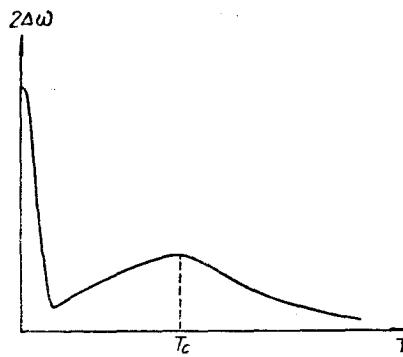


圖 7 滿足條件 $|\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega| < \omega_{r21}(0) < \omega$ 时,共振峯寬與溫度的關係

由(44)及(45)式不難看出, $2\Delta\omega(0)$ 與 $2\Delta\omega(T_c)$ 的比值約為 $\frac{kT_c}{\omega_{r21}(0) \sin^2 \phi}$ 。一般情況下 $\omega_{r21}(0)$ 遠小於 kT_c ,因此在極低溫下將觀察到非常寬的共振吸收曲線。在含 1.9% Yb 的鈸鐵氧化物中,在 10°K 以下觀察到的峯寬隨溫度降低而急劇上升^[25]很可能就是由上面討論的原因引起的。

由此可見,由橫分支所決定的峯寬極大值的高度及其出現的溫度 T_κ 完全取決於

1) 在能級互相接近的方向 ϑ_a ,由於晶場及交換場的作用互相“抵消”,因此 ϕ 可能相當大。嚴格說來,此時 ϕ^2 應該用 $\sin^2 \phi$ 來代替[見(25)式]。

$\omega_{21}(\vartheta_s) - \omega$ 的数值以及 ω_{r21} 随温度变化的快慢。只要 $\omega_{21}(\vartheta_s)$ 与 ω 相差不多，在不同频率下进行测量时，将可以观察到极大值的高度随 $\omega_{21}(\vartheta_s) - \omega$ 之增高而降低，其出现的温度 T_* 则移向高温。有趣的是，在特定的频率 ω 下，由纵横两分支所决定的两个峰宽极大值将合而为一。

此外，沿某些晶轴方向，峰宽与温度的关系中也可能出现在总的趋势上与图 5—7 不同的变化。如果 ω_{r21} 在 $T \rightarrow 0^\circ\text{K}$ 时具有较高的数值，而 ω_{rn} 随温度升高而急剧增大，那么纵分支相应的峰宽极大值有可能根本来不及显现即为横分支所淹没。在文献[26]中所观察到的现象可能就是这种原因引起的。

4. 希土石榴石型铁氧体 $\text{Y}_{3-x}\text{A}_x\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ($x \sim 3$) 的共振峰宽及“抵消效应”

当希土离子含量很大 ($J_0 \sim S_0$) 而其磁化方向与 z 轴偏离又较远时 ($\phi^2 \sim \frac{H_0}{\lambda S_0}$), (21)

式中 κ_{11} 表达式里含 u_{12}^2 的项在一般情况下不能被忽略。此时讨论峰宽必须直接由(23)式出发。

在极低温度下，由于因子 $e^{-\beta\omega_{21}}$ 很小，纵分支贡献可以忽略；在一般方向上 ($\omega_{nm} \gg \omega$)，只要 ϕ^2 不大（即只要求 $\phi^4 \ll \frac{H_0}{\lambda S_0}$ ），(23)式中含 u_{12} 的项仍可以忽略不计，因此峰宽表达式为

$$2\Delta\omega = R_1[(1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11})\lambda^2\nu_{22}\chi''_- + (1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22})\lambda^2\nu_{11}\chi''_+]. \quad (47)$$

如果把(19)式中 D 的表达式适当地加以运算，写成通常的形式 $(\omega - \omega_{01})^2 + \Gamma_1^2$ ，则可以定出(47)式中 R_1 的具体表达式。在一般情况下，其形式十分复杂。对于低频支共振来说，如果在计算共振频率时忽略横向弛豫效应，同时将晶场的作用简单地归结为 $\phi > 0$ ，则在 $\lambda|S_0 - J_0| \gg H_0$ 时，令 $\gamma_A = \gamma_B = \gamma$ ，近似地可以得出

$$R_1 = \frac{[\gamma^2(\lambda S_0 - H_0)^2 - \omega^2][\gamma^2(\lambda J_0 + H_0)^2 - \omega^2]}{\gamma^2\lambda^2(S_0 - J_0)^2[\omega + \sqrt{(\gamma H_0 + p)^2 - p^2}]}, \quad (48)$$

其中 $\gamma\lambda(S_0 - J_0)$ 即交换支共振频率。

此外，在(47)式中的因子 $(1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11})$ 及 $(1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22})$ 在一般情况下可以近似地表达成下面的形式：

$$\left. \begin{aligned} 1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11} &= \frac{(\omega - \gamma H_0)\gamma\lambda(S_0 - J_0) + \frac{\phi^2}{2}\lambda^2S_0J_0\frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_{//}^2}}{[\gamma(\lambda J_0 + H_0) - \omega][\gamma(\lambda S_0 - H_0) + \omega]}, \\ 1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22} &= \frac{(\omega + \gamma H_0)\gamma\lambda(S_0 - J_0) + \frac{\phi^2}{2}\lambda^2S_0J_0\frac{\omega^2}{\omega^2 + \omega_{//}^2}}{[\gamma(\lambda J_0 + H_0) + \omega][\gamma(\lambda S_0 - H_0) - \omega]}. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

在低温下 $\omega_{//}$ 相对于 ω 自然可以忽略不计。

由于 χ''_+ 与 χ''_- 性质上相同，因此与希土离子含量很小的情况 ($x \ll 1$) 一样，在希土离子最低两个能级互相靠近的方向 ϑ_s 处，峰宽各向异性中将出现峰值。应该指出，这里 R_1 ， $(1 - \lambda^2\nu_{11}u'_{11})$ 以及 $(1 - \lambda^2\nu_{22}u'_{22})$ 都是能级间距 ω_{nm} 的函数，但是它们并不影响上面所作的定性的结论，因为 χ''_+ 和 χ''_- 本身是与 ω_{nm}^3 成反比的。

当温度升高时（一般只要在 10°K 以上），纵分支的贡献将起主要作用，此时 $u''_{11} = u''_{22} =$

$= u''_{12} = \frac{\phi^2}{2} \chi''_{//}$, 将(26)式代入(22)式及(23)式后, 经过适当的运算, 可以得出峯寬的表达式如下:

$$2\Delta\omega = \frac{R_1}{2} \cdot \frac{(1 - \lambda^2 \nu_{22} \chi'_{-})^2}{(1 - \lambda^2 \nu_{22} u'_{22})} \phi^2 \lambda^2 \nu_{11} \chi''_{//}. \quad (50)$$

在仔细讨论峯寬与温度和频率的关系以前, 应该说明, 这里与 $x \ll 1$ 的情形不同, R_1 , $(1 - \lambda^2 \nu_{22} \chi'_{-})$ 以及 $(1 - \lambda^2 \nu_{22} u'_{22})$ 和上面提到的参量之间的关系也必须考虑进去。不难证明, 如果将其中与 $\omega_{//}$ 及 ω 有关的部分抽出来, 则除 $\chi''_{//}$ 以外, 峰寬还与函数

$$f(q) = \frac{(1 + \sqrt{1 + q^2} - q)^2}{1 + \sqrt{1 + q^2}}, \quad q = \frac{p}{\omega} \quad (51)$$

成正比。 $f(q)$ 与 q 之间的关系如图 8 所示。根据(51)式及(39)式当温度升高时, q 减小, $f(q)$ 将趋向其极限值 2。因此不难看出, 峰寬极大值出现的温度一般說來比由条件 $\omega_{rn}(T_c) = \omega$ 定出的温度 T_c 要高一些。

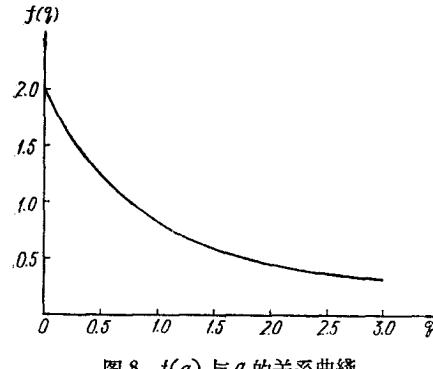


图 8 $f(q)$ 与 q 的关系曲线

很有兴趣地指出, 根据(50)及(51)式, 此时峰寬极大值的高度 $2\Delta\omega_M$ 与频率之間可以有相当强的依赖关系。只有当 $q \ll 1$, 即晶場及交換作用各向异性很弱时, 才与 $x \ll 1$ 的情形一样, 随着频率的增高, $2\Delta\omega_M$ 略有下降。这是由于 $f(q)$ 所引起的使 $2\Delta\omega_M$ 增高的趋向可能比温度因子 β 引起的相反的趋向要小。当晶場或交換作用的各向异

性較強时, 在一般实验中所用的频率 ω 下, 参量 q 接近或大于 1。因此温度因子 β 的效应将完全为 $f(q)$ 所引起的相反的效应所湮沒。换句話說, 当频率升高时, $2\Delta\omega_M$ 的数值将显著上升。事实上, ϕ 愈大, $2\Delta\omega_M$ 的频率依赖关系也就愈強。

当温度繼續上升后, $\omega_{nm} \sim \omega_{nm}$ 时, 橫分支对峯寬又将起主要作用, 此时可以近似地取 $u_{12} = 0$ 。峯寬将由(47)式决定。由于 R_1 及(49)式中的因子在远离抵消点的温度都具有一定的数值, 因此沿某些特殊的晶軸方向 ϑ_a , 在 $2\Delta\omega$ 与温度的关系曲线上仍将观察到第二个极大值。与 $x \ll 1$ 的情况不同之处在于此时峯寬极大值的高度与频率之間的关系不再是线性的, 必須由(47)式重新討論。

由横分支所决定的峯寬极大值也可能出现在較 T_c 低的温度下。与 $x \ll 1$ 的情形相似, 当满足条件 $|\omega_{21}(\vartheta_a) - \omega| \ll \omega$ 时, 根据(47)式由 χ''_{+} 决定的峯寬与温度的变化在趋势上与图 6(a) 及图 6(b) 中所表示的完全相似。必須指出, 与 $x \ll 1$ 的情形不同, 此时 χ''_{-} 对峯寬的貢献不能忽略不計。根据(47)式及(49)式, 当 $\phi^2 > \frac{H_0}{\lambda S_0}$ 时, 在較高的温度下还将出現由 χ''_{-} 决定的另一个峯寬的极大值。一般情况下后者出現的温度与由纵分支决定的极大值出現的温度 T_c 可能比較接近, 实驗上覈測到的将是这两者的迭加。

当 $x \sim 3$ 时, 在一些鐵氧体中存在有抵消点^[20]。实驗上很早就发现, 在具有抵消点 T_0 的鐵氧体中, 峰寬在 T_0 附近显著上升^[6, 27]。由于在 T_0 附近亚鐵磁体的行为类似于反鐵磁体, 因此峯寬的上升很难用磁矩的热涨落来加以解释。

在 T_0 附近，除去(49)式中给出的因子外，在(23)式里方括弧中其他的项与 $S_0 - J_0$ 无关。因此在 $\phi^2 \geq \frac{H_0}{\lambda S_0}$ 的条件下，峰宽与 $S_0 - J_0$ 的关系主要由 R_1 所决定。

在镍铁氧体的情形，由于其抵消点在 7.6°K ^[24]，此时 u_{11}'' 中横分支可能起主要作用。峰宽将由(47)式决定。由其共振场随温度的变化趋势^[23]来估计， $\phi^2 > \frac{H_0}{\lambda S_0}$ 。由(47)–(49)式可知，在 T_0 附近，如上所述，峰宽随 $S_0 - J_0$ 的变化将由 R_1 来决定。由于其共振场与 $S_0 - J_0$ 成正比[见(40)式]，因此当频率固定而以磁场为度量测量峰宽时， $2\Delta H$ 近似地与 $|S_0 - J_0|$ 成反比。这还有待于实验上的证实。

一个特殊情况是钆铁氧体。由于钆离子基态的轨道角动量等于零，因此晶场的效果很微弱($\phi^2 \ll \frac{H_0}{\lambda S_0}$)。(48)、(49)式中的 ϕ^2 项都可以忽略不计。由(23)式，峰宽 $2\Delta\omega$ 将近似地与 $S_0 - J_0$ 成反比。在不是很靠近抵消点的温度($\lambda|S_0 - J_0| > H_0$)，由(39)式可知其有效旋磁比近似地等于 γ_e ，基本上与 $S_0 - J_0$ 无关，因此峰宽 $2\Delta H$ 也与 $(S_0 - J_0)$ 成反比。上述结论与已有的实验数据^[27]在趋势上是一致的。

对于其他希土铁氧体，由于在抵消点附近横向弛豫频率很高， R_1 的具体形式必须重新加以计算。在高温近似下，即取 $\chi'_\pm \rightarrow \chi_0$ ， $u_{12} \rightarrow 0$ ，此时横分支起主要作用，由(22)及(23)式可得

$$R_1 = \frac{2[\gamma^2(H_0 + \lambda J_0)^2 - \omega^2]}{\omega + \frac{S_0 - J_0}{S_0} \gamma H_0}. \quad (52)$$

利用相应的共振条件(42)式，不难论证， $2\Delta\omega$ 及 $2\Delta H$ 都与 $S_0 - J_0$ 成反比。

必须强调，以上讨论所得结论只适用于 $\lambda|S_0 - J_0| > H_0$ 的温度范围。换句话说，在希土铁氧体的情形，在3厘米波段进行测量时，要求 $|S_0 - J_0|$ 不低于10高斯。当 $|S_0 - J_0| \leq H_0$ 时，有效旋磁比及峰宽的急剧上升需要重新讨论。此时由于相对于其他因素， $\lambda|S_0 - J_0|$ 项已不起决定性的作用，某些次要原因，如磁各向异性场^[28]或 γ_A 与 γ_B 之间的差别都可能引起有效旋磁比在接近抵消点时急剧上升。这些问题不属于本文讨论的范围。

总之，在远离抵消点的温度，只有当晶场及交换作用的各向异性较弱时，希土铁氧体 $\text{Y}_{3-x}\text{A}_x\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ($x \sim 3$) 的峰宽才定性上与 $x \ll 1$ 的情形相似。随着 ϕ 角的增大，峰宽与频率的关系将变得相当复杂，必须针对具体情况重新加以讨论。接近抵消点时，必须考虑“抵消”效应。上述讨论表明，抵消点附近峰宽的上升并非由于其他新的弛豫机理引起的，而单纯是由交换耦合系统本身的性质决定的。

5. 不同希土离子对共振峰宽的影响

当钆铁氧体中含有多种希土离子时（或同一种离子处于不同晶位上），相应的关联函数 u_{ik} 是不同的。系统总磁化率的表达式将变得很复杂。可以证明，只要不考虑希土离子彼此间的交互作用， D 的表达式里[见(19)式]并不出现不同离子关联函数的乘积，因此不同离子对共振的影响是“独立”的。由于峰宽和 u_{ik} 的虚部之间的关系是线性的，因此从质的方面来看，不同希土离子对峰宽的影响是“迭加”的。从量的方面来看，由(21–23)

式不难看出, 它們对峯寬的貢獻并不是严格迭加的。

在推导(23)式时, 曾經假定鉄离子的弛豫頻率為零。一般情况下, 由于自旋波散射或自旋晶格交互作用等, ν_{ii} 的虛部并不等于零, 这时需要由(21)式重新推导峯寬的表达式。显然, 其中将出現 ν''_{ii} 及 u''_{ik} 的乘积, 因此一致进动自旋波本身的弛豫与通过希土离子产生的弛豫不是独立的。它們对峯寬的貢獻不能简单地迭加。利用表面处理的方法使含有希土离子的鉄氧化物单晶样品的表面上产生宏观非均匀性^[29]; 处理前后沿不同晶軸方向測量峯寬与温度的关系, 所得实验結果証实了上述結論^[30]。

順便指出, 当希土离子含量很低时 ($J_0 \ll S_0$), 由(43)式, $R_1 \simeq R_2$, 根据(32)及(48)式, $R_2\nu_{11} \simeq \gamma S_0$ 。由(30), (31)及(43)式可以看出, 此时峯寬与希土离子浓度 N 成正比。当希土离子浓度較高时, 線性关系不复成立, 必須由(48)式具体加以計算。

最后需要強調指出, 以上对峯寬的所有討論, 严格說来, 只适用于 $2\Delta\omega \ll \omega$ 的情况。在希土离子含量較大时, “峯寬” $2\Delta\omega$ 的数值往往可以达到甚至超过共振頻率, 此时需要針對不同情况, 具体地加以討論。

四、討 論

1. 許多事实表明, 在仅仅涉及磁矩进动的过程中, 即只存在等距劈裂的磁能級时, 不少低功率下及部分高功率下的共振現象^[31], 都可以用經典的唯象方程正确地加以描述。希土离子在鉄氧化物中所受晶場的作用与交換場的作用相差不多; 如果将晶場的作用看作是使 \vec{J}_0 与 $-z$ 軸偏离一个角度, 那么利用經典方程只能得出在定性方面基本上正确的結果。利用量子力学的方法正确处理晶場的作用以后, 所得結果与經典結果不仅有量的區別, 而且也有質的不同。例如在低温下出現的共振場及峯寬的反常峯用經典理論原則上是不可能加以解释的。因此在利用經典方程討論共振現象时, 必須注意到它的局限性。为了了解不同希土离子对鉄磁共振性质的影响 (可以有数量級上的差別), 必須具体討論希土离子的能級結構, 应用量子理論加以处理。本文中所使用的关联函数的方法^[19]是一个非常方便而有效的工具。問題中所涉及的參量都包含在相应的关联函数中, 因此原則上都可以确切地加以計算。

2. 本文的理論計算不是彻底的量子理論, 因为在計算关联函数时虽然考慮了离子的能級結構, 但是对弛豫過程的处理只是唯象地引入了弛豫頻率 ω_{rnm} 及 ω_{rn} 。从非平衡态一般理論的角度来看, 这样作是不严格的。但是可以确信, 利用这种处理方法所得的結果正确地反映了系統的弛豫現象中最本质的方面。当 $\omega_{rnm}, \omega_{rn} \rightarrow \infty$ 时, 按照(30)及(31)式, 相應的磁化率表达式退化为希土离子的靜态磁化率¹⁾, 从物理上看, 这是合理的; 另一方面, 如果忽略晶場的作用, 則所有結果将完全退化为經典表达式^[7], 从理論上来看这是

1) 如果我們直接将

$$\chi_+ = i \int_0^\infty \text{Sp} \rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}'_+(\tau), \mathbf{J}'_-] e^{-i\omega\tau} d\tau$$

对本征态 $|m\rangle, |n\rangle$ 展开并引入弛豫因子 $e^{-\omega_{rnm}t}$, 則将得出 $\sum_{n \neq m} |\langle n | \mathbf{J}'_+ | m \rangle|^2 (\rho_n - \rho_m) \frac{1}{(\omega_{rnm} - \omega) - i\omega_{rnm}}$ 。这个式子与假定經典方程里弛豫項中的 \vec{J} 改用 \vec{J}_0 代替以后求解所得的結果是相当的。当 $\omega_{rnm} \rightarrow \infty$ 时, χ_+ 趋于零而非 χ_0 , 从物理上来看, 这是不合理的。

自洽的。

3. 由于在希土铁氧体中存在很强的交换场，看来已有的希土离子顺磁弛豫理论不能简单地被用到现在的状况。由于能级间距很大，从形式上看，顺磁弛豫理论中利用高温展开得到的弛豫频率与温度的关系也是不适用的。在较高温度($T > T_c$)下，交换能的“涨落”比较大，这时交换作用的涨落可以直接引起希土离子的弛豫，这种过程通常用“塞曼能”系统与“交换能”系统之间发生能量交换来理解。随着温度的升高，这种过程可能变得相当重要。根据文献[32]的结果，弛豫频率与能级间距的关系是指数型的($e^{-\omega_{21}^2/\delta^2}$ ， δ 是与交换作用有关的参数)。由于在高温下峰宽与弛豫频率成反比，因此在 $\omega_{21}(9)$ 出现极小的方向峰宽将具有极小值。实验中在低温共振场反常方向上观察到峰宽的极小值^[15](参看图1)，可能就是由于这种弛豫过程所引起的。利用一般希土离子顺磁弛豫理论的结果来解释这种现象是不可能的。事实上高温下当弛豫频率很高($\omega_{rnm} \sim \omega_{nm}$)，能级“宽度”已和能级间距接近时，先把系统看作有严格能级结构，然后来讨论在其间的跃迁过程是没有确切意义的。有关强弛豫的问题需要从原则上重新加以处理。

4. 将本文中所用处理耦合系统的方法略加推广，原则上适用于任何强耦合系统中的线性过程，包括反铁磁共振。由以上所得结果不难推断出交换支共振的一切性质，如果将(21)式中磁化率的分母写成标准形式 $(\omega - \omega_{02})^2 + \Gamma_2^2$ ，立时可以得出交换支峰宽的表达式。

在本文的讨论中要求离子的总角动量是“好”的量子数，对于自旋轨道耦合很强的希土离子来说，这种要求是成立的。在尖晶石铁氧体的情况下，由于过渡族离子的自旋轨道耦合一般比晶场弱，上述前提并不成立。但是只要略加推广，本文中所得的结果对含有高弛豫频率离子的尖晶石铁氧体来说也是完全适用的。严格的理论分析将在今后详细探讨。很有趣的是，在含有 Co^{2+} 的锰铁氧体中，在低温下出现共振场反常极大值的方向(可能即 Co^{2+} 离子能级接近的位置)也观察到了峰宽的极值^[26]。相应于这些方向，在共振峰宽与温度的关系曲线上，在较高的温度下，也观察到了类似于由横分支决定的第二个峰值的凸起部分^[26]。

5. 在整个计算中，为了讨论上的方便，没有考虑铁离子晶格的磁各向异性。在含有微量希土离子的钇铁氧体的情形，为了讨论磁各向异性对共振的影响，可以在哈密顿量中[见(1)式]加入铁离子晶格的磁各向异性哈密顿量。此时，关联函数 v_{ii} 中将包含有宏观的磁各向异性能常数。可以证明，利用现在的方法直接计算 v_{ii} ，在相应的表达式中，磁场将被包含有磁各向异性能常数的有效场^[33]所代替。因此在实验中观测到的共振场的反常峰，一般总是迭加在为磁各向异性所决定的共振场的背景上(参看图1)。

五、结 论

1. 本文利用久保的理论结果^[19]，讨论了希土离子对铁磁共振的影响。给出了交换耦合系统磁化率张量的一般表达式，全面地分析了纵、横两分支对共振的影响，统一地解释了有关共振场反常峰；反常 γ_e 值；峰宽各向异性以及在共振场出现反常峰的方向上相应的共振峰宽与温度关系曲线上出现双峰等主要实验事实。

2. 利用推导出的理论结果，在低温下研究共振场和峰宽的各向异性，可以帮助我们确

定希土离子在钇铁氧体中的晶场参数及能谱结构，从而使我們对不同希土离子在铁磁共振中的作用有更清楚的了解。为了解释在低温下共振峰宽极大值的劈裂（见图1），必須对 Tb 离子在不同晶位的能谱进行更詳細的計算。

3. 从共振性质来看，在 $Y_{3-x}A_xFe_5O_{12}$ ($A = Pr, Nd, Sm, Tb, Dy, Ho, Er$) 中，当沿某些晶轴方向（低温下共振场出現反常峰的方向）測量时，共振峰宽与温度的关系曲线上一般應該觀察到分別由纵分支及横分支决定的两个极大值。在含有 Ce 及 Tm 的钇铁氧体中，只可能有一个由纵分支所决定的极大值。对于 Eu 离子來說，由于它的基态相应的总角动量等于零，因此其共振性质将由高激发态来决定。在不同温度下对峰宽的各向异性加以研究，对了解 Eu 的能谱有重要意义。 $Yb_3Fe_5O_{12}$ 在低温 7.6°K 具有抵消点^[24]。因此在抵消点附近将觀察到共振场的下降和峰宽的显著上升（抵消效应）。由于 Yb 离子的弛豫频率較 Tb, Ho 等离子的弛豫频率小一到两个数量級，因此，相应于纵分支的峰宽极大值出現的温度 T_c 比較高；在此温度下可以觀察到由纵分支决定的共振场随温度的急剧变化，由此可以对希土离子量子化軸的偏轉角 ϕ 作出定量的估計。对上述离子的不同特点进行研究，可以对理論的正确性作出全面的判断，从而使我們对希土离子在铁磁共振中的作用有更深入的了解。

4. 为了使理論結果能和高温下所得的實驗数据进行比較，必須进一步研究強弛豫下关联函数的性质。这一类問題的解决，对建立严格的铁磁共振量子理論有重要的意义。

在工作的过程中，曾和郝柏林、許政一、于渌、李国栋、郑庆祺等同志进行过有益的討論，作者特致以謝意。

附 录 1

假定交換作用是各向异性的，取交換作用哈密頓的形式为

$$\mathcal{H}_{ex} = \vec{S} \cdot \vec{\lambda} \cdot \vec{J}, \quad (1.1)$$

与文中的討論一样，把 $\vec{S} \cdot \vec{\lambda} \cdot \vec{J}_0$ 及 $\vec{S}_0 \cdot \vec{\lambda} \cdot \vec{J}$ 并入 \mathcal{H}_0 中，而将 $\Delta\vec{S} \cdot \vec{\lambda} \cdot \Delta\vec{J}$ 当作微扰哈密頓 \mathbf{W} 的一部分，则在以 $L_x + iL_y, L_x - iL_y, L_z$ 为分量的坐标系中，在正頻交变場的作用下，相应于方程式(12)–(15)，类似地可以得出

$$\begin{aligned} \Delta J_i(\omega) &= \sum_k u_{ik} h_k - \sum_{l,k} u_{il} \lambda_{lk} \Delta S_k(\omega), \\ \Delta S_i(\omega) &= \sum_k v_{ik} h_k - \sum_{l,k} v_{il} \lambda_{lk} \Delta J_k(\omega). \end{aligned} \quad (1.2)$$

由于 $v_{ik} = 0$ ($i \neq k$), $v_{33} = 0$ ，可以直接求出决定共振场及峰宽的行列式如下：

$$\begin{aligned} D = 1 &- v_{11} \lambda_{11} \sum_i u_{1i} \lambda_{i1} - v_{22} \lambda_{21} \sum_i u_{1i} \lambda_{i2} - \\ &- v_{22} \lambda_{22} \sum_i u_{2i} \lambda_{i2} - v_{11} \lambda_{12} \sum_i u_{2i} \lambda_{i1} - \\ &- v_{22} \lambda_{23} \sum_i u_{3i} \lambda_{i2} - v_{11} \lambda_{13} \sum_i u_{3i} \lambda_{i1} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \nu_{11} \nu_{22} \left\{ (\lambda_{11} \lambda_{22} - \lambda_{12}^2) \left| \begin{array}{l} \sum_i u_{1i} \lambda_{i1} \sum_i u_{1i} \lambda_{i2} \\ \sum_i u_{2i} \lambda_{i1} \sum_i u_{2i} \lambda_{i2} \end{array} \right| - \right. \right. \\
& - (\lambda_{13} \lambda_{21} - \lambda_{11} \lambda_{23}) \left| \begin{array}{l} \sum_i u_{1i} \lambda_{i1} \sum_i u_{1i} \lambda_{i2} \\ \sum_i u_{3i} \lambda_{i1} \sum_i u_{3i} \lambda_{i2} \end{array} \right| + \\
& \left. \left. + (\lambda_{12} \lambda_{23} - \lambda_{22} \lambda_{13}) \left| \begin{array}{l} \sum_i u_{2i} \lambda_{i1} \sum_i u_{2i} \lambda_{i2} \\ \sum_i u_{3i} \lambda_{i1} \sum_i u_{3i} \lambda_{i2} \end{array} \right| \right\} \right\}. \quad (1.3)
\end{aligned}$$

由(1.3)可以看出,由于希土离子量子化方向偏离 z 轴(由晶场及交换场的作用情况决定),在 u_{11} , u_{12} , u_{22} 中将出现纵分支。此外,通过表征交换作用各向异性的参数 λ_{31} , λ_{32} 等,纵分支也将直接出现在峰宽的表达式中。(1.3)式中第二项至第七项中只包含 u_{ik} 的一次项,最后三项中只包含 u_{ik} 的二次项,整个结构与(19)式是一致的,只要 $\phi^2 \ll 1$, λ_{31} , $\lambda_{32} \ll \lambda_{11}$,由(1.3)式所得结果,特别对于峰宽来说,在定性方面与文中所讨论的基本相同。

附录 2

我們分析一下在本文第二部分中所作切斷近似引入的誤差,即估計一下

$$\begin{aligned}
& \lambda \int_0^\infty \text{Sp} \rho_1(t) [\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \mathbf{J}_-] \Delta \mathbf{S}_+ e^{-i\omega\tau} d\tau \simeq \\
& \simeq \lambda \int_0^\infty \text{Sp} \rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau), \mathbf{J}_-] \text{Sp} \rho_1(t) \Delta \mathbf{S}_+ e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.1)
\end{aligned}$$

准确的程度。为此只需要计算一下切断前后并分别再迭代一次以后两项之间的差别。在(2.1)式右方,即 $\lambda u_{11} \Delta S_+(\omega)$,由(16)式 $\Delta S_+(\omega)$ 中与 ΔJ_+ 有关的部分为 $\lambda \nu_{11} \Delta J_+(\omega)$,因此,经过一次迭代后,(2.1)右方即为

$$\lambda^2 u_{11} \nu_{11} \Delta J_+(\omega), \quad (2.2)$$

如果将 $\rho_1(t)$ [见(9)式]代入(2.1)的左方,并只取 \mathbf{W} 中 $\lambda \Delta \mathbf{S}_- \Delta \mathbf{J}_+$ 项,则其表达式为

$$\begin{aligned}
& -\lambda^2 \int_0^\infty d\tau_1 \int_0^\infty \text{Sp} \left[[\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau_1), \mathbf{J}_-](t - \tau_2) \Delta \tilde{\mathbf{S}}_+(t - \tau_2), \Delta \mathbf{S}_- \Delta \mathbf{J}_+ \right] \times \\
& \times \left(\rho_0 + \rho_1(\tau_2) \right) e^{-i\omega\tau_1} d\tau_2, \quad (2.3)
\end{aligned}$$

式中 $[\mathbf{A}, \mathbf{B}](t) = e^{i\omega_0 t} [\mathbf{A}, \mathbf{B}] e^{-i\omega_0 t}$ 。对(2.3)式再作切断近似,积分号内的表达式可以被写成

$$\begin{aligned}
& \text{Sp} \rho_1(\tau_2) \left[[\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau_1), \mathbf{J}_-](t - \tau_2), \Delta \mathbf{J}_+ \right] \text{Sp} \rho_0 \Delta \mathbf{S}_- \Delta \tilde{\mathbf{S}}_+(t - \tau_2) + \\
& + \text{Sp} \rho_1(\tau_2) [\tilde{\mathbf{J}}_+(\tau_1), \mathbf{J}_-](t - \tau_2) \Delta \mathbf{J}_+ \text{Sp} \rho_0 [\Delta \tilde{\mathbf{S}}_+(t - \tau_2), \Delta \mathbf{S}_-]. \quad (2.4)
\end{aligned}$$

不难证明,只要近似地满足关系式

$$\text{Sp} \rho_1(t) [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)] \Delta \mathbf{J}_+ \simeq \text{Sp} \rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)] \text{Sp} \rho_1(t) \Delta \mathbf{J}_+, \quad (2.5)$$

则(2.4)中第一项将等于零,而(2.3)式将与(2.2)式完全相同。由此可見,为估計(2.1)式的

誤差，只需要計算一下上面对 $\Delta\mathbf{J}$ 所作切斷近似引入的誤差即可。为此需要对 $\text{Sp}\rho_1(t) \times [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)]\Delta\mathbf{J}_+$ 中的 $\rho_1(t)$ 再迭代一次，并对 $\Delta\mathbf{J}$ 与 $\Delta\mathbf{S}$ 部分作切斷近似，可以得出

$$\begin{aligned} & -i\lambda \int_0^\infty \text{Sp} \left[[\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)](t_3) \Delta\tilde{\mathbf{J}}_+(t_3), \Delta\mathbf{J}_- \right] \Delta\mathbf{S}_+ \rho_1(t) e^{-i\omega t_3} dt_3 = \\ & = -i\lambda \int_0^\infty \text{Sp} \left[[\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)](t_3) \Delta\tilde{\mathbf{J}}_+(t_3), \Delta\mathbf{J}_- \right] \rho_0 e^{-i\omega t_3} dt_3 \text{Sp}\rho_1(t) \Delta\mathbf{S}_+. \end{aligned} \quad (2.6)$$

(2.6)式中积分号内的部分可以写成

$$\begin{aligned} & \text{Sp}\rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)](t_3) [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_3), \mathbf{J}_-] + \\ & + \text{Sp}\rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)](t_3), \Delta\mathbf{J}_- \right] \Delta\tilde{\mathbf{J}}_+(t_3). \end{aligned} \quad (2.7)$$

对磁能級系統來說， $\tilde{\mathbf{J}}_+(t) = \mathbf{J}_+ e^{i\omega t}$ 。如果对弛豫的处理采取与文中相同的近似方法，即引入因子 $e^{-\omega r t}$ ，則立刻可看出 (2.7) 式中第二項比第一項約小 N 倍， N 是单位体积中希土离子数。将(2.5)式右方也再迭代一次，則不难看出，与 $\Delta\mathbf{J}$ 相关的部分为 $\text{Sp}\rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_1), \tilde{\mathbf{J}}_-(t_2)] \text{Sp}\rho_0 [\tilde{\mathbf{J}}_+(t_3), \mathbf{J}_-]$ 。它与(2.7)式之差为 $\text{Sp}\rho_0 \mathbf{J}_z^2 - (\text{Sp}\rho_0 \mathbf{J}_z)^2$ ，因而在整个計算中所作切斷近似引入的誤差与 J_z 的涨落成正比。在远离居里点的温度，这种近似是成立的。在考慮晶場作用以后，对誤差所作估計在数量級上不会与上述結果有所区别。

参 考 文 献

- [1] LeCraw, R. C., Spencer, E. G., *J. Phys. Soc. Japan*, **17** (1962), B-1, 401S.
- [2] Dillon, J. F., *Phys. Rev.*, **127** (1962), 1495.
- [3] Schrömann, E., Green, J. J., Milano, V., *J. A. P.*, **31** (1960), 386S.
- [4] Rodrigue, C. P., Pippin, I. E., Wolf, W. P., Hogan, C. L., *Trans. I.R.E.*, MTT-6 (1958), 83.
- [5] Miyadai, T., Takata, H., Schichijo, Y., Tsuya, N., *J. Phys. Soc. Japan*, **15** (1960), 1354.
- [6] Miyadai, T., *J. Phys. Soc. Japan*, **17** (1962), 1899.
- [7] Kittel, C., *Phys. Rev.*, **115** (1959), 1587.
- [8] De-Gennes, P. G., Kittel, C., Portis, A. M., *Phys. Rev.*, **116** (1959), 323.
- [9] Clogston, A. M., *B. S. T. J.*, **34** (1955), 739.
- [10] Teale, R. W., Tweedale, K., *Phys. Rev. Letters*, **1** (1962), 298.
- [11] Morin, F. J., Geballe, T. H., *Phys. Rev.*, **99** (1955), 467.
- [12] Van-Vleck, J. H., Orbach, R., *Phys. Rev. Letters*, **11** (1963), 65.
- [13] Dillon, J. F., Nielson, J. W., *Phys. Rev.*, **120** (1960), 105.
- [14] Мэн Сянь-чженъ (孟宪振), Старобинец, С. С., Гуревич, А. Г., *ФИТ*, 4(1962), 1060.
- [15] Гуревич, А. Г., Мэн Сянь-чженъ (孟宪振), Старобинец, С. С., *ФИТ*, 5(1963), 740.
- [16] Гуревич, А. Г., Мэн Сянь-чженъ (孟宪振), Старобинец, С. С., Соловьев, В. И., Мыльникова, И. Е., Доклад на конференции по магнетизму, Ленинград, 1963.
- [17] Kittel, C., *Phys. Rev.*, **117** (1960), 671.
- [18] Dillon, J. F., Walker, L. R., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 1401.
- [19] Kubo, R., *J. Phys. Soc. Japan*, **12** (1957), 570.
- [20] Pauthenet, R., *Ann. de Phys.*, **3** (1958), 424.
- [21] Мэн Сянь-чженъ (孟宪振), *ФИТ*, 5(1963), 1988.
- [22] Dreyfus, M., *Compt. Rend.*, **241** (1955), 552.
- [23] 李国栋、譚生树，尚未发表。
- [24] Hender, J. W., White, R. L., *Phys. Rev.*, **123** (1961), 1627.
- [25] Dillon, J. F., *J. A. P.*, **32** (1961), 159S.
- [26] Teale, R. W., Clarke, B. H., *J. A. P.*, **34** (1963), 1248.
- [27] Smith, W. V., Overmeyer, J., Calhoun, B. A., *IBM. J. Res. Develop.*, **3** (1959), 153.
- [28] Geschwind, S., Walker, L. R., *J. A. P.*, **30** (1959), 163S.
- [29] Sparks, M., Loudon, R., Kittel, C., *Phys. Rev.*, **122** (1961), 791.

- [30] 孟宪振，将发表。
 [31] Suhl, H., *J. Phys. Chem. Solids*, **1** (1957), 209.
 [32] Мороча, А. М., *ФТТ*, **4**(1962), 2297.
 [33] Мэн Сянь-чжень (孟宪振), *ФТТ*, **5**(1963), 1611.

THE INFLUENCE OF RARE EARTH IONS ON FERRIMAGNETIC RESONANCE

HO YU-PING MENG XIAN-ZHEN

ABSTRACT

By utilizing the method of correlation function (theory of Kubo), the ferrimagnetic resonance behaviour of the tight exchange coupled system was discussed. The general formulae of the magnetic susceptibility tensor were given, from which the resonance field H_0 (or resonance frequency) and the line width $2\Delta\omega$ of the ferromagnetic branch and that of the exchange branch were determined. The results obtained show that the so-called fast relaxation and slow relaxation mechanisms are nothing but two branches (the transverse branch and the longitudinal branch) of the ferromagnetic resonance. The transverse branch corresponds to the coupled motion between the transverse components of \vec{J} and \vec{S} (\vec{J} and \vec{S} are the magnetic moments of rare earth ion and iron ion respectively), while the longitudinal branch corresponds to the coupled motion between the longitudinal component of \vec{J} and the transverse component of \vec{S} .

Owing to the action of crystal field and anisotropic exchange field, the direction of quantization of \vec{J} deviates from that of \vec{S} by an angle ϕ . Besides, owing to the anisotropy of exchange interaction, the nondiagonal elements of the tensor λ in the Hamiltonian of exchange interaction $\vec{J} \cdot \overset{\leftrightarrow}{\lambda} \cdot \vec{S}$ may be quite large. It was shown that the contribution of the longitudinal branch to $2\Delta\omega$ is approximately proportional to ϕ^2 and $\lambda_{i3}(i = 1, 2)$.

According to the general formula for $2\Delta\omega$, the latter is determined mainly by the transverse branch at very low temperatures (below 4.2°K). Along certain crystal directions θ_a , when the two lowest energy levels of rare earth ion nearly cross over, anomalous peaks of H_0 and $2\Delta\omega$ should appear, as it was verified experimentally. As the temperature increases, the longitudinal branch shall gradually dominate over the transverse branch. When the longitudinal relaxation frequency reaches the value of the frequency ω of the high frequency field, the line width possesses a maximum, which is the one ordinarily observed in experiments. As the temperature is increased further, the transverse branch shall play the dominant role again. When the transverse relaxation frequency approaches the frequency ω_{21} , corresponding to the energy difference of the two lowest energy levels of the rare earth ion, the line width possesses a second maximum. Experimentally it is possible to observe the second maximum only in those directions θ_a , along which the two lowest levels have a near cross-over. When ω is high enough so that the condition $|\omega_{21}(\theta_a) - \omega| \ll \omega$ is satisfied, at very low temperatures there