

# 变象管电子光学特性的研究\*

沈慶垓 周 敏 倪洽鈞

## 提 要

借助于电阻网模拟和数值计算,对电聚焦二极式平面阴极变象管的电场分布和电子光学特性作了精密的确定。结果表明,沿轴电位分布可以用经验公式  $\phi = A \sinh kz$  表示,并且求得了系数  $A, k$ , 高斯象面位置和放大率等参量与极间距离的关系曲线。推导出计算畸变的近似式;实际量测表明,该近似式具有颇高的准确度。对电极系统的设计问题作了讨论。

电聚焦变象管虽然已经得到广泛的应用,关于其特性分析和设计理论的报导却还并不多见。鉴于严格数学分析的困难,作者采用了数值计算法,找出电子光学特性与电极结构尺寸之间的联系,从而指出工程设计应循的准则。作为研究的对象,选择了如图 1 所示的二极式平面阴极变象管。研究工作按照以下三个步骤来进行:(1)确定电场分布;(2)计算旁轴电子轨迹;(3)计算象差。

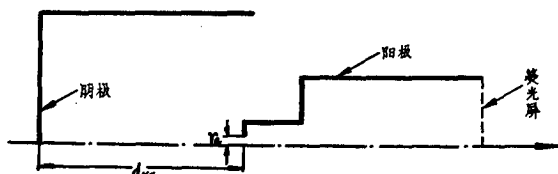


图 1 变象管的电子光学系统

## 一、沿轴电位分布

为了精确计算电子轨迹,首先必须精密确定电场分布。根据作者的分析(见附录一),为了能够计算畸变,要求电位的准确度达到 0.01 伏<sup>1)</sup>。为此,我们首先以电阻网模拟所得的电位值作为一级近似,然后反复采用九点迭代法<sup>[1]</sup>及调节余数法逐步提高准确度。与此同时,不断缩小网格尺寸,直到电场中各个节点前后两次电位修正值之差小于 0.01 伏为止。(在阳极膜孔附近没有达到这一要求,但因该处电位较高,对电位准确度的要求可以降低。)最后所得的沿轴电位分布如图 2 中曲线所示。

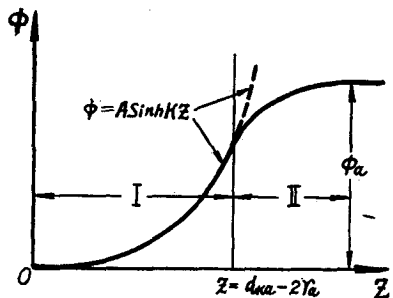


图 2 沿轴电位分布

求得了沿轴电位分布以后,采用数值微分法求出沿轴电位的各阶导数(图 3)。因为高阶导数的数值很小,为了在图中明显表示起见,对其比例尺度作了适当的放大。由于数值计算的舍入误差,实际求得电位导数分布曲线形状略有起伏,但起伏的程度非常微小,在该图上已不能显示。

从计算结果,发现了如下的若干规律。

\* 1963 年 11 月 1 日收到。

1) 这一数值随电子轴向初能  $\phi_0$  及旁轴轨迹径向坐标乘积的极大值  $(r_0 r_\beta)_{\max}$  而不同,见附录一。

(1) 沿轴电位分布可以近似地用下列函数表示:

$$\phi = A \sinh kz, \tag{1}$$

式中  $\phi$  为沿轴电位;  $z$  为沿轴各点离阴极面的距离;  $A, k$  为两个系数.

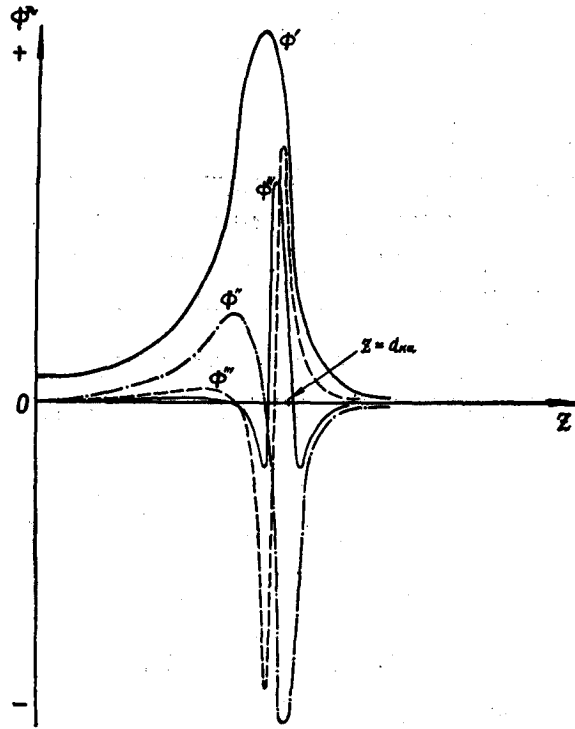


图3 沿轴电位的各阶导数

$$\left( \phi' = \frac{\partial \phi}{\partial z}, \phi'' = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}, \phi''' = \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3}, \phi^{IV} = \frac{\partial^4 \phi}{\partial z^4} \right)$$

不出对  $k$  值有显著的影响.

(3) 沿轴电位对轴向坐标的各阶导数 ( $\phi', \phi'', \phi''', \phi^{IV}$ ) 在阴极到阳极膜孔之间的大部分区域内, 一直是单调增加的函数. 而且,  $\phi''/\phi$  与  $\phi^{IV}/\phi$  在绝大部分区域内 (除了

设以  $d_{ka}$  表示阴极面到阳极孔的距离,  $r_a$  表示阳极孔半径, 则在  $z = 0$  到  $z = d_{ka} - 2r_a$  之间的范围内 (图2中的区域I), (1)式所表示的电位值与实际值的差异至多不超过1%. 至于  $z > d_{ka} - 2r_a$  以后 (图2中的区域II), 由于膜孔的影响, (1)式不再适用.

系数  $A, k$  之值可以从以下两个关系式求出.

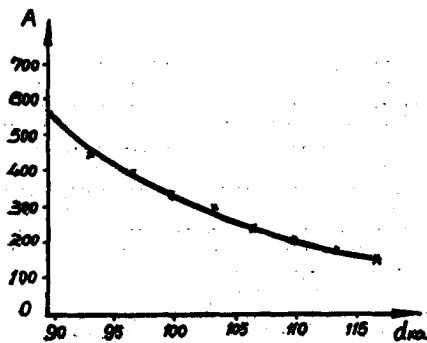
阴极面前的电位梯度

$$\phi'_0 = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = Ak, \tag{2}$$

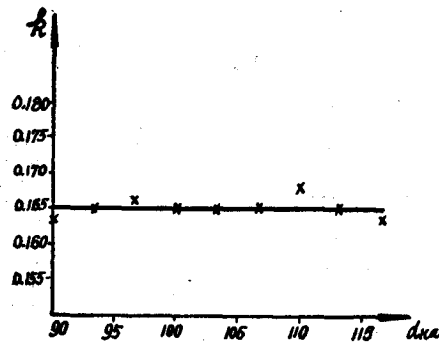
在任意点上,

$$\frac{\phi''}{\phi} = k^2 \quad \left( \phi'' = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right). \tag{3}$$

(2) 当极间距离  $d_{ka}$  改变, 保持电极形状和其他尺寸不变时,  $A$  值随极间距离缩小而增大,  $k$  值则几乎保持不变 (图4). 实验过程中, 曾经改变阳极形状和膜孔尺寸, 看



(a)



(b)

图4 系数  $A, k$  与极间距离  $d_{ka}$  的关系 (坐标单位任意)

靠近阴极的一小段距离中略有偏离外)几乎保持为常数。

(4) 在膜孔两旁,沿轴电位的各阶导数发生急剧的变化。

## 二、高斯象面位置和放大率

为了求得高斯象面位置和放大率,我们求解简正形式的近轴轨迹方程:

$$R'' + \frac{3}{16} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right)^2 R = 0, \quad (4)$$

式中  $\phi_* = \phi + \varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_z$  是以电位差表示的电子轴向初能,  $R = r\phi_*^{1/4}$ 。

设  $r_\alpha$  和  $r_\beta$  是满足下列起始条件的两个特解:

$$\left. \begin{aligned} r_\alpha(0) &= 0, \\ r'_\alpha(0) &= 1; \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

$$\left. \begin{aligned} r_\beta(0) &= 1, \\ r'_\beta(0) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

求出  $r_\alpha$  及  $r_\beta$ , 即可确定高斯象面位置和放大率。

求解方法采用了系数收敛最快的考韦尔法<sup>[4]</sup>:

$$hr'_n = f_n^{-1} - \frac{1}{12} f_n^1 + \frac{11}{720} f_n^3 - \frac{191}{60,480} f_n^5 + \dots, \quad (6a)$$

$$r_n = f_n^{-2} + \frac{1}{12} f_n - \frac{1}{240} f_n^2 + \frac{31}{60,480} f_n^4 - \dots, \quad (6b)$$

式中  $h =$  步长;  $f_n = h^2 r''_n$ ;  $f_n^1, f_n^3, f_n^5 \dots$  分别是  $f_n$  的一级、三级和五级差分;  $f_n^{-1}, f_n^{-2}$  是一级和二级和数项。至于起始轨迹的计算(造表头),对于  $r_\alpha$ , 可以认为阴极近旁是均匀场,从而用抛物线逼近实际轨迹;对于  $r_\beta$ , 则采用了李勃曼法<sup>[2]</sup>:

$$r_{n+1} = Q_1 r_n + Q_2 r'_n, \quad (7a)$$

$$r'_{n+1} = Q_3 r'_n + Q_4 r_n, \quad (7b)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 1 - \frac{1}{8} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) h^2 + \frac{1}{48} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) h^3, \\ Q_2 &= h - \frac{1}{4} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) h^2 + \frac{1}{24} \left[ \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right)^2 - \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) \right] h^3, \\ Q_3 &= 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) h + \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right)^2 - \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) \right] h^2, \\ Q_4 &= -\frac{1}{4} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) h + \frac{1}{16} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) h^2. \end{aligned} \right\} \quad (7c)$$

计算过程中发现有两个问题值得提出。

(1) 求  $r_\alpha$  的起始部分时,均匀场区域的宽度应该选取得恰当,稍微取得过宽或过窄,对结果就会造成显著的误差。

(2) 计算过程颇为繁复(因为网格取得较密),容易发生错误。为了能及时发现错误,需要一定的校验公式。在阴极附近,  $r_\alpha$  的曲率变化较为急剧, (6) 式中高次项的数值较大,更易发生误差。我们认为较好的办法是,首先求出  $r_\beta$ , 然后在求  $r_\alpha$  的过程中随时应用朗斯基行列式进行校验:

$$r'_\alpha r_\beta - r'_\beta r_\alpha = \frac{c}{\sqrt{\phi_*}} \tag{8}$$

从  $r_\alpha, r_\beta$  的边界条件可以求得

$$c = \sqrt{\epsilon_z} = \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \tag{9}^{1)}$$

$\epsilon$  是沿射线  $r_\alpha$  的电子初能。

首先我们对实际采用的电极尺寸求出电场分布和旁轴电子轨迹，以便同实际数值相比较。如以  $\Delta r$  表示轨迹终端的径向偏离（亦即  $r_\alpha$  在通过实际成象平面处的径向坐标）， $l$  表示轨迹总长度，则轨迹计算误差可以  $\Delta r/l$  表示。计算结果表明， $\Delta r/l < 10^{-4}$ 。

其次，改变极间距离，保持其他尺寸不变。对于每一极间距离分别求出  $r_\alpha$  及  $r_\beta$ ，从而求得高斯象面位置和放大率。计算结果如图 5 所示。当极间距离增大时，高斯象面位置向物面趋近，放大率则相应缩小。这是由于透镜厚度增加，会聚区域扩大之故。由此可见，欲使管子不致过长，同时使放大率小于 1（以便获得亮度增强），极间距离不宜过短。图 6 表示  $d_{ka}$  改变时  $r_\beta$  的变化。

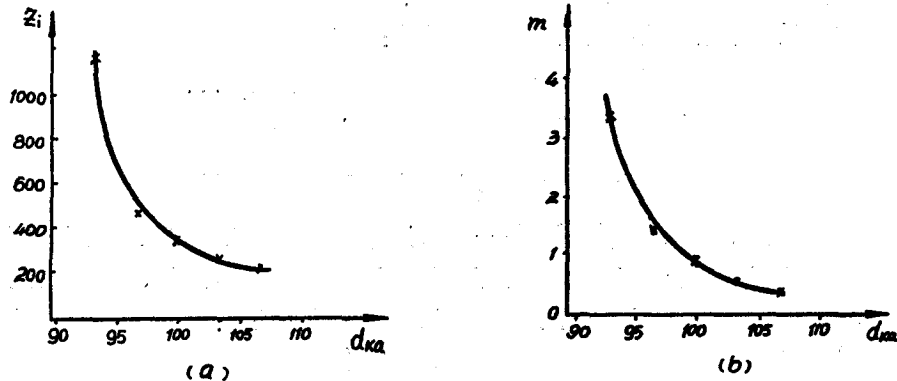


图 5 高斯象面位置 ( $z_i$ ) 及放大率 ( $m$ ) 与极间距离 ( $d_{ka}$ ) 的关系(坐标单位任意)

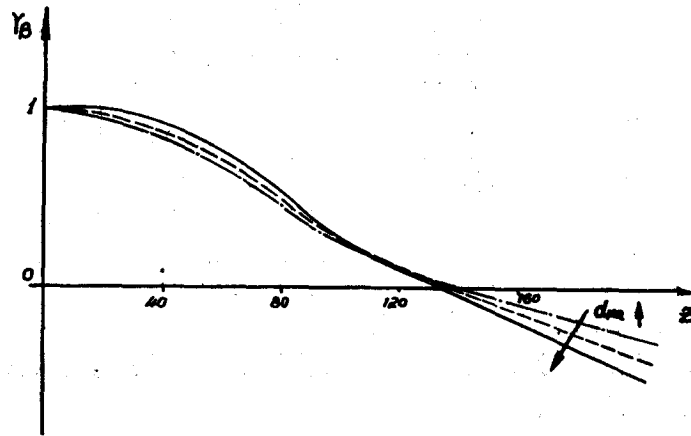


图 6  $r_\beta$  与  $d_{ka}$  的关系(坐标单位任意)

1) 如果  $r_\alpha$  是指沿阴极表面切向射出的电子轨迹 (逸出角  $\theta = \pi/2$ )，则

$$r'_\alpha r_\beta - r'_\beta r_\alpha = \sqrt{\frac{\epsilon}{\phi_*}}$$

### 三、畸 变

设计变象管的电极系统时,不仅要使管长和放大率符合要求,同时要求象差在一定容限以下。因此,如果能够在试制新管以前对象差进行计算,就能缩短试制过程的时间。

关于浸没物镜畸变的计算,在兹沃尔金<sup>[3]</sup>书中介绍了一种数值算法,它是以为参变量的象差方程为基础的。这种方法具有一定的缺点。在电聚焦变象管中,电子离开阴极后速率不断增大,在 $\Delta z$ 为常数的各个时间间隔中,电子行径的轴向距离 $\Delta z$ 相应地不断增大。另一方面,从电阻网模拟及余数调节法求得的,却是各个等距节点上的电位值。这样,就不使用差分法来求解电子轨迹。此外,若要精确求出畸变值,按照这个方法,必须已知沿轴电位的高阶导数 $\phi'''$ 及 $\phi^{IV}$ 。但是后者的求得,依赖于电场分布的精密确定,这就意味着繁冗的计算。为了克服这些缺点,我们从轨迹方程出发,推导出以 $r, z$ 为变量的象差方程,然后引入沿轴电位分布经验公式(1),得到计算畸变的近似式。

1. 近似计算式的推导 从一般轨迹方程出发,

$$r'' = \frac{1+r'^2}{2U} \left( \frac{\partial U}{\partial r} - r' \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad (10)$$

式中

$$U = \text{空间电位} \approx \phi_* - \frac{r^2}{4} \phi'' + \frac{r^4}{64} \phi^{IV}, \quad (11)$$

上式右方忽略了四阶以上的高阶导数项。因

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{\phi_* - \frac{r^2}{4} \phi''} \approx \frac{1}{\phi_*} \left( 1 + \frac{r^2 \phi''}{4 \phi_*} \right)^{-1},$$

故

$$\begin{aligned} r'' &\approx \frac{1}{2\phi_*} \left( 1 + \frac{r^2 \phi''}{4 \phi_*} \right) (1+r'^2) \left[ -\frac{r}{2} \phi'' - r' \phi' + \frac{r^3}{16} \phi^{IV} + \frac{r' r^2}{4} \phi''' \right] \approx \\ &\approx \frac{1}{2\phi_*} \left( -\frac{r}{2} \phi'' - r' \phi' \right) + r^3 \left\{ \frac{1}{32} \frac{\phi^{IV}}{\phi_*} - \frac{1}{16} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right)^2 \right\} + \\ &+ \frac{r' r^2}{8} \left\{ \frac{\phi'''}{\phi_*} - \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) \right\} - \frac{\phi''}{4\phi_*} r r'^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) r'^3, \end{aligned} \quad (12)$$

在推导上式过程中,忽略了 $r$ 或 $r'$ 的三次幂以上的项(只考虑到三级象差为止)。

对于高斯轨迹,有

$$r''_g = \frac{1}{2\phi_*} \left( -\frac{r_g}{2} \phi'' - r'_g \phi' \right), \quad (13)$$

足标 $g$ 指对高斯轨迹而言。

令

$$\left. \begin{aligned} r &= r_g + \Delta r, \\ r' &= r'_g + \Delta r', \\ r'' &= r''_g + \Delta r''; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

1) 在阴极表面,虽 $\phi_*$ 之值很小,但偶次导数 $\phi^{(2n)}$ 为零,故仍能用二项式定理展开。

以(13),(14)二式代入(12),可得

$$\Delta r'' = \frac{1}{2\phi_*} \left( -\frac{\phi''}{2} \Delta r - \phi' \Delta r' \right) + Q,$$

或作

$$\Delta r'' + \frac{\phi'}{2\phi_*} \Delta r' + \frac{\phi''}{4\phi_*} \Delta r = Q; \quad (15)$$

式中

$$Q = r^3 \left\{ \frac{1}{32} \frac{\phi^{IV}}{\phi_*} - \frac{1}{16} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right)^2 \right\} + \frac{r'r^2}{8} \left\{ \frac{\phi'''}{\phi_*} - \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) \right\} - \frac{1}{4} \frac{\phi''}{\phi_*} r r'^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) r'^3. \quad (16)$$

式(15)即是我們所要推求的象差方程.

如果在(12)式的推导过程中,引入  $r'^2 \ll 1$  的关系(对于主軌迹綫,这一条件实际上是满足的),从而略去有关之項,則(16)式中最后二項不存在.

为了求解上式,必須首先将  $Q$  化成一個較为简单的已知函数.

我們应用經驗公式(1). 如果忽略阳极膜孔附近部分(換言之,假定  $z > d_{ka} - 2r_a$  之处均为无場区),則

$$\left. \begin{aligned} \frac{\phi'}{\phi_*} &\approx \frac{\phi'}{\phi} = k \coth kz, & \frac{\phi''}{\phi_*} &\approx \frac{\phi''}{\phi} = k^2, \\ \frac{\phi'''}{\phi_*} &\approx \frac{\phi'''}{\phi} = k^3 \coth kz, & \frac{\phi^{IV}}{\phi_*} &\approx \frac{\phi^{IV}}{\phi} = k^4. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

除阴极近旁而外,一般  $\phi_* \approx \phi$  (因  $\epsilon_z \ll \phi$ ). 在阴极近旁,  $\frac{\phi'}{\phi_*}$ ,  $\frac{\phi''}{\phi_*} \dots$  等亦为有限值,

例如,在  $z = 0$  处,  $\frac{\phi''}{\phi_*} = \frac{\phi''}{\epsilon_z} = 0$ . 由于  $\phi_*$  在阴极上不为零,所以沒有奇异点存在. 以(17)式代入(16)式,并略去最后二項,得

$$Q \approx r^3 \left\{ \frac{1}{32} k^4 - \frac{1}{16} k^4 \right\} + \frac{r^2 r'}{8} \{ k^3 \coth kz - k^3 \coth kz \} = -\frac{k^4}{32} r^3 \approx -\frac{k^4}{32} r_g^3 \quad (18)$$

(因  $\Delta r = r - r_g \ll r$ , 故  $r \approx r_g$ ).

如果以  $r(z)$  代表从阴极表面  $r = r_0$  一点出发的主軌迹 ( $r'(0) = 0$ ), 那末, 为了求出与此点相应的畸变, 只需首先从近軸軌迹方程求出特解  $r_\beta(z)$ , 然后将  $r_\beta(z)$  上各点的  $r$  坐标乘以  $r_0$ , 得出从  $r = r_0, z = 0$  一点出发的高斯軌迹  $r_g(z)$ ; 最后以(18)式代入(15)式, 用常数变易法求解. 显而易见, 当  $Q = 0$  时, (15)式即成近軸軌迹方程,  $r_a, r_\beta$  为其二特解.

应用常数变易法, 可得(15)式的通解为

$$\Delta r = r_a(z) \int \frac{Q r_\beta(z)}{r'_a r_\beta - r'_\beta r_a} dz - r_\beta(z) \int \frac{Q r_a(z)}{r'_a r_\beta - r'_\beta r_a} dz, \quad (19)$$

在高斯象面上 ( $z = z_b$ ),  $r_a(z_b) = 0$ , 故得

$$\Delta r(z_b) = -r_\beta(z_b) \int_0^{z_b} \frac{Q r_a(z)}{r'_a r_\beta - r'_\beta r_a} dz = -r_\beta(z_b) \int_0^{z_b} \frac{Q r_a(z)}{\sqrt{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{2\phi_*}} dz =$$

$$= -r_{\beta}(z_b) \sqrt{\frac{1}{\epsilon_x}} \int_0^{z_b} Q \sqrt{\phi_*} r_a(z) dz, \quad (20)$$

畸变系数

$$D = \frac{\Delta r(z_b)}{r_0^3 r_{\beta}(z_b)} = -\frac{1}{r_0^3} \sqrt{\frac{1}{\epsilon_x}} \int_0^{z_b} Q \sqrt{\phi_*} r_a(z) dz, \quad (21)$$

若以近似关系式(18)代入(21)式, 则得

$$D \approx \frac{k^4}{32r_0^3} \sqrt{\frac{1}{\epsilon_x}} \int_0^{z_b} r_g^3 \sqrt{\phi_*} r_a(z) dz. \quad (22)$$

至此, 我们推出了计算畸变系数的近似式(22)。该式的特点在于, 只需确定沿轴电位分布(从而求出 $\sqrt{\phi_*}$ 及 $k$ 值)及其一阶导数 $\phi'$ (从而从简正形式的近轴轨迹方程解出 $r_a$ 及 $r_{\beta}$ , 求出 $r_g$ ), 并不需要确定沿轴电位的高阶导数 $\phi''$ 及 $\phi^{IV}$ 。这样, 就大大地减轻了数值计算的工作量。

**2. 精确的数值计算** 近似式(22)的准确度如何, 有待检验。方法之一是应用精确的数值计算逐点计算远轴轨迹。我们采用了李勃曼公式:

$$\left. \begin{aligned} r_{n+1} &= Q_1 r_n + Q_2 r'_n, \\ r'_{n+1} &= Q_3 r'_n + Q_4 r_n + Q_5; \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中

$$\begin{aligned} Q_5 = & \left\{ \left[ \frac{1}{32} \left( \frac{\phi^{IV}}{\phi_*} \right) - \frac{1}{16} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right)^2 \right] r_n^3 + \frac{1}{8} \left[ \frac{\phi'''}{\phi_*} - \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right) \right] r_n^2 r'_n - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \frac{\phi''}{\phi_*} r_n r_n'^3 - \frac{1}{2} \left( \frac{\phi'}{\phi_*} \right) r_n'^3 \right\} \Delta z, \end{aligned} \quad (24)$$

(实质上,  $Q_5 = Q \cdot \Delta z$ 。)

从 $r = r_0, z = 0$ 一点出发, 逐点求出主轨迹的坐标, 直到高斯象面为止, 即可算出相应的畸变系数。为了检查阳极膜孔附近发散场对畸变的影响, 我们还计算了这样一种情况的畸变系数, 即逐点计算轨迹到 $z = d_{ka} - 2r_a$ 为止, 此后, 假定电子立即进入无场区(亦即假定发散场不存在), 算出该轨迹与高斯象面的交点(必须注意, 这时的高斯象面位置与有发散场时不同), 从而求出畸变系数。选择阴极面上 $r = r_0 = d_{ka}/5$ 一点作为出发点(物点), 分别用上述三种方法计算了畸变百分数 $\left( D r_0^2 \times 100 = \frac{\Delta r(z_b)}{r_0 \cdot r_{\beta}(z_b)} \times 100 \right)$ , 结果如下:

计算方法	相应于 $r_0 = \frac{d_{ka}}{5}$ 一点的畸变百分数
(i) 用近似式(22)	8.0%
(ii) 用式(23)计算全部轨迹	8.6%
(iii) 用式(23)计算轨迹到 $z = d_{ka} - 2r_a$ , 此后进入无场区	11.0%

**3. 实验测定** 我们又在实际管子上测量了畸变百分数。在光电阴极面上放置一块透明刻度板, 光线透过此板照到阴极, 然后在屏面上观察刻度线的象。用读数显微镜分别测量了透明板上刻度的距离(物的尺寸), 以及屏上线条的距离(象的尺寸), 就可求出畸变百分数, 得出如图7所示的曲线。与上述轨迹计算出发点 $r = r_0$ 相应的畸变百分数的实

驗測量結果是 7%。

从以上各个数据的比較,可以得出以下两点結論。

(1) 近似式(22)的准确度頗高,与实测結果及精确計算結果都相差不大,故(22)式可供工程設計之用。

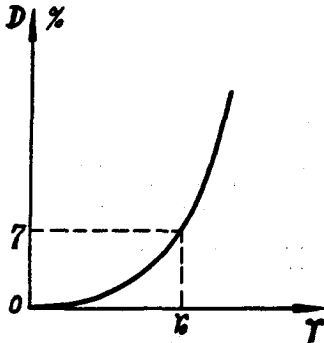


图 7 实验测出的畸变百分数

(2) 阳极膜孔附近发散場使畸变略有抵消。

**4. 造成畸变的主要因素** 在应用(20)式的計算过程中,发现这样的事实: 在  $z = 0$  到  $z = d_{ka}/2$  左右这段区域内, (20)式的被积函数值較大; 当  $z > d_{ka}/2$  以后, 該值急剧减小。由此可见, 造成畸变的主要区域在阴极附近。若能設法使該区域内的  $Q$  值减小,  $\phi_*$  值上升率減緩, 畸变就会减小。另一方面, 在(16)式中, 后四项之值远比前二項为小(計算表明, 約差一个数量級), 决定  $Q$  值的主要是起始二項  $\left[ \frac{1}{32} \frac{\phi^{IV}}{\phi_*} - \frac{1}{16} \left( \frac{\phi''}{\phi_*} \right)^2 \right] r^3 \approx -\frac{k^4}{32} r^3$ 。

若能适当选择电极形状, 使  $k$  值减小, 則可使畸变显著减小。

应该指出, 以上的討論仅仅限于三級畸变。当軌迹位置趋近电場外緣部分(即  $r_0$  較大)时, 由于五級畸变的引入, 实际畸变将与上述公式算出者有显著差异。

#### 四、中心象差

如所周知, 在浸沒物鏡中, 近軸軌迹的聚焦面位置与电子逸出角有关。不同聚焦面上的散射圓半径可以用阿尔莫維奇-萊克納盖尔公式描述<sup>[4]</sup>:

$$r = 2m \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{E} (\sqrt{\epsilon_0} - \sqrt{\epsilon_z}); \quad (25)$$

式中  $r$  为散射圓半径;  $m$  为放大率;  $E$  为阴极面前場強;  $\epsilon_0$  为在該位置上聚焦的电子的軸向初能, 例如, 对于高斯平面(旁軸射綫的聚焦面)  $\epsilon_0 =$  电子总初能  $= \epsilon$ , 对于极限平面(切向出射綫的聚焦面)  $\epsilon_0 = 0$ ;  $\epsilon_r$  为决定散射圓半径的电子的径向初能;  $\epsilon_z$  为决定散射圓半径的电子的軸向初能。例如, 在高斯平面上, 散射圓半径决定于切向出射綫,  $\epsilon_r = \epsilon$ ,  $\epsilon_z = 0$ , 故

$$r = r_G = 2m \frac{\epsilon}{E}. \quad (26)$$

在极限平面上, 散射圓半径决定于逸出角  $\theta = \frac{\pi}{4}$  的出射綫, 此时  $\epsilon_r = \epsilon_z = \frac{\epsilon}{2}$ , 故

$$r = r_P = 2m \frac{\epsilon_r}{E} = m \frac{\epsilon}{E}. \quad (27)$$

在极限平面与高斯平面之間, 有一最小散射圓的位置, 在此平面上, 散射圓半径决定于逸出角  $\theta = -38^\circ 10'$  的出射綫与逸出角  $\theta = \frac{\pi}{2}$  的出射綫的交点。最小散射圓半径可以証明为

$$r = r_M = 0.6 \frac{\epsilon}{E} m. \quad (28)$$



上述各个聚焦面的相对位置及其与各射线的关系如图 8 所示。

关于最小散射圆的位置和半径, 謝曼<sup>[4]</sup>书中已有讨论, 不过推导过程较为复杂, 本文附录二中提出了一种推导法, 从虚物圆的简单几何关系入手, 极为简洁, 而且使产生最小散射圆的物理概念阐明得更为清楚。

从(28)式可以算出变象管的极限分辨距离。

现在我们把分辨距离和极间距离联系起来, 由(2)式,

$$\phi'_0 = E = Ak.$$

前面指出, 当极间距离增大时,  $k$  值几乎不变, 而  $A$  值则迅速下降。由此可见, 分辨距离将随极间距离增大而增大。从这一点来看, 极间距离的增大是不利的。

荧光屏的最佳位置应该处于最小散射圆上。但在制管过程中不可避免有一定的偏离。对于屏面位置的允许误差, 我们提出以下意见。

电子光学系统本身的分辨距离目前尚远远小于实际达到的数值。如果屏面位置在最小散射圆位置左右略有偏离, 只要从阴极中心出发的电子束截面直径仍然小于实际分辨距离时, 分辨能力仍然不是受电子光学系统限制, 从而这样的屏面位置偏离应该还是许可的。从图 8 可见, 在最小散射圆以左, 分辨距离决定于逸出角  $\theta = \frac{\pi}{2}$  的出射线; 在极限

平面以右, 则决定于  $\theta = \frac{\pi}{4}$  的出射线。令  $r'_{\frac{\pi}{2}}$  表示  $\theta = \frac{\pi}{2}$  的射线在象面附近的斜率,  $r'_{\frac{\pi}{4}}$  表示  $\theta = \frac{\pi}{4}$  的射线在象面附近的斜率,  $\Delta z_1$  等于允许的屏面向左位移,  $\Delta z_2$  等于允许的屏面向右位移,  $d_s = 2r_s =$  实际达到的分辨距离。从几何关系可得

$$\Delta z_1 = \frac{r_s - r_M}{|r'_{\frac{\pi}{2}}|}, \quad \Delta z_2 = \frac{r_s - r_M}{|r'_{\frac{\pi}{4}}|}.$$

允许的屏面总位移是

$$\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2 = (r_s - r_M) \left[ \frac{1}{|r'_{\frac{\pi}{2}}|} + \frac{1}{|r'_{\frac{\pi}{4}}|} \right], \quad (29)$$

$r'_{\frac{\pi}{2}}$  及  $r'_{\frac{\pi}{4}}$  可以用拉格朗日-亥姆霍兹定律求出。

用具体数字代入的结果表明,  $\Delta z$  的值是较大的(毫米数量级), 这是由于射线会聚角很小, “焦深”长之故。二极式变象管虽然不能调焦, 但仍不难得到清晰的图象, 而结构及附属设备却比三极式为简单, 因之得到广泛的应用。

## 五、结 束 语

通过上述工作, 我们对电聚焦二极式平面阴极变象管的电极形状和尺寸对其电子光

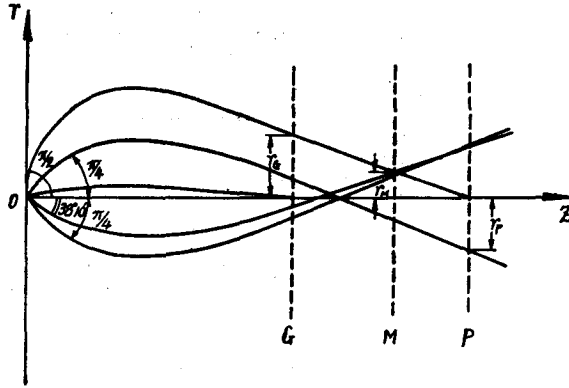


图 8 浸没物镜中各个聚焦面与电子逸出角的关系。G 为高斯平面, M 为最小散射圆位置, P 为极限平面

学特性的影响有了比较清楚的了解。与之同时，找出了沿轴电位分布的经验式和快速估算畸变的近似式。实验证明，这两个式子都具有颇高的准确度，适宜于工程设计之用。此外，我们得出以下二点看法，供设计者参考。

(1) 极间距离的选择在于如何统一管子长度和放大率两者同分辨能力之间的矛盾。为使管子不致过长，以及放大率小于1，极间距离不宜过小；为使分辨能力不致过低，极间距离不宜过大。

(2) 阴极附近的场分布对畸变起决定性作用。若能减小  $k$  值，可以显著减小畸变。

研究生梁正参加了部分的计算和实验工作，凌宝京同志协助绘制插图，作者一并致谢。

### 附录一 电位误差对轨迹计算准确度的影响

严格说来，这个问题应该从一般轨迹方程来探讨。但是后者是二阶非线性方程，难以用解析方法求解，故而改从旁轴轨迹方程考虑，仅仅研究电位误差对旁轴轨迹成像位置的影响。从这点意义来说，我们的分析只是初步的。

从简正形式的旁轴轨迹方程入手：

$$R'' + TR = 0, \quad (30)$$

式中

$$R = r\phi^{\frac{1}{2}}, \quad T = \frac{3}{16} \left( \frac{\phi'}{\phi} \right)^2. \quad (31)$$

因沿轴电位误差  $\Delta\phi$  而引起的  $T$  的相应偏差设为  $\Delta T$ ，即  $T = T_0 + \Delta T$ 。令轨迹方程的精确解为  $R_0$ ，因微扰  $\Delta T$  而导致的解为  $R$ ，则有

$$R_0'' + T_0 R_0 = 0, \quad (32)$$

$$R'' + TR = 0, \quad (33)$$

令

$$R = R_0 + \Delta R, \quad (34)$$

则

$$\Delta R'' + T_0 \Delta R = -\Delta T (R_0 + \Delta R) = F \approx -R_0 \Delta T. \quad (35)$$

关于上式的求解，谢曼<sup>[4]</sup>书中已有讨论，不再重复。最后将  $R$  化成  $r$ ，得出因  $\Delta T$  而引起的微扰  $\Delta r$  的关系式如下：

$$\Delta r = ar_a + br_\beta + \frac{r_a}{\sqrt{\phi_a}} \int_{z_a}^z FR_\beta dz - \frac{r_\beta}{\sqrt{\phi_a}} \int_{z_a}^z FR_a dz - \frac{1}{4} r \frac{\Delta\phi}{\phi}, \quad (36)$$

式中  $a, b$  为任意常数，由边界条件确定； $r_a, r_\beta$  为二个特解，意义如(5)式所表示； $R_a = r_a \phi^{\frac{1}{2}}$ ， $R_\beta = r_\beta \phi^{\frac{1}{2}}$ ； $z_a$  为起始点的  $z$  坐标； $\phi_a$  为起始点的电位（在浸没物镜中，相当于电子轴向初能）。

若从(36)式求  $\Delta r_\beta$ ，则利用边界条件  $(\Delta r_\beta)_{z=z_a} = 0$ ， $(\Delta r'_\beta)_{z=z_a} = 0$ ，可以确定常数  $a$  和  $b$ 。然后将(36)式中的  $r$  换成  $r_\beta$ ， $F$  中的  $R_0$  换成  $R_\beta$ ，在象平面上  $z = z_b$  处， $r_a(z_b) = 0$ ， $r_\beta(z_b) = m$ ，故得

$$\Delta r_\beta(z_b) = -\frac{1}{4} m \left| \frac{\Delta\phi}{\phi} \right|_{z_a}^{z_b} + \frac{m}{\sqrt{\phi_a}} \int_{z_a}^{z_b} \Delta T R_a R_\beta dz. \quad (37)$$

现在把以上的分析应用到本问题上。

令

$$\left| \frac{\Delta\phi}{\phi} \right| = A,$$

则

$$\left| \frac{\Delta\phi}{\phi} \right|_{z_a}^{z_b} \neq 2A$$

因

$$T_0 + \Delta T = \frac{3}{16} \left( \frac{\phi' + \Delta\phi}{\phi + \Delta\phi} \right)^2,$$

故

$$\Delta T = \frac{3}{16} \left\{ \left( \frac{\phi' + \Delta\phi}{\phi + \Delta\phi} \right)^2 - \frac{\phi'^2}{\phi^2} \right\} \approx \frac{3}{8} \frac{\phi'^2 \left( \frac{\Delta\phi'}{\phi'} - \frac{\Delta\phi}{\phi} \right)}{\phi^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta\phi}{\phi} \right)}. \quad (38)$$

令

$$\left| \frac{\Delta\phi'}{\phi'} \right| = B,$$

电位梯度的改变  $\Delta\phi'$  决定于相邻两点电位的变化情况, 可以在 0 到  $2\Delta\phi$  之间变动, 设取折衷值  $\Delta\phi' = \Delta\phi$  (这是仅就数值而言, 取步长为 1)。但  $\phi'$  的数值一般远小于  $\phi$  (只有在与阴极表面相邻的节点上,  $\phi' = \phi$ ), 故  $B \gg A$ , 同时  $A \ll 1$ 。由此得

$$\Delta T \approx \frac{3}{8} \phi'^2 \left( \frac{\Delta\phi'}{\phi'} \right) / \phi^2 = \frac{3}{8} \frac{\phi'}{\phi^2} \Delta\phi'. \quad (39)$$

以(39)式代入(37)式, 经过演算, 并注意到  $\phi_b \gg \phi_a$  的事实, 最后得到

$$\frac{\Delta r_{\beta}(z_b)}{m} \neq \frac{1}{2} \left| \frac{(\Delta\phi)_{\max}}{\phi_a} \right| + \frac{3}{4} \frac{(\Delta\phi')_{\max}}{\phi_a} (r_{\alpha} r_{\beta})_{\max}, \quad (40)$$

$(\Delta\phi)_{\max}$  及  $(\Delta\phi')_{\max}$  分别为各节点中电位误差及电位梯度误差之最大值。取  $(\Delta\phi')_{\max} = (\Delta\phi)_{\max}$ , 即得电位误差的容限为

$$(\Delta\phi)_{\max} = \phi_a \left\{ \frac{\Delta r_{\beta}(z_b)}{m} \right\} / \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3}{4} (r_{\alpha} r_{\beta})_{\max} \right\}. \quad (41)$$

在一般变象管中, 畸变值约为百分之几。故而, 为了能够计算畸变, 要求  $r_{\beta}$  在高斯象面上的位置误差小于 0.01, 即要求

$$\frac{\Delta r_{\beta}(z_b)}{m} < 0.01,$$

再以  $\phi_a$ ,  $(r_{\alpha} r_{\beta})_{\max}$  之值代入, 即可求得对电位准确度的要求。对于我们所计算的管子,  $(\Delta\phi)_{\max} \approx 0.01$  伏。

以上的分析没有考虑到轨迹计算本身的误差。

在(40)式中只出现起始点电位  $\phi_a$ , 而并不出现终点电位  $\phi_b$ 。物理意义是, 在电子轨迹起始部分, 由于电子速度较低, 所以电位误差的影响很大; 至于在轨迹的终端部分, 电子速度很高, 电位误差的影响较小, 所以对电位准确度的要求可以降低。就近阴极区来说, 如果电位值的数量级是百伏, 则误差容限 0.01 伏相当于相对准确度 0.01%。

## 附录二 浸没物镜中最小散射圆的简单推导

用虚物概念来讨论浸没物镜的分辨率,在列别捷夫<sup>[5]</sup>书中已经指出,但该书未曾确切求出最小散射圆的位置和半径,只是作了大概的估计。

在浸没物镜中,阴极附近可以看作均匀场。电子逸出阴极后,作抛物线运动,如图9中曲线OA,OB等所示。如所周知,若逸出角为 $\pi/2$ ,则抛物线顶点即在原点O;但当逸出角减小时,顶点向左下方移动(如图中O'点)。

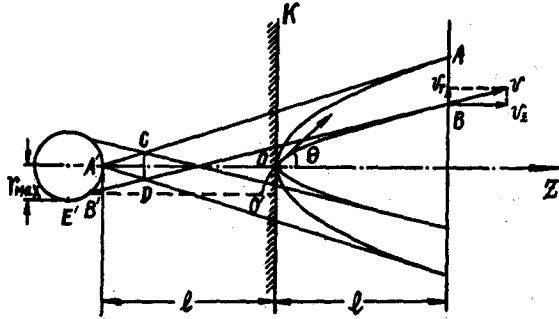


图9 浸没物镜中的最小散射圆

令  $l =$  均匀场宽度,  $U =$  均匀场区电位差,  $\theta =$  电子逸出角,  $s =$  电子初能(用电位差表示),  $E =$  均匀场场强,  $\alpha =$  电子离开均匀场时之轨迹倾角。

将电子离开均匀场时的出射轨迹(图9中A, B等点的切线)向阴极方面引长,与抛物线轴相交于A', B'等

点。可以证明,此交点将沿圆周A'B'E'移动。当 $\theta = \pi/4$ 时,交点移至圆周下缘E'。该圆半径为

$$r_{\max} = \frac{s}{E} = \frac{ls}{U}.$$

实质上,此圆即为出射轨迹的“虚物源”。极限平面上的散射圆可以看作这虚物圆的“象”。

从虚物圆出发的射线束有一最小截面存在(图中CD),后者可以看作象方最小散射圆的“虚物”。我们的目的即在求出此最小截面的半径。

首先来求出抛物线轨迹OB在均匀场边缘B点上的切线方程。

$$\text{切线斜率 } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_r}{v_x} = \frac{\sqrt{s} \sin \theta}{\sqrt{U} + \sqrt{s} \cos \theta} \approx \sqrt{\frac{s}{U}} \sin \theta, \quad (\text{因 } s \ll U). \quad (42)$$

B点坐标可以从均匀场中电子运动方程推出:

$$\left. \begin{aligned} z &= l, \\ r &= 2 \frac{\sqrt{s_r}}{E} (\sqrt{Ez + s_z} - \sqrt{s_z}) = 2 \frac{\sqrt{s} \sin \theta}{E} (\sqrt{U + s \cos^2 \theta} - \sqrt{s \cos^2 \theta}); \end{aligned} \right\} (43)$$

从(42),(43)二式,可得此切线方程为

$$r = \sqrt{\frac{s}{U}} \sin \theta (z - l) + 2 \frac{\sqrt{s} \sin \theta}{E} (\sqrt{U + s \cos^2 \theta} - \sqrt{s \cos^2 \theta}). \quad (44)$$

若  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , 则

$$r = \sqrt{\frac{s}{U}} (z + l); \quad (45)$$

若  $\theta = -\frac{\pi}{2}$ , 则

$$r = -\sqrt{\frac{\epsilon}{U}}(z+l); \quad (46)$$

若  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , 则

$$r = \sqrt{\frac{\epsilon}{2U}}(z-l) + \frac{\sqrt{2\epsilon}l}{U} \left\{ \sqrt{U + \frac{\epsilon}{2}} - \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \right\}. \quad (47)$$

設最小截面之下端  $D$  点为某一未知切綫与  $\theta = -\pi/2$  之軌迹之切綫相交之点, 試求与此未知切綫相应之逸出角  $\theta$ , 以及  $D$  点离軸之距离.

联立解(44), (46)二式, 得交点之径向坐标为

$$r = \frac{\epsilon}{U} l \frac{2 \sin \theta \left( \sqrt{\cos^2 \theta + \frac{U}{\epsilon}} - \cos \theta \right) - 2 \sqrt{\frac{U}{\epsilon}} \sin \theta}{1 + \sin \theta},$$

因  $\cos^2 \theta \ll \frac{U}{\epsilon}$ , 故  $\sqrt{\cos^2 \theta + \frac{U}{\epsilon}} \approx \sqrt{\frac{U}{\epsilon}}$ , 所以

$$r = \frac{\epsilon l}{U} \frac{\sin^2 \theta}{1 + \sin \theta} \quad (\text{取绝对值}). \quad (48)$$

$r$  为极值之条件为

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = 0,$$

从此条件可得

$$\frac{\sin^3 \theta}{\cos^2 \theta} = 1. \quad (49)$$

求解之, 得

$$\sin \theta = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \quad \theta = 38^\circ 10'. \quad (50)$$

故  $D$  点为  $\theta = -\frac{\pi}{2}$  与  $\theta = 38^\circ 10'$  二条軌迹之切綫的交点.

以(50)式代入(48)式, 得

$$r = \frac{\epsilon l}{U} \times \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta} = 0.6 \frac{\epsilon}{E}, \quad (51)$$

故象方最小散射圓半径为

$$r_M = 0.6 \frac{\epsilon}{E} m \quad (m \text{ 为放大率}). \quad (52)$$

(50), (52)二式与阿尔莫維奇的结果完全一致.

### 参 考 文 献

- [1] Shortley, G., Weller, R., Darby, P. and Gamble, E. H., *J. A. P.*, **18** (1947), 116.  
 [2] Liebmann, G., *Proc. Phys. Soc.*, **62B** (1949), 753.

- [3] Zworykin, V. K. and others, *Electron Optics and the Electron Microscope* (John Wiley & Sons, Inc. 1946), p. 580.  
[4] 谢曼, О. И., *电子光学理论基础*(高等教育出版社 1958), 第 143, 280, 342 页.  
[5] Лебедев, А. А., *Электронная микроскопия* (ГИИТЛ, 1954), стр. 266.

## THE ELECTRON-OPTICAL PROPERTIES OF IMAGE CONVERTER

SHEN CHING-KAI CHOU MING NI TZE-CHUENG

### ABSTRACT

The field distribution and electron-optical properties of electrostatically-focused image converter with plane cathode are precisely determined by means of resistance network analogue and numerical computation. The axial potential distribution is found to be expressible by the empirical formula  $\phi = A \sinh kz$ . Graphs are given, showing the dependence of coefficients  $A$ ,  $k$ , the position of Gauss-image-plane, and linear magnification on inter-electrode spacing. An approximate formula for calculating distortion-coefficient is derived, which agrees fairly well with experimental result. Design factors are discussed.