第 24 卷 第 6 期 1975 年 11 月
物 理 学 报 ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 24, No. 6 Nov., 1975

$SU(4)$ 结构模型下新粒子 J(3105) 和 ψ'(3695) 的电磁衰变*

东方晓 杜东生 吴济民
（中国科学院高能物理研究所）

最近，新的玻色子窄共振态 J(3105) 和 ψ'(3695) 的发现[1]引起了人们很大兴趣. 系统地研究这些新粒子的各种衰变对了解这些粒子的内部结构是重要的. 在本短文中，对它们的电磁衰变进行了研究和讨论.

假定 J(3105) 和 ψ'(3695) 的量子数都是 $I^G = 0^-$, $J^{PC} = 1^{--}$, 填充在 $SU(4)\underline{15}$ 维表示中 $Y = 0$, $C = 0$ 的位置上. 并且假定，ψ'(3695) 是 J(3105) 的径向激发态，J(3105) 与 ω, ϕ 有混合.

按照层子模型的计算方法[2]，可以计算出过程 J, $\psi' \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$ 的衰变宽度为

$$\Gamma = \frac{16\pi}{3}\alpha^2\frac{1}{m_V^2}|\phi_V(0)|^2\left(1+\kappa\frac{m_V}{2m_N}\right)^2|\mathrm{Sp}\,Q\mathscr{A}(V)|^2. \tag{1}$$

利用由 $\rho \to e^+e^-$ 定出的矢量介子零点波函数的平方值 $|\phi_\rho(0)|^2 = 2.847\times10^{-3}\mathrm{GeV}^3$，可以得到表 1 中的部分衰变宽度. 由于电子和 μ 介子的质量都很小，可以略去不计，所以末态为 e^+e^- 和末态为 $\mu^+\mu^-$ 的部分宽度相等. 表 1 的第一列取 $|\phi_\rho(0)|^2 = |\phi_\omega(0)|^2 = |\phi_\phi(0)|^2 = |\phi_J(0)|^2 = 2.847\times10^{-3}\mathrm{GeV}^3$. 并按照三维谐振子第一径向激发态波函数与基态波函数的关系有 $|\phi_{\psi'}(0)|^2 = \frac{3}{2}|\phi_J(0)|^2 = 4.271\times10^{-3}\mathrm{GeV}^3$. 表 1 第二列给出在假定 $\frac{|\phi_\rho(0)|^2}{|\phi_V(0)|^2} = \frac{m_\rho}{m_V}$ 下的部分宽度值. 第三列给出实验值.

表 1

过 程	$\Gamma_{理论}$(keV)	$\Gamma_{理论}\times\frac{m_V}{m_\rho}$ (keV)	$\Gamma_{实验}$(keV)
$\rho \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$	(输入)6.45	6.45	6.45
$\phi \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$	1.11	1.46	1.34
$\omega \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$	0.667	0.69	0.76
$J \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$	1.83	7.37	5.2
$\psi' \to e^+e^-$, $\mu^+\mu^-$	2.54	10.3	~2.2

按照层子模型[2] $J \to 0^- + \gamma$, $\psi' \to 0^- + \gamma$ 的宽度为

$$\Gamma = \frac{\alpha}{24}|I(q^2)|^2|\beta_{Vps}|^2\frac{m_V^2}{m_{ps}}\left[1-\frac{m_{ps}^2}{m_V^2}\right]^3\left(1+\kappa\frac{m_{ps}+m_V}{2m_N}\right)^2, \tag{2}$$

* 1975 年 7 月 29 日收到.

其中符号的解释见文献[2]. 对 $J \to 0^- + \gamma$ 重迭积分 $I(q^2)$ 取自文献[3],但对 $\psi' \to 0^- + \gamma$ 我们不能用文献[3]中的重迭积分表式. 这因径向激发态 ψ' 的空间波函数与 0^- 介子的空间波函数不同. 作为零级近似,我们可以用非相对论的三维谐振子空间波函数对这个重迭积分进行估计,得到

$$\underset{\psi' \to 0^- \gamma}{I(q^2)} = \left(\frac{b^3 a^3 \operatorname{ch}\theta}{3}\right)^{1/2} \frac{2}{(a^2+b^2)(b^2+a^2\operatorname{ch}^2\theta)^{1/2}} e^{-\frac{\omega^2}{8(b^2+a^2\operatorname{ch}^2\theta)}} \cdot \left[\frac{4b^2}{a^2+b^2} + \frac{2b^2}{b^2+a^2\operatorname{ch}^2\theta}\left(1 - \frac{\omega^2}{4(b^2+a^2\operatorname{ch}^2\theta)}\right) - 3\right], \tag{3}$$

其中 $\operatorname{ch}\theta = \frac{E_{ps}}{m_{ps}}$ 是末态介子的飞行收缩因子; ω 是末态光子能量; $b^2 = 0.1385\ \mathrm{GeV}^2$ 可由 $J \to e^+e^-$ 的部分宽度 6 keV 定出; a^2 可由 0^- 介子内部波函数的零点值确定, 即先从 $\pi \to \mu + \nu$ 定出:

$$|\psi_\pi(0)|^2 = 1.14 \times 10^{-3}\mathrm{GeV}^3,$$

再假定对 0^- 介子有关系:

$$\frac{|\psi_{ps}(0)|^2}{|\psi_\pi(0)|^2} = \frac{m_{ps}}{m_\pi}, \qquad a^2 = \pi(|\psi_{ps}(0)|^2)^{2/3}.$$

这个关系对 π 介子和K介子是相当好的近似, 我们把它推广到所有 0^- 介子, 包括 X^0, E 介子. 这样可以算出所有 $\psi' \to 0^- + \gamma$ 的重迭积分. 为了计算 β_{Vps}, 用文献[4]中的方法, 算出 η^0, X^0, η_c^0 的混合及 ω^0, ϕ^0, ϕ_c^0 的混合, 可分别得到相应的物理粒子的么旋波函数. 实验上目前还没有找到 η_c 粒子, 它的质量是不知道的. 选取不同的 η_c 的质量 m_{η_c}, 给出的 η_c, X^0, η 的混合也不同. 为了做定性的讨论,我们假定取 $m_{\eta_c} = 2.98\mathrm{GeV}$. 表 2 中列出了我们计算的 $J \to 0^- + \gamma$, $\psi' \to 0^- + \gamma$ 的部分宽度.

表 2

过 程	$\Gamma_{理论}$(keV)
$J \to \eta_c + \gamma$	37
$\psi' \to \eta_c + \gamma$	740
$J \to X^0 + \gamma$	2.8×10^3
$\psi' \to X^0 + \gamma$	400
$J \to E + \gamma$	3.8×10^3
$\psi' \to E + \gamma$	480
$J \to \eta + \gamma$	150
$\psi' \to \eta + \gamma$	19
$J \to \pi^0 + \gamma$	24
$\psi' \to \pi^0 + \gamma$	0.60

应当指出, J, $\psi' \to X^0\gamma$, $E\gamma$, $\eta\gamma$, $\pi^0\gamma$, 等过程的部分宽度对混合角的改变很敏感. 还应当指出, $\Gamma_{J\to\eta_c\gamma}$ 对 η_c 的质量改变也很敏感. 例如, 当 $m_{\eta_c} = 2.86\mathrm{GeV}$ 时, $\Gamma_{J\to\eta_c\gamma} = 270\mathrm{keV}$, 比表 2 中的值几乎大了一个量级. 但 $\psi' \to \eta_c + \gamma$ 对 m_{η_c} 的这个改变并不敏感.

* * *

为了计算 $J \to \gamma \to \pi^+\pi^- K^+K^-$ 的衰变宽度,我们用两种方法:

1. 模型有关的方法

取

$$H_i = -ie\bar{\psi}Q\left[\hat{A} + \frac{\kappa}{2m_N}\sigma_{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right]\psi + ieA_\mu J_\mu^{\pi,K}, \tag{4}$$

利用层子模型的计算方法和 $SU(4)$ 对称性，对 $J\to\pi^+\pi^-$ 取 π 介子形状因子 ρ 极点近似，对 $J\to K^+K^-$ 取K介子形状因子 ϕ 极点近似，可算得衰变部分宽度的值，列于表 3 中。

2. 模型无关的方法

我们假定如下的等效哈氏函数：

$$H_i = f_J\psi_\mu A_\mu + f_\rho\varphi_\mu A_\mu + ig\varphi_\mu\left(\varphi\frac{\partial\varphi^*}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}\varphi^*\right), \tag{5}$$

其中 ψ_μ, φ_μ, φ 分别为粒子 J, ρ 和 π 的场量. 耦合常数 f_ψ, f_ρ, g 可分别由实验 $J\to e^+e^-$, $\rho\to e^+e^-$, $\rho\to\pi^+\pi^-$ 定出. 最后得

$$\Gamma_{J\to\pi^+\pi^-} = \left(\frac{3}{\alpha}\right)^2\frac{m_\rho^2}{m_J^4}\frac{\Gamma_{J\to e^+e^-}\Gamma_{\rho\to e^+e^-}\Gamma_{\rho\to\pi^+\pi^-}}{\left(1-\frac{m_\rho^2}{m_J^2}\right)^2}\frac{\left(1-\frac{4m_\pi^2}{m_J^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\frac{4m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^{3/2}}, \tag{6}$$

$$\Gamma_{J\to K^+K^-} = \left(\frac{3}{\alpha}\right)^2\frac{m_\phi^2}{m_J^4}\frac{\Gamma_{J\to e^+e^-}\Gamma_{\phi\to e^+e^-}\Gamma_{\phi\to K^+K^-}}{\left(1-\frac{m_\phi^2}{m_J^2}\right)^2}\frac{\left(1-\frac{4m_K^2}{m_J^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\frac{4m_K^2}{m_\phi^2}\right)^{3/2}}. \tag{7}$$

上两式中作 $J\to\psi'$ 替换，便得 $\psi'\to\gamma\to\pi^+\pi^-$, K^+K^- 的宽度. 计算结果列于表 3 中.

表　3

过　　程	$\Gamma_{理}$(方法 1) (eV)		$\Gamma_{理}$(方法 2) (eV)
	$\lvert\psi_J(0)\rvert^2 = \lvert\psi_\rho(0)\rvert^2$	$\lvert\psi_J(0)\rvert^2 = \lvert\psi_\rho(0)\rvert^2\frac{m_J}{m_\rho}$	
$J\to\pi^+\pi^-$	1.55	6.25	8.66
$J\to K^+K^-$	3.71	14.9	2.06
$\psi'\to\pi^+\pi^-$	2.13	8.58	1.67
$\psi'\to K^+K^-$	5.37	21.6	0.40

和 ρ, δ, A_1, A_2, ρ' 相类比，我们假定在 J 粒子和 ψ' 粒子之外还存在由 c 层子和相应的反层子 $\bar{c}$ 组成的 $^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$ 态，其质量约为 3.4 GeV, $\psi'(3695)$ 可以通过 $E1$ 跃迁衰变为$c\bar{c}(^3P_{0,1,2})$. 从结构模型的观点看，层子波函数的小分量对 $E1$ 跃迁起主要作用. 但我们原来的层子模型波函数恰恰略去了小分量，故在计算 $E1$ 跃迁时不能用层子模型的计算方法. 因为放出的光子的能量只有 300 MeV 左右，作为零级近似，我们采用了原子的 $E1$ 跃迁的表式[5]，考虑到 c 层子的电荷为 $\frac{2}{3}e$, 则

$$\Gamma_{\psi'\to c\bar{c}(^3P)} \cong \frac{16}{27}\alpha E_\gamma^3\lvert\boldsymbol{x}_{ab}\rvert^2. \tag{8}$$

注意 $\psi'(3695)$ 的空间波函数是谐振子的 $n_r = 1$, $l = 0$ 的态，而 $c\bar{c}(^3P)$ 为 $n_r = 0$, $l = 1$ 的态，利用 $\Gamma_{J\to e^+e^-}\sim 6$ keV, 定出 $\lvert\psi_J(0)\rvert^2$ 的值，求得

$$\Gamma_{\psi'\to c\bar{c}(^3P)} = \frac{16}{27}\alpha E_\gamma^3\frac{1}{\pi[\lvert\psi_J(0)\rvert^2]^{2/3}}\sim 840\text{keV}. \tag{9}$$

以上我们从结构模型出发，采用了 $SU(4)$ 对称下层子模型的计算方法得到了一系列结果. 其中 J, ψ' 的轻子衰变与实验结果在数量级上是一致的. 通过虚光子衰变为 $\pi^+\pi^-$, K^+K^- 的部分宽度理论值也在目前实验给出的部分宽度的上限以下. 但辐射衰变的理论值和实验之间却存在着严重的矛盾. 辐射衰变的宽度甚至超过了实验给出的总宽度，其中有一部分结果对混合角的大小很敏感，而且一部分过程放出的光子能量超过 1.4 GeV. 层子模型对 γ 光子能量为数百 MeV 的辐射衰变给出了较好的结果[2]. 但这种计算方法能否推广应用到 γ 光子超过 1.4 GeV 的辐射衰变过程中去是使人怀疑的，有待进一步探讨. 因此，这些过程的理论计算值和实验不一致，不一定说明 $SU(4)$ 模型本身有问题. 但是，在 $\psi' \to \eta_c + \gamma$ 和 $\psi' \to c\bar{c}(^3P) + \gamma$ 过程中，放出光子的能量只有数百 MeV，而且计算结果对混合角大小不敏感，这些理论结果在数量级上是可信的. 这些过程的部分宽度即使只有 100 keV，在实验上也已经应该发现. 由于实验上至今没有发现这两个过程，这将给解释 J, ψ' 新粒子的 $SU(4)$ 模型带来严重困难.

参 考 文 献

[1] J. J. Aubert, *et al.*, *P.R.L.*, **33** (1974), 1404; J. E. Augustin, *et al.*, *P.R.L.*, **33** (1974), 1406; C. Bacci, *et al.*, *P.R.L.*, **33** (1974), 1408; G. S. Abrams, *et al.*, *P.R.L.*, **33** (1974), 1453.

[2] 原子能, **3** (1966), 137.

[3] 原子能, **7—8** (1966), 399; 1966 年北京暑期物理讨论会上北京基本粒子理论组的论文.

[4] 吴济民、黄涛, 科学通报, **20** (1975), 184.

[5] W. Heitler, Quantum Theory of Radiation, § 17.