

磁化等离子体里高频模和低频模 耦合的参量不稳定性

周玉美 蔡诗东

(中国科学院物理研究所)

1979年8月31日收到

提 要

用“有质动力”的方法,对一个空间均匀的磁化等离子体,在大振幅泵浦波 $E_0(\mathbf{r}, t)$ 作用下,推导了非线性色散关系. 从这个色散关系出发,统一处理了各种常见波的参量激发,如反常吸收与反常散射,并与别人用其他方法计算的结果作了比较. 发现只要在有质动力适用的条件下,我们的色散关系可以重新得到他们的结果. 此外,我们还计算了几种还未见发表过的参量激发. 从我们的结果可以看出,对反常吸收,“偶极近似”的做法基本上可以给出正确的结果. 对反常散射,等离子体磁化后,阈值会提高,增长率会下降. 所以磁场对受激散射型的参量激发起稳定作用.

一、引 言

参量不稳定性是等离子体里的一种重要的非线性现象,也是等离子体的反常吸收和反常散射的一种重要机制. 对于在一个空间均匀的非磁化等离子体里的参量不稳定性问题, Drake^[1] 等用“有质动力”(Ponderomotive force)的方法进行了系统的讨论. 这种方法的优点在于它可以处理有限波矢的问题,不必取通常用的“偶极近似”^[2]. 但它只能处理 $\omega_s \ll \omega_0$ 的情况. 以上 (ω_s, \mathbf{k}_s) 为低频女儿波的频率和波矢, (ω_0, \mathbf{k}_0) 为泵浦波的频率和波矢. 我们试图将此方法推广到磁化等离子体里,即在等离子体里有一个均匀的恒定的外磁场存在. 这不仅因为在很多实验室等离子体和天然等离子体里都有磁场存在,而且由于在外磁场下,等离子体波的模式大大增加了,讨论的物理内容更加丰富了. 当然,对磁化等离子体的参量不稳定性问题,已有很多人做了很多工作^[3-11]. 这些文章各自用了不同的方法,对各自特定的模式进行了讨论. 我们试图用“有质动力”这个统一方法,统一处理在磁化等离子体里各种不同模式的参量过程,包括反常吸收和反常散射.

一些文献^[3,4]在用“有质动力”处理问题是从流体方程出发,限制了磁场强度来进行讨论的. 我们试图不限制磁场强度,从 Vlasov 方程出发进行讨论,并说明“有质动力”——一个宏观力是怎样进入 Vlasov 方程的. 在有磁场存在时,高频模和低频模耦合的基本的非线性效应和无磁场时一样,也是两个^[3,4,6]. 一个是由于两个高频模的“拍”而产生的低频“有质动力”施加在电子上.(由于质量的缘故,作用在离子上的“有质动力”可以忽略.)另一个是低频波和高频泵浦波的耦合而产生一个非线性的高频电流密度,此高频电流密

度作为一个源, 驱动边带模.

二、有外磁场时“有质动力”的形式

我们从 Vlasov 方程

$$\frac{\partial f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 0 \quad (2.1)$$

出发, 这里的 $(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ 是互相独立的自变量. f_α 为 α 类粒子的分布函数, q_α, m_α 是 α 类粒子的电荷和质量. $\frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) \equiv \dot{\mathbf{v}}$ 为带电粒子在电磁场中所受到的加速度.

若有一个大振幅的高频泵浦波 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} + \text{c. c.}^{1)}$ 射到一个磁化等离子体上, 通过参量激发, 衰变成两个高频波(其频率为 $\omega_s \pm \omega_0$, 波矢为 $\mathbf{k}_s \pm \mathbf{k}_0$) 和一个低频波 (ω_s, \mathbf{k}_s) , 并有 $\omega_s \ll \omega_0$. 令 $\omega_\pm \equiv \omega_s \pm \omega_0$, $\mathbf{k}_\pm \equiv \mathbf{k}_s \pm \mathbf{k}_0$. 这时带电粒子受到的总电场

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \{ \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} + \mathbf{E}_0^* e^{-i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)} + \mathbf{E}_+ e^{i(\mathbf{k}_+ \cdot \mathbf{r} - \omega_+ t)} \\ &\quad + \mathbf{E}_- e^{i(\mathbf{k}_- \cdot \mathbf{r} - \omega_- t)} + \mathbf{E}_s e^{i(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r} - \omega_s t)} \} = \text{Re} \{ \tilde{\mathbf{E}}_{0+} + \tilde{\mathbf{E}}_{0-} + \tilde{\mathbf{E}}_+ \\ &\quad + \tilde{\mathbf{E}}_- + \tilde{\mathbf{E}}_s \} = \text{Re} \sum_{j=1}^5 \tilde{\mathbf{E}}_j, \end{aligned}$$

其中 $j=1-4$ 代表高频电场 $\tilde{\mathbf{E}}_{0+}, \tilde{\mathbf{E}}_{0-}, \tilde{\mathbf{E}}_+, \tilde{\mathbf{E}}_-$, $j=5$ 代表低频电场 $\tilde{\mathbf{E}}_s$, 相应的磁场为 $\mathbf{B} = \sum_{j=1}^5 \mathbf{B}_j$. 除此之外, 在等离子体里还有一个恒定的外磁场 \mathbf{B}_0 . 这时 Vlasov

方程中粒子的加速度为

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left[\tilde{\mathbf{E}}_s + \frac{\mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_s}{c} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0}{c} + \sum_{j=1}^4 \left(\tilde{\mathbf{E}}_j + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_j \right) \right]. \quad (2.2)$$

若只考虑电子低频响应的 Vlasov 方程, 只有低频力才对其起作用. 若不考虑模耦合, 则 (2.2) 式的最后一项是不贡献低频力的. 这样进入 Vlasov 方程的就是前面的三项. 这就是通常在没有泵浦波情形下的 Vlasov 方程. 现在由于参量激发, 高频模耦合可以给出宏观的低频力 \mathbf{F}_{NL} , 即通常所说的“有质动力”. 这个力应该进入低频响应的 Vlasov 方程.

令 $\mathbf{F}_{NL} = q_\alpha \left\langle \sum_{j=1}^4 \left(\tilde{\mathbf{E}}_j + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_j \right) \right\rangle_{\omega_s} = q_\alpha \mathbf{E}_{NL}$, 这里对 \mathbf{v} 我们取“漂移近似”, $\langle \rangle_{\omega_s}$ 表示对快时间平均后仅考虑频率为 ω_s 的模. 所以考虑了模耦合以后, 低频模的 Vlasov 方程可以表达为

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left(\tilde{\mathbf{E}}_s + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_s + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_{NL} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha = 0.$$

以下推导在外磁场下, \mathbf{E}_{NL} 的具体表达式. 取 \mathbf{B}_0 在 \mathbf{z} 方向. 电子运动方程可写成

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -e \left[\tilde{\mathbf{E}}_s + \frac{\mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_s}{c} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \sum_{j=1}^4 \left(\tilde{\mathbf{E}}_j + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{B}}_j \right) \right]. \quad (2.3)$$

1) 这种写法即可讨论线偏振波, 也可以讨论圆偏振或椭圆偏振波.

假设低频模为静电模,则 $\tilde{\mathbf{B}}_s = 0$. 令 $\mathbf{r} = \mathbf{R} + \boldsymbol{\xi}$, 其中 $\boldsymbol{\xi}$ 代表 \mathbf{r} 的高频线性部分,即高频线性涨落,剩余的归到 \mathbf{R} 里. 可在 \mathbf{R} 处作泰勒展开,并以 $\mathbf{E}(\mathbf{R})$ 代表了 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 的基本性质. 若只保留到 E^2 项,则(2.3)式可改写成

$$n\ddot{\boldsymbol{\xi}} = -e \left[\frac{1}{c} \dot{\boldsymbol{\xi}} \times \mathbf{B}_0 + \sum_{i=1}^4 \mathbf{E}_i(\mathbf{R}) e^{-i\omega_i t} \right], \quad (2.4)$$

$$m\ddot{\mathbf{R}} = -e \left\{ [\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \mathbf{E}_s(\mathbf{R})] e^{-i\omega_s t} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{R}} \times \mathbf{B}_0 \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^4 \left[\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \mathbf{E}_i(\mathbf{R}) - \frac{i}{\omega_i} (\dot{\boldsymbol{\xi}} + \dot{\mathbf{R}}_i) \times (\nabla \times \mathbf{E}_i(\mathbf{R})) \right] e^{-i\omega_i t} \right\}, \quad (2.5)$$

其中 $\dot{\mathbf{R}}_i$ 为 $\dot{\mathbf{R}}$ 的线性部分,满足方程

$$\frac{d\dot{\mathbf{R}}_i}{dt} = -\frac{e}{m} \left[\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) e^{-i\omega_s t} + \frac{1}{c} \dot{\mathbf{R}}_i \times \mathbf{B}_0 \right]. \quad (2.6)$$

由(2.4)式可解出 $\dot{\boldsymbol{\xi}}$, 由(2.6)式可解出 $\dot{\mathbf{R}}_i$. 令 \mathbf{v}_i 代表 \mathbf{v} 的线性部分, $\mathbf{v}_i = \dot{\boldsymbol{\xi}} + \dot{\mathbf{R}}_i$. 若只保留到 E^2 项,则 \mathbf{E}_{NL} 可写成

$$\mathbf{E}_{NL} = \left\langle \sum_{i=1}^4 \left[\boldsymbol{\xi} \cdot \nabla \mathbf{E}_i(\mathbf{R}) - \frac{i}{\omega_i} \mathbf{v}_i \times (\nabla \times \mathbf{E}_i(\mathbf{R})) \right] e^{-i\omega_i t} \right\rangle_{\omega_s}.$$

令 $|\omega_i \pm \Omega_c| \approx \omega_s$, 即不考虑高频模和回旋频率—— $\Omega_c \equiv \frac{|e|B_0}{mc}$ ——的耦合,这时 \mathbf{E}_{NL} 可写成

$$\mathbf{E}_{NL} = i \left\langle \sum_{i,j=1}^4 \left[\boldsymbol{\xi}_i \cdot \mathbf{k}_j \mathbf{E}_j(\mathbf{R}) - \frac{i}{\omega_j} \mathbf{v}_i \times (\mathbf{k}_j \times \mathbf{E}_j(\mathbf{R})) \right] e^{-i\omega_j t} \right\rangle_{\omega_s}, \quad (2.7)$$

其中

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{E}_i e^{-i\omega_i t}, \quad \boldsymbol{\xi}_i = \frac{i}{\omega_i} \mathbf{v}_i. \quad (2.8)$$

迁移率张量

$$\boldsymbol{\nu}_i = -\frac{ei}{m} \begin{pmatrix} \frac{\omega_i}{\omega_i^2 - \Omega_c^2} & -\frac{i\Omega_c}{\omega_i^2 - \Omega_c^2} & 0 \\ \frac{i\Omega_c}{\omega_i^2 - \Omega_c^2} & \frac{\omega_i}{\omega_i^2 - \Omega_c^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_i} \end{pmatrix} = \frac{ei}{m} \frac{\omega_i}{\omega_{pe}^2} \boldsymbol{\chi}_c(\omega_i). \quad (2.9)$$

这里 $\boldsymbol{\chi}_c(\omega_i)$ 为冷等离子体的线性极化率张量. 将这些关系代入(2.7)式,经过一些运算,并令 $\omega_+ \approx \omega_0, \omega_- \approx -\omega_0$, 最后得到

$$\mathbf{E}_{NL} = \frac{\mathbf{k}_z}{\omega_0} [(\mathbf{v}_{0-} \cdot \mathbf{E}_+) - (\mathbf{v}_{0+} \cdot \mathbf{E}_-)] e^{-i\omega_s t} \\ = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega_{pe}^2} i\mathbf{k}_z [\mathbf{E}_+ \cdot \boldsymbol{\chi}_c^*(\omega_0) \cdot \mathbf{E}_{0-} + \mathbf{E}_- \cdot \boldsymbol{\chi}_c(\omega_0) \cdot \mathbf{E}_{0+}] e^{-i\omega_s t}. \quad (2.10)$$

所以电子的有质动力为

$$\mathbf{F}_{NL} = -e \mathbf{E}_{NL} = \frac{e^2}{m\omega_{pe}^2} \nabla[\mathbf{E}_+ \cdot \chi_e^*(\omega_0) \cdot \mathbf{E}_{0-} + \mathbf{E}_- \cdot \chi_e(\omega_0) \cdot \mathbf{E}_{0+}] e^{-i\omega_s t}. \quad (2.11)$$

此结果和文献[12]用 ponderomotive-scaler-potential method 得到的结果(40)式是一致的,但推导方法完全不同¹⁾. 若令 $\mathbf{B}_0 = 0$, 有质动力可以简化为

$$\mathbf{F}_{NL} = -\frac{e^2}{m\omega_0^2} \nabla[\mathbf{E}_{0+} \cdot \mathbf{E}_- + \mathbf{E}_{0-} \cdot \mathbf{E}_+] e^{-i\omega_s t}.$$

这即为通常的无磁场时的结果^[1]. 从(2.11)式知, $\mathbf{F}_{NL} \propto 1/m$, 所以作用在离子上的有质动力远小于作用在电子上的有质动力,可以略去.

三、非线性色散关系

边带电磁模所满足的波动方程为

$$\left[\left(k_{\pm}^2 - \frac{\omega_{\pm}^2}{c^2} \right) \mathbf{I} - \mathbf{k}_{\pm} \mathbf{k}_{\pm} \right] \cdot \mathbf{E}_{\pm} = \frac{4\pi i}{c^2} \omega_{\pm} \mathbf{J}_{\pm}, \quad (3.1)$$

其中 \mathbf{I} 代表单位张量, \mathbf{J}_{\pm} 表示电流密度. 考虑了模耦合以后, \mathbf{J}_{\pm} 除了对 \mathbf{E}_{\pm} 的线性响应外,还应当包含非线性部分. 非线性电流密度 $(\mathbf{J}_{NL})_{\pm} \simeq -en_s \mathbf{v}_{0\pm}$ ^[3,4,8]. 由于 \mathbf{J}_{\pm} 是高频模的电流密度,所以这里我们只考虑了电子的贡献,略去了离子的贡献. n_s 为低频电子密度扰动,所以

$$\mathbf{J}_{\pm} = \sigma_{\pm} \cdot \mathbf{E}_{\pm} - en_s \mathbf{v}_{0\pm}, \quad (3.2)$$

其中 $\sigma_{\pm} = -\frac{i\omega_{\pm}}{4\pi} (\epsilon_{\pm} - 1)$ 为线性等离子体电导率. ϵ_{\pm} 是频率为 ω_{\pm} 模的线性介电常数. 将(3.2)式代入(3.1)式得到

$$\left(k_{\pm}^2 \mathbf{I} - \frac{\omega_{\pm}^2}{c^2} \epsilon_{\pm} - \mathbf{k}_{\pm} \mathbf{k}_{\pm} \right) \cdot \mathbf{E}_{\pm} = -\frac{4\pi i e}{c^2} \omega_{\pm} n_s \mathbf{v}_{0\pm}. \quad (3.3)$$

令 $\mathbf{G}_{\pm} \equiv \left(k_{\pm}^2 \mathbf{I} - \frac{\omega_{\pm}^2}{c^2} \epsilon_{\pm} - \mathbf{k}_{\pm} \mathbf{k}_{\pm} \right)^{-1}$, 则

$$\mathbf{E}_{\pm} = -\frac{4\pi i e}{c^2} \omega_{\pm} n_s \mathbf{G}_{\pm} \cdot \mathbf{v}_{0\pm}. \quad (3.4)$$

代入(2.10)式,则有

$$\mathbf{E}_{NL} = -\frac{4\pi e n_s}{c^2} i \mathbf{k}_s [\mathbf{v}_{0-} \cdot \mathbf{G}_+ \cdot \mathbf{v}_{0+} + \mathbf{v}_{0+} \cdot \mathbf{G}_- \cdot \mathbf{v}_{0-}]. \quad (3.5)$$

通过解包含有质动力在内的电子低频模的 Vlasov 方程(若限定低频模 (ω_s, \mathbf{k}_s) 为静电模)

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f_e - \frac{e}{m_e} \left(\tilde{\mathbf{E}}_s + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{E}_{NL} \right) \cdot \nabla_v f_e = 0 \quad (3.6)$$

和泊松方程,可得

$$n_s = \frac{1 + \chi_i(\mathbf{k}_s, \omega_s)}{\epsilon(\mathbf{k}_s, \omega_s)} \frac{N_0 e}{m_e} \mathbf{E}_{NL} \cdot \mathbf{\Pi}. \quad (3.7)$$

1) 在我们工作接近尾声时,看到文献[12]. 虽然他们的方法在数学上比较严格、广义,但我们的方法却简单直观得多. 他们没有对具体的参量过程进行讨论.

这里线性极化率

$$\chi_c(\mathbf{k}_s, \omega_s) = -\frac{\omega_{pe}^2}{k_s^2} i\mathbf{k}_s \cdot \Pi, \quad (3.8)$$

$\varepsilon(\mathbf{k}_s, \omega_s) = 1 + \chi_c(\mathbf{k}_s, \omega_s) + \chi_i(\mathbf{k}_s, \omega_s)$ 为线性介电函数, N_0 为平衡态时的电子密度.

将(3.5)式代入(3.7)式, 并利用(3.8)式, 可得到有泵浦波 \mathbf{E}_0 存在时, 磁化等离子体的非线性色散关系

$$\frac{1}{\chi_c(\mathbf{k}_s, \omega_s)} + \frac{1}{1 + \chi_i(\mathbf{k}_s, \omega_s)} = \frac{k_s^2}{c^2} [\mathbf{v}_{0-} \cdot \mathbf{G}_+ \cdot \mathbf{v}_{0+} + \mathbf{v}_{0+} \cdot \mathbf{G}_- \cdot \mathbf{v}_{0-}]. \quad (3.9)$$

(3.3)和(3.9)式是我们以下计算的依据.

四、磁化等离子体里一些波的参量激发

本节我们利用色散关系(3.9)式来讨论磁化等离子体里各种波的参量激发. 关键是求出在各种情况下 \mathbf{G}_\pm 的表达式. 我们只讨论仅包含一个边带——Stokes 分量 (ω_-, k_-) 的三波相互作用, 略去 Anti-Stokes 分量^[17].

1. 反常吸收

若边带 ($\omega_\pm, \mathbf{k}_\pm$) 也为静电模, 即 $\mathbf{k}_\pm \parallel \mathbf{E}_\pm$. 这时可以讨论反常吸收问题.

用 \mathbf{k}_\pm/k_\pm^2 点乘(3.3)式, 令 $\varepsilon_\pm = \mathbf{k}_\pm \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_\pm \cdot \mathbf{k}_\pm$, 并和(3.4)式比较可得

$$\mathbf{G}_\pm = -\frac{c^2}{\omega_\pm^2 \varepsilon_\pm k_\pm^2} \mathbf{k}_\pm \mathbf{k}_\pm,$$

代入(3.9)式, 得到

$$\frac{1}{\chi_c} + \frac{1}{1 + \chi_i} = -\frac{k_s^2}{\omega_0^2} \left[\frac{|\mathbf{k}_+ \cdot \mathbf{v}_0|^2}{\varepsilon_+ k_+^2} + \frac{|\mathbf{k}_- \cdot \mathbf{v}_0|^2}{\varepsilon_- k_-^2} \right]. \quad (4.1)$$

这里 $|\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_0|^2 = (\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_0)(\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_0^*) = (\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_{0+})(\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_{0-})$.

令 $|\mathbf{k}_\pm \cdot \mathbf{v}_0|^2 \equiv \omega_0^2 \mu_\pm^2$, 利用(2.8)式, 则得

$$\mu_\pm^2 = \frac{e^2}{m^2} \left[\left(\frac{E_0^0 k_\pm^2}{\omega_0^2} + \frac{\mathbf{E}_{0\perp} \cdot \mathbf{k}_{\pm\perp}}{\omega_0^2 - \Omega_c^2} \right)^2 + \frac{\Omega_c^2 (\mathbf{E}_{0\perp} \times \mathbf{k}_{\pm\perp})^2}{\omega_0^2 (\omega_0^2 - \Omega_c^2)^2} \right]. \quad (4.2)$$

所以(4.1)式也可以写成

$$\frac{1}{\chi_c} + \frac{1}{1 + \chi_i} = -k_s^2 \left[\frac{\mu_+^2}{\varepsilon_+ k_+^2} + \frac{\mu_-^2}{\varepsilon_- k_-^2} \right]. \quad (4.3)$$

若取偶极近似, 则 $\mathbf{k}_+ = \mathbf{k}_- = \mathbf{k}_s$, 所以 $\mu_+^2 = \mu_-^2 = \mu^2$, 这样(4.3)式简化成

$$\varepsilon(\mathbf{k}_s, \omega_s) + \chi_c(\mathbf{k}_s, \omega_s) [1 + \chi_i(\mathbf{k}_s, \omega_s)] \mu^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_+} + \frac{1}{\varepsilon_-} \right) = 0. \quad (4.4)$$

若 $|\chi_c| \gg 1$ 和 $|\chi_i| \gg 1$, 则(4.4)式进一步简化成

$$\varepsilon + \chi_c \chi_i \mu^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_+} + \frac{1}{\varepsilon_-} \right) = 0. \quad (4.5)$$

和文献[13]的[28(b)]式是相同的 (由于我们和文献[13]所假设的泵浦波的振幅差两

倍,所以 μ^2 差四倍)。

有了(4.1)或(4.3)式后,就可以讨论反常吸收问题。有关这方面的问题, Porkolab^[2,5,13] 作了很多讨论,但他用了偶极近似。我们用非偶极近似的色散关系(4.3)式,对低杂波和高杂波的参量激发进行了讨论,发现和偶极近似的结果基本上是一样的。这里只需指出两点:

1) 在偶极近似的假设下,低杂波参量激发成另一低杂波和离子声波是不可能的^[2,5]。但在非偶极近似下,则允许这个通道存在。只要 $\omega_0 > 4\omega_{LH}$, $T_e > 4T_i$ 。这里 $\omega_{LH} = \omega_{pi} \left[\frac{1}{1 + (\omega_{pe}^2/\Omega_e^2)} \right]^{1/2}$ 是低杂共振频率。阈值为

$$E_{0T} = \frac{m_e}{e} \frac{2\omega_0 \Omega_e \omega_0}{k_a \omega_{LH}} \left(\frac{\Gamma_a \Gamma_-}{\omega_a \omega_0} \right)^{1/2}.$$

这里 ω_a , k_a , Γ_a 为离子声波的频率、波矢和阻尼率。 Γ_- 为 (ω_-, \mathbf{k}_-) 模的阻尼率。最大增长率

$$\gamma_{\max} = \frac{v_0}{c_s} \frac{\omega_{LH}}{2\omega_0} (\omega_0 \omega_a)^{1/2}.$$

这里 c_s 为离子声速。此结果和文献[9]是一致的。

2) 当高杂波衰变成低杂波和高杂波时,由于这时 $|\chi_e(\omega_s)|$ 和 $|\chi_i(\omega_s)|$ 不是远大于1的。因此我们的色散关系(4.4)式里的因子 $\chi_e(1 + \chi_i)$ 和文献[2]里的因子 $\chi_i(1 + \chi_e)$ 之间就有了差别。我们得到阈值

$$E_{0T} = \frac{m}{e} \frac{2\omega_0 \omega (\omega_0^2 - \Omega_e^2)^{1/2}}{\omega_{pi} k} \left(\frac{\Gamma \Gamma_-}{\omega \omega_0} \right)^{1/2} \frac{\omega_{UH}^2}{\omega_{pe}^2}$$

和文献[2]的结果相比,多了因子 $\omega_{UH}^2/\omega_{pe}^2$ 。这里 $\omega_{UH} = (\omega_{pe}^2 + \Omega_e^2)^{1/2}$ 为高杂共振频率。对一般 Tokamak ($\omega_{pe} \simeq 0.6\Omega_e$),我们的阈值约大 3.8 倍。若在更强磁场下(若 $\Omega_e \geq 3\omega_{pe}$),则我们的阈值约大一个量级。

2. 受激散射

若边带模为电磁模时,可以讨论受激散射(也称反常散射)问题。关键是求出 \mathbf{G}_\pm 的表达式。

若高频模取冷等离子体近似,则(3.3)式可写成

$$-\frac{\omega_\pm^2}{c^2} \begin{pmatrix} S_\pm - n_\pm^2 \cos^2 \theta_\pm & -iD_\pm & n_\pm^2 \cos \theta_\pm \sin \theta_\pm \\ iD_\pm & S_\pm - n_\pm^2 & 0 \\ n_\pm^2 \cos \theta_\pm \sin \theta_\pm & 0 & p_\pm - n_\pm^2 \sin^2 \theta_\pm \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x^\pm \\ E_y^\pm \\ E_z^\pm \end{pmatrix} = -\frac{4\pi ie}{c^2} \omega_\pm n_s \mathbf{v}_{0\pm}, \quad (4.6)$$

其中

$$S_\pm = 1 - \sum_a \frac{\omega_{pa}^2}{\omega_\pm^2 - \Omega_a^2}, \quad D_\pm = \frac{\omega_\pm (\omega_{pi}^2 \Omega_i - \omega_{pe}^2 \Omega_e)}{(\omega_\pm^2 - \Omega_e^2) (\omega_\pm^2 - \Omega_i^2)},$$

$p_\pm = 1 - \sum_a (\omega_{pa}^2/\omega_\pm^2)$, $n_\pm^2 = c^2 k_\pm^2/\omega_\pm^2$, θ_\pm 为 \mathbf{k}_\pm 和 z 轴的夹角。以下讨论几种常用波的受激散射问题。

1) 垂直于磁场传播的波

若泵浦波垂直于磁场传播,经参量激发后衰变成另一垂直于磁场传播的电磁波和一

个静电波。这时 $\theta_{\pm} = \pi/2$ ，由(4.6)式可得

$$\mathbf{G}_{\pm} = -\frac{c^2}{\omega_{\pm}^2} \frac{1}{(S_{\pm} - n_{\pm}^2)S_{\pm} - D_{\pm}^2} \begin{pmatrix} S_{\pm} - n_{\pm}^2 & iD_{\pm} & 0 \\ -iD_{\pm} & S_{\pm} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_{\pm}(S_{\pm} - n_{\pm}^2) - D_{\pm}^2}{p_{\pm} - n_{\pm}^2} \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

(1) 寻常模的受激散射

若泵浦波为寻常模，边带模 $(\omega_{\pm}, \mathbf{k}_{\pm})$ 也为寻常模，即 $\mathbf{E}_0 = E_0 \hat{\mathbf{z}}$ ， $\mathbf{E}_{\pm} = E_{\pm} \hat{\mathbf{z}}$ 。这时 \mathbf{G}_{\pm} 可写成

$$\mathbf{G}_{\pm} = \frac{c^2}{\omega_{pe}^2 + c^2 k_{\pm}^2 - \omega_{\pm}^2} \hat{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{z}},$$

代入(3.9)式，并令 $\mathcal{D}_{\pm} = c^2 k_{\pm}^2 - \omega_{\pm}^2 + \omega_{pe}^2$ ，则得色散关系

$$\varepsilon(\omega_{\pm}) = k_{\pm}^2 \chi_c (1 + \chi_i) |v_{0z}|^2 \left(\frac{1}{\mathcal{D}_{+}} + \frac{1}{\mathcal{D}_{-}} \right). \quad (4.8)$$

若只讨论包含一个边带的参量过程。我们取 \mathcal{D}_{-} 共振，而 \mathcal{D}_{+} 远离共振。这就要求 $\omega_{\pm} \ll (c^2 \mathbf{k}_{\pm} \cdot \mathbf{k}_0)/\omega_0$ 。在共振近似下，(4.8)式可写成

$$-(\Gamma + \gamma)(\Gamma_{-} + \gamma) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega_{\pm}} \Big|_{\omega_{\pm} = \omega} \frac{\partial \mathcal{D}_{-}}{\partial \omega_{-}} \Big|_{\omega_{-} = -\omega_0} = k_{\pm}^2 \chi_c (1 + \chi_i) |v_{0z}|^2.$$

这里 ω 和 ω_0 为等离子体的本征模， Γ 和 Γ_{-} 分别为其阻尼率。

若低频模为垂直于磁场传播的高杂模，则阈值为

$$v_{0T}^2 = \frac{\Gamma \Gamma_{-}}{k_{\pm}^2 \omega_{pe}^2} 4 \omega_0 \omega_{UH}.$$

若取反向散射，即 $\mathbf{k}_{+} = 2\mathbf{k}_0$ ， $\mathbf{k}_{-} = \mathbf{k}_0$ ，这时阈值也可写成

$$\frac{v_{0T}^2}{c^2} = \frac{\omega_{UH}}{\omega_{pe}} \left(\frac{\Gamma \Gamma_{-}}{\omega_{pe} \omega_0} \right). \quad (4.9)$$

若令 $\Gamma_{-} \rightarrow 0$ ， $\Gamma \rightarrow 0$ ，可得最大增长率

$$\gamma_{\max} = \frac{v_0}{c} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_{UH}} \right)^{1/2} (\omega_{pe} \omega_0)^{1/2}. \quad (4.10)$$

若令 $\Gamma \gg \gamma, \Gamma_{-}$ ，可得到刚刚在阈值以上的增长率

$$\gamma = \frac{v_0^2}{c} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{UH}} \frac{\omega_0 \omega_{pe}}{\Gamma}. \quad (4.11)$$

以上所得到的结果(4.9)–(4.11)式，在 $\Omega_c \rightarrow 0$ 时，都可回到无外磁场时的结果^[1]。在 $\Omega_c \neq 0$ 时，和文献[7]用多时间尺度所得到的结果是一致的。

若低频模为垂直于磁场传播的低杂模，则阈值为

$$\frac{v_{0T}^2}{v_{0\varphi}^2} = \left(\frac{\Gamma - \Gamma_{-}}{\omega_0 \omega} \right) \frac{\Omega_c \Omega_i}{\omega_{pi}^2 - \omega_{LH}^2} = \left(\frac{\Gamma \Gamma_{-}}{\omega \omega_0} \right) \frac{\omega_{UH}^2}{\omega_{pe}^4} \Omega_c^2,$$

其中 $v_{0\varphi} = \omega_0/k_0$ 为泵浦波的相速度。最大增长率为

$$\gamma_{\max} = \frac{v_0}{v_{0\varphi}} (\omega \omega_0)^{1/2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{UH} \Omega_c}.$$

因为电磁波的 $v_{0\varphi} \geq c$ ，所以 $v_{0\varphi} = c$ 时，即 $\omega_0 \gg \omega_{pe}$ 时，阈值最小，增长率最大。

(2) 非常模的受激散射

若 (ω_0, \mathbf{k}_0) 和 $(\omega_{\pm}, \mathbf{k}_{\pm})$ 都为非常模, 这时 \mathbf{G}_{\pm} 可以写成

$$\mathbf{G}_{\pm} = -\frac{c^2}{\omega_{\pm}^2 (S_{\pm} - n_{\pm}^2) S_{\pm} - D_{\pm}^2} \begin{pmatrix} S_{\pm} - n_{\pm}^2 & iD_{\pm} \\ -iD_{\pm} & S_{\pm} \end{pmatrix}.$$

代入(3.9)式, 并取泵浦波 \mathbf{E}_0 为右旋椭圆偏振的非常波, 即 $\mathbf{E}_{0\pm} = E_0 (\varepsilon \hat{\mathbf{x}} \pm i \hat{\mathbf{y}}) \exp[\pm i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)]$, 这里 $\varepsilon = iE_x^0/E_y^0$ 为椭圆度. 经过一些运算, 最后得到色散关系

$$\frac{1}{\chi_c} + \frac{1}{1 + \chi_i} = -\frac{k_z^2}{\omega_0^2} \left(\frac{\alpha_+}{\mathcal{D}_+} + \frac{\alpha_-}{\mathcal{D}_-} \right) \left(\frac{e}{m} \right)^2 \frac{E_0^2}{(\omega_0^2 - \Omega_c^2)^3},$$

其中 $\mathcal{D}_{\pm} = (S_{\pm} - n_{\pm}^2)S_{\pm} - D_{\pm}^2$,

$$\begin{aligned} \alpha_{\pm} = & (\omega_{\pm}^2 - \omega_{UH}^2)(\varepsilon\Omega_c + \omega_0)^2 + \left[\omega_{\pm}^2 - \omega_{UH}^2 - c^2 k_{\pm}^2 \left(1 - \frac{\Omega_c^2}{\omega_{\pm}^2} \right) \right] (\varepsilon\omega_0 + \Omega_c)^2 \\ & - 2\omega_{pe}^2 \frac{\Omega_c}{\omega_{\pm}} (\varepsilon\omega_0 + \Omega_c) (\varepsilon\Omega_c + \omega_0). \end{aligned}$$

若只考虑 \mathcal{D}_- 共振, 而 \mathcal{D}_+ 不共振, 这就要求取反向散射, 即 $\mathbf{k}_+ = 2\mathbf{k}_0$, $\mathbf{k}_- = \mathbf{k}_0$. 若低频静电模为垂直于磁场传播的低杂波, 则可得到阈值

$$E_{0T} = \left(\frac{\Gamma\Gamma_-}{\omega\omega_0} \right)^{1/2} \frac{\omega_{UH}\Omega_c}{\omega_{pe}^2} \left(\frac{A}{\alpha_-} \right)^{1/2} \frac{\omega_0 (\omega_0^2 - \Omega_c^2)}{k_0} \frac{m}{e},$$

其中

$$\begin{aligned} A = & 2\omega_0^2 - \omega_1^2 - \omega_2^2 - c^2 k_0^2 = \frac{(\omega_0^2 - \omega_{UH}^2)^2 + \omega_{pe}^2 \Omega_c^2}{\omega_0^2 - \omega_{UH}^2}, \\ \omega_2^2 = & \mp \frac{\Omega_c}{2} + \left(\frac{\Omega_c^2}{4} + \omega_{pe}^2 \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

在 \mathcal{D}_- 共振的条件下, α_- 可简化为

$$\alpha_- = \frac{(\omega_0^2 - \Omega_c^2)^2 [\omega_0(\varepsilon\Omega_c + \omega_0) - \omega_{pe}^2]}{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega_{UH}^2)},$$

这时

$$E_{0T} = \left(\frac{\Gamma\Gamma_-}{\omega\omega_0} \right)^{1/2} \left(\frac{m}{e} \right) \frac{\omega_{UH}\Omega_c}{\omega_{pe}^2} \frac{\omega_0^2}{k_0} \frac{[(\omega_0^2 - \omega_{UH}^2)^2 + \omega_{pe}^2 \Omega_c^2]^{1/2}}{|\omega_0(\varepsilon\Omega_c + \omega_0) - \omega_{pe}^2|}.$$

最大增长率

$$\gamma_{\max} = \left(\frac{e}{m} \right) \frac{k_0}{\omega_0^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{UH}\Omega_c} \frac{|\omega_0(\varepsilon\Omega_c + \omega_0) - \omega_{pe}^2|}{[(\omega_0^2 - \omega_{UH}^2)^2 + \omega_{pe}^2 \Omega_c^2]^{1/2}} \sqrt{\omega_0 \omega} E_0.$$

2) 平行于磁场传播的波

若泵浦波为平行于磁场传播的迴旋波, 经参量激发后, 衰变成另一沿磁场传播的迴旋波和一个静电波. 这时 $\theta_{\pm} = 0$, 所以(4.6)式可写成

$$-\frac{\omega_{\pm}^2}{c^2} \begin{pmatrix} S_{\pm} - n_{\pm}^2 & -iD_{\pm} & 0 \\ iD_{\pm} & S_{\pm} - n_{\pm}^2 & 0 \\ 0 & 0 & p_{\pm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x^{\pm} \\ E_y^{\pm} \\ E_z^{\pm} \end{pmatrix} = -\frac{4\pi i e}{c^2} \omega_{\pm} n_s \mathbf{v}_{0\pm}.$$

对于迴旋波 $\mathbf{E}_{\pm} = E_x^{\pm} \hat{\mathbf{x}} + E_y^{\pm} \hat{\mathbf{y}}$, 所以

$$\mathbf{G}_{\pm} = -\frac{c^2}{\omega_{\pm}^2} \frac{1}{(S_{\pm} - n_{\pm}^2)^2 - D_{\pm}^2} \begin{pmatrix} S_{\pm} - n_{\pm}^2 & iD_{\pm} \\ -iD_{\pm} & S_{\pm} - n_{\pm}^2 \end{pmatrix}.$$

代入(3.9)式,并假设 \mathbf{E}_0 为右旋圆偏振波,即 $\mathbf{E}_{0\pm} = E_0(\hat{x} \pm i\hat{y})\exp[\pm i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)]$. 经过一些运算,最后得到色散关系

$$\frac{1}{\chi_e} + \frac{1}{1 + \chi_i} = -\frac{k_{\pm}^2}{\omega_0^2} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{2E_0^2}{(\omega_0 - \Omega_e)^2} \left(\frac{1}{\mathcal{D}_+} + \frac{1}{\mathcal{D}_-}\right), \quad (4.12)$$

其中 $\mathcal{D}_{\pm} \equiv S_{\pm} - n_{\pm}^2 \pm D_{\pm}$.

(1) 哨波的受激散射

若泵浦波为哨波,即 $\Omega_i \ll \omega_0 \ll \Omega_e$, (4.12) 式可写成

$$\frac{1}{\chi_e} + \frac{1}{1 + \chi_i} = -\frac{k_{\pm}^2}{\omega_0^2} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{2E_0^2}{\Omega_e^2} \left(\frac{1}{\mathcal{D}_+} + \frac{1}{\mathcal{D}_-}\right).$$

这时 $\mathcal{D}_{\pm} = 1 \pm \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{\pm}\Omega_e} - \frac{c^2 k_{\pm}^2}{\omega_{\pm}^2}$. 我们仍取 \mathcal{D}_- 共振而 \mathcal{D}_+ 远离共振,这就要求取反向散射,即 $\mathbf{k}_+ = 2\mathbf{k}_0$, $\mathbf{k}_- = \mathbf{k}_0$. 若取低频静电波为离子声波,则可得阈值

$$E_{0T} = \frac{mc}{\sqrt{2}} \frac{\Omega_e}{e} \frac{\omega_a}{\omega_{pi}} \left(\frac{\Gamma_a \Gamma_-}{2\omega_a \omega_0}\right)^{1/2}, \quad (4.13)$$

最大增长率

$$\gamma_{\max} = \frac{e}{m} \frac{\sqrt{2} E_0}{v_{te}} \left(\frac{\omega_a}{\Omega_e}\right)^{1/2}.$$

这里 v_{te} 为电子热速度。(4.13)式和文献[14]用宏观方法给的阈值是一致的.

(2) 电子回旋波的受激散射

若泵浦波为电子回旋波,则

$$\mathcal{D}_{\pm} \simeq -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{\pm}(\omega_{\pm} \mp \Omega_e)} - \frac{c^2 k_{\pm}^2}{\omega_{\pm}^2}.$$

我们仍取 \mathcal{D}_- 共振而 \mathcal{D}_+ 远离共振(这同样要求取反向散射,并要求 $|\omega_0 - \Omega_e| \gg \omega_s$), 并取静电波为离子声波,则阈值为

$$E_{0T} = \frac{mc}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma_a \Gamma_-}{e} \left(\frac{\Gamma_a \Gamma_-}{2\omega_a \omega_0}\right)^{1/2} \frac{\omega_a}{\omega_{pi}} [\Omega_e(\Omega_e - \omega_0)]^{1/2},$$

最大增长率

$$\gamma_{\max} = \frac{2eE_0}{mc} \frac{\omega_{pi}}{\omega_a} \left[\frac{\omega_0 \omega_a}{\Omega_e(\Omega_e - \omega_0)}\right]^{1/2}.$$

3) 和磁场成任意角度传播的高频电磁波

若泵浦波和磁场成任意角度传播,原则上可以从(4.6)式讨论,但很复杂. 这里不做这种一般性的讨论,仅考虑 $\omega_0 \gg \Omega_e$, ω_{pe} 的纯电磁波(即 $\mathbf{k}_0 \perp \mathbf{E}_0$, $\mathbf{k}_{\pm} \perp \mathbf{E}_{\pm}$). 这时

$$\mathbf{G}_{\pm} = \frac{\mathbf{I}}{k_{\pm}^2 - \frac{\omega_{\pm}^2}{c^2}}.$$

代入(3.9)式得色散关系

$$\frac{1}{\chi_e} + \frac{1}{1 + \chi_i} = k_{\pm}^2 v_0^2 \left(\frac{1}{\mathcal{D}_+} + \frac{1}{\mathcal{D}_-}\right).$$

这里 $\mathcal{D}_{\pm} = c^2 k_{\pm}^2 - \omega_{\pm}^2$. 我们仍取 \mathcal{D}_- 共振而 \mathcal{D}_+ 远离共振, 若低频静电模为斜着传播的电子等离子体波, 即所谓的在磁化等离子体里的受激喇曼散射. 在反向散射时, 可得阈值

$$\frac{v_{0T}^2}{c^2} = \left(\frac{\Gamma\Gamma_-}{\omega\omega_0} \right) \left[1 + \sin^2\theta \frac{\omega_{pe}^2 Q_c^2}{(Q_c^2 - \omega^2)^2} \right], \quad (4.14)$$

最大增长率

$$\gamma_{\max} = \frac{v_0}{c} \left[\frac{\omega_0\omega}{1 + \sin^2\theta \frac{\omega_{pe}^2 Q_c^2}{(Q_c^2 - \omega^2)^2}} \right]^{1/2},$$

其中 θ 为 \mathbf{k}_r 和 $\hat{\mathbf{z}}$ 轴的夹角. 当 $Q_c \rightarrow 0$ 时, $\omega \rightarrow \omega_{pe}$, 则(4.14)式回到文献[1]无磁场时的受激喇曼散射的结果. 若 $\theta = \pi/2$, 这时 $\omega \rightarrow \omega_{UH}$, 则(4.14)式恰好回到以上讨论的寻常模在高杂波上的受激散射(4.9)式. (4.14)式和文献[10]用流体方法得到的结果也是一致的.

从(4.14)式可以看到, 一般来讲, 磁化等离子体里的受激喇曼散射的阈值要高于非磁化等离子体, 最大增长率则低于非磁化等离子体. 可以说, 磁场对受激喇曼散射有抑制的倾向.

五、讨 论

以上用一般的“有质动力”方法, 推导出空间均匀的磁化等离子体, 在大振幅泵浦波 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp [i(\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega_0 t)] + c.c.$ 作用下的非线性色散关系, 从这个色散关系出发, 讨论了各种常见的参量激发, 如反常吸收和反常散射. 并与别人用其他不同的方法, 对各自特例计算的结果作了比较. 发现只要在“有质动力”适用的条件下, 我们的色散关系可以重新得到他们已有的结果. 除此之外, 还计算了几种未见发表过的参量过程, 如寻常模在低杂波上的受激散射, 非常模的受激散射和电子回旋波的受激散射. 从结果可以看出: (1)对反常吸收, “偶极近似”的做法基本上可以得到正确的结果. (2)对反常散射, 当等离子体磁化后, 阈值会提高, 增长率会下降. 所以磁场对受激散射型的参量激发起稳定作用.

参 考 文 献

- [1] J. F. Drake, P. K. Kaw, Y. C. Lee, G. Schmidt, C. S. Liu and M. N. Rosenbluth, *Phys. Fluids*, **17**(1974), 778.
- [2] M. Porkolab, “Symposium on Plasma Heating and Injection”, (1972), P. 46.
- [3] W. M. Manheimer and E. Ott, *Phys. Fluids*, **17** (1974), 1413.
- [4] H. Sanuki and G. Schmidt, *J. phys. Society of Japan*, **42** (1977), 664.
- [5] M. Porkolab, *Nucl. Fusion*, **12**(1972), 329; *Phys. Fluids*, **17** (1974), 1432.
- [6] Y. C. Lee and P. K. Kaw, *Phys. Fluids*, **15** (1972), 911.
- [7] K. F. Lee, *Phys. Fluids*, **17** (1974), 1220.
- [8] Liu Chen, *Plasma Phys.*, **19**(1977), 47.
- [9] V. K. Tripathi, C. S. Liu, C. Grebog, *Phys. Fluids*, **22** (1979), 301.
- [10] J. E. Willett and B. Maraghechi, *J. Plasma Phys.*, **19** (1978), part 2, 313.
- [11] B. Maraghechi and J. E. Willett, *J. Plasma Phys.*, **21** (1979), part 1, 97.

- [12] S. Johnston, A. N. Kaufman, G. L. Johnston. *J. Plasma Phys.*, **20**(1978), part 3, 365.
[13] M. Porkolab, *Nucl. Fusion*, **18** (1978), 367.
[14] A. Simon, W. B. Thompson, ed. *Advances in Plasma Physics*. (Interscience Publishers, N. Y.)
Vol. 6 (1975), 98, 225.

PARAMETRIC INSTABILITIES WITH WELL SEPARATED FREQUENCIES IN MAGNETIZED PLASMA

ZHOU YU-MEI CAI SHI-DONG

(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

A nonlinear dispersion relation is derived for the homogeneous, magnetized plasmas by the conventional "ponderomotive force" method. By using this unified dispersion relation, various parametric instabilities (stimulated anomalous absorptions and scatterings) are discussed. The results are compared with those obtained by other authors in detail. In the validity region of this model ($\omega_{\text{idler}} \ll \omega_{\text{pump}}$), the results derived by previous authors can be recovered. In addition to obtaining a few instabilities which have not been appeared in literature, we also find that in general:

1. the "dipole approximation" can give the right results for the stimulated anomalous absorption problems,
2. the magnetic field may enhance the plasma stability.