

强激光在磁化不均匀等离子体中 引起的密度轮廓变陡

徐至展 余坚 唐永红

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1985年3月17日收到

提 要

本文从平面电磁波垂直入射于一维不均匀磁化等离子体的理论模型出发,通过计算电磁场结构,讨论了自生磁场对于密度轮廓修正的影响.我们的计算结果不仅与Nd玻璃激光打靶实验相符,也与CO₂激光打靶实验相一致,而且还能自然得到临界面附近的密度凹陷.

一、引 言

在激光与等离子体相互作用过程中,等离子体的密度分布对于等离子体中电磁波的传播和吸收有着十分重要的影响^[1,2].用高强度激光进行的打靶实验显示了等离子体密度轮廓的变陡效应,通常认为这种变陡与强激光形成的有质动力有关.值得注意的是密度轮廓的变陡程度与入射激光波长有密切的依赖关系.在Nd玻璃激光($\lambda = 1.06 \mu\text{m}$)的打靶实验中,入射光强一般要在 10^{14}W/cm^2 以上才能观察到密度轮廓的变陡效应,并且即使入射光强达到 10^{16}W/cm^2 ,上平台的最大高度也不会超过 $10n_{cr}$ ^[3,4];而在CO₂激光($\lambda = 10.6 \mu\text{m}$)的打靶实验中,入射光强在 10^{13}W/cm^2 左右,即能发现等离子体密度轮廓的显著变陡,其上平台高度可以达到 $40n_{cr}$ 以上^[5],甚至有文献报道存在 $400n_{cr}$ 以上的间接实验证据^[6].除此以外,在这两种激光器的打靶实验中都观察到了临界面附近伴随着密度轮廓变陡而出现的凹陷结构^[4,5].目前对于等离子体密度轮廓变陡效应的分析,理论上都采用了无磁场模型^[7-10].其结果虽然可以解释Nd玻璃激光打靶的部分实验事实,却无法与CO₂激光打靶实验相一致.此外,这些理论也不能解释实验中观察到的临界面附近的密度凹陷.由于强激光入射于靶面以后会产生很强的自生磁场,Fedosejevs等人曾建议考虑磁场的作用^[9],但始终未见有进一步的工作.本文从平面电磁波垂直入射于一维不均匀磁化等离子体的理论模型出发,通过计算电磁场结构,讨论了自生磁场对于密度轮廓修正的影响.我们的计算结果不仅与Nd玻璃激光打靶实验相符,也与CO₂激光打靶实验相一致,而且还能自然得到临界面附近的密度凹陷.

二、电磁场结构

设平面电磁波 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_L e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ 从真空垂直入射于其密度梯度 ∇n 沿 x 方向的一维

不均匀等离子体上,如果不存在外磁场,电磁波在等离子体中仅形成寻常波,不产生共振效应.但是如果在 z 方向加一强度为 B_0 的均匀恒定磁场,由于洛仑兹力作用下的电子运动,原来为纯横波的人射电磁波的电矢量在进入等离子体后发生旋转,从而产生一沿传播方向的电场分量.在临界面附近,这一电场分量与等离子体固有振荡相耦合而激发起的共振将显著地影响激光与等离子体的相互作用,因而具有重要的意义.在实际的物理过程中, B_0 即是已为实验测量证实存在的自生磁场.

利用麦克斯韦方程组和电子的动量方程,我们不难对上述物理过程进行数学的描述.从麦克斯韦方程出发,可以得到电磁波在等离子体中传播所满足的波动方程:

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} = -\frac{4\pi\omega n e \mathbf{u}}{c^2}. \quad (1)$$

其中 $n(x)$ 为等离子体密度, ω 为激光频率, \mathbf{u} 为电子在入射电磁波场驱动下的振荡速度,由下式给出:

$$m_e \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B}_0 \right) - \nu m_e \mathbf{u}. \quad (2)$$

m_e 为电子质量, ν 为阻尼率. 由(2)式解出 \mathbf{u} 代入(1)式,并注意到不均匀性仅沿 x 方向,则有

$$\begin{aligned} & (k_y^2 + k_z^2 - k_0^2) E_x + i \frac{\partial}{\partial x} (k_y E_y) + i \frac{\partial}{\partial x} (k_z E_z) \\ & - i \frac{k_0^2 \omega_p^2 (\nu - i\omega) E_x}{\omega [(\nu - i\omega)^2 + \omega_c^2]} + i \frac{k_0^2 \omega_p^2 \omega_c E_y}{\omega [(\nu - i\omega)^2 + \omega_c^2]} = 0. \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} & (k_z^2 - k_0^2) E_y + i \frac{\partial}{\partial x} (k_y E_x) + k_y k_z E_z - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y \\ & - i \frac{k_0^2 \omega_p^2 \omega_c E_x}{\omega [(\nu - i\omega)^2 + \omega_c^2]} - i \frac{k_0^2 \omega_p^2 (\nu - i\omega) E_y}{\omega [(\nu - i\omega)^2 + \omega_c^2]} = 0. \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} & (k_y^2 - k_0^2) E_z - \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z - k_y k_z E_y + i \frac{\partial}{\partial x} (k_z E_x) \\ & - i \frac{k_0^2 \omega_p^2 E_x}{\omega (\nu - i\omega)} = 0. \end{aligned} \quad (3c)$$

式中 $\omega_p = \left(\frac{4\pi n e^2}{m} \right)^{1/2}$, 为当地等离子体频率, $\omega_c = \left(\frac{e B_0}{m_e c} \right)$, 为电子回旋频率, k_x, k_y, k_z 为电磁波矢的各个分量, $k_0^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$. 由于本文仅考虑电磁波垂直入射于等离子体的情形,故可令(3)式中的 $k_y = k_z = 0$. 将各物理量无量纲化,即令 $\xi = k_0 x, N = \omega_p^2 / \omega^2, f = \nu / \omega, \alpha = \omega_c^2 / \omega^2, A = E / |E_L|$, 经过代数运算,(3)式可化为

$$A_x = \frac{iN\sqrt{\alpha} A_y}{(\alpha + N + f^2 - 1) + if(N - 2)}. \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 A_y}{\partial \xi^2} + \left\{ 1 + \frac{N[(N-1)(1-\alpha-N) - f^2] + ifN[\alpha + f^2 + N - 1]}{(N + \alpha + f^2 - 1)^2 + f^2(N - 2)^2} \right\} A_y \\ & = 0. \end{aligned} \quad (4b)$$

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial \xi^2} + i \frac{N A_z}{f - i} + k_0^2 A_z = 0, \quad (4c)$$

显然, 磁场的影响主要体现在电磁波的 A_x 和 A_y 分量上, 而对 A_z 没有影响. A_x 和 A_y 现在是不独立的, 它们的耦合形成了磁化等离子体中的异常波. 由于本文主要讨论外加磁场的影响, 我们将不考虑 A_z 分量. 在假定了等离子体的初始密度分布为线性以后, 我们可以对 (4b) 式进行求解. 在求解时我们利用了 f 通常很小的事实, 从而可以略去方程 (4b) 系数中的虚部. 从物理上考虑, 容易确定方程所满足的边界条件为: 在真空边界电磁波为自由空间波, 在高密度区电磁波的振幅应趋于零.

用数值的方法由 (4b) 式解得 A_y 以后, A_x 由 (4a) 式直接得到. 由此我们求出了整个冕区的电磁场结构, 特别是考察了自生磁场对于电磁场结构的影响, 详细结果参见图 2 至图 4. 可以看到: 当 $B_0 = 0$ 时, 有 $A_x \equiv 0$; 随着 B_0 的增大, A_x 的峰值也增大. 由于有质动力正比于电场振幅的梯度, 因此可以预期, 磁场的存在也将影响有质动力对于等离子体密度轮廓的修正.

三、密度轮廓变陡

利用已经求得的电磁场结构, 我们可以进一步讨论有质动力对等离子体密度轮廓的修正.

正如大家所知道的, 当激光入射于初始密度分布为线性的等离子体时, 光压形成的有质动力推动电子, 并由等离子体的准中性要求带动离子一起运动, 其结果是使等离子体形成一个新的密度分布, 在那里等离子体压力与有质动力相平衡, 等离子体运动以及密度分布将趋近稳态, 此时等离子体的行为可以用流体方程来描述:

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(NV) = 0, \quad (5)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} \frac{v_0^2}{v_e^2} \frac{\partial A^2}{\partial \xi} - \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi}. \quad (6)$$

方程 (5) 是连续性方程, 方程 (6) 是动量方程, 由于认为等离子体已达稳态, 故令方程中对时间的导数为零. 方程中的各物理量也都写成了无量纲的形式, 即: $\xi = k_0 x$, $N = \omega_p^2 / \omega^2$, $A = E / |E_L|$, $V = u / c_s$, c_s 为离子声速, v_e 为电子热速度, $v_0 = e E_L / m \omega$. 方程 (6) 右边的第一项即为有质动力, 它与电场振幅对空间的导数成正比.

对 (5) 式积分, 可得

$$NV = N_s, \quad (7)$$

其中 N_s 为积分常数, 等于声速点 ($V = 1$) 的等离子体密度. 此式表示沿 ξ 各点等离子体密度与速度的乘积为一常数. 从 (7) 式解出 N 并代入 (6) 式, 可得

$$\left(V - \frac{1}{V}\right) \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} \frac{v_0^2}{v_e^2} \frac{\partial A^2}{\partial \xi}. \quad (8)$$

由于 $\partial V / \partial \xi \neq 0$, 当 $V = 1$ 时, A^2 达到极大值, 也即场量的极大值位于声速点.

从 (7) 式解出 V 代入 (6) 式, 还可得到另外一个式子:

$$\left(\frac{1}{N} - \frac{N_s^2}{N^3}\right) \frac{\partial N}{\partial \xi} = -\frac{1}{4} \frac{v_0^2}{v_e^2} \frac{\partial A^2}{\partial \xi}. \quad (9)$$

两边对 ξ 积分,有

$$\frac{1}{2} \frac{N_s^2}{N^2} + \ln N = -\frac{1}{4} \frac{v_0^2}{v_c^2} A^2 + \text{const}, \quad (10)$$

其中积分常数可以由声速点场强为极大的条件定出

$$\text{const} = \frac{1}{2} + \ln N_s + \frac{1}{4} \frac{v_0^2}{v_c^2} A_s^2. \quad (11)$$

A_s 即声速点的场强. 把(11)式代入(10)式,稍加整理,便得到了计算等离子体密度轮廓的基本方程

$$\left(\frac{N_s}{N}\right)^2 + 2 \ln \frac{N}{N_s} - 1 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{v_c^2} (A_s^2 - A^2). \quad (12)$$

这是一个超越方程,在已经得到 A 的基础上,可用计算机求解. 在这样做以前,我们先对方程的性质进行讨论.

令 $M = N/N_s$, 方程(12)的左边可写成

$$f(M) = \frac{1}{M^2} + 2 \ln M - 1. \quad (13)$$

$f(M)$ 的曲线大致如图 1 所示. 当 $M = 1$ 时, $f(M) = 0$, (12)式给出此时 $A = A_s$ 达到最大;这和前面所说声速点场强最大的条件是一致的. 当 $M \neq 1$ 时, $f(M) > 0$, 这时方程(12)有两个解,分别位于等离子体的高密度区和低密度区. 如果 $A = 0$, 则由(12)式可知, $f(M)$ 达到最大

$$f(M) = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{v_c^2} A_s^2. \quad (14)$$

它的两个解分别对应于等离子体密度的上下平台的高度. 由于 v_0^2 正比于入射光强,因此入射光越强, $f(M)$ 就越大,等离子体密度的变陡也就越严重.

除此之外,场强的最大值 A_s 与共振现象的发生与否密切相关. 共振场的出现通常将导致 A_s 的明显增加. 如前所述,磁化等离子体中,即使激光为垂直入射,也会引起共振效应的产生. 因此很显然,自生磁场的存在也必将给密度轮廓的变陡带来重要的影响.

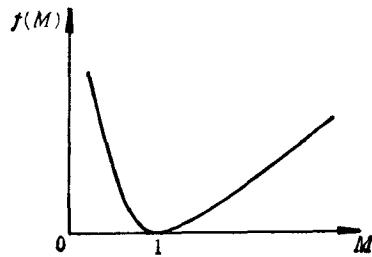


图 1

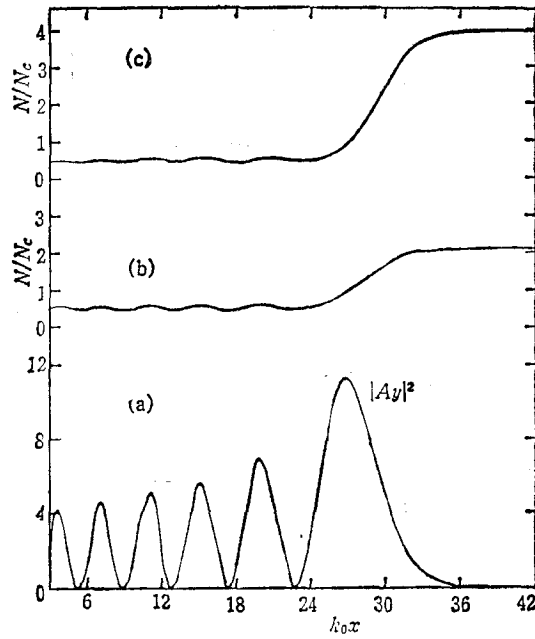


图 2 场结构及密度轮廓变陡

$\xi = 30; \alpha = 0; f = 0$; (a) 场结构; (b) 当 $v_0/v_e = 0.4$ 的密度轮廓;
(c) 当 $v_0/v_e = 0.6$ 时的密度轮廓

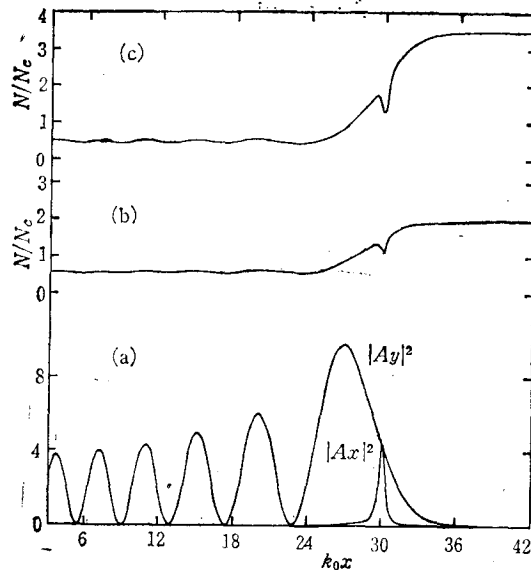


图 3

同图 2, 但参数改为 $\sqrt{\alpha} = 0.01, f = 10^{-1}$

除了使 A 增大以外, 共振效应还将导致声速点的移动。这一点在图 2 和图 4 中表现得清楚。不存在磁场时声速点位于反射面(也即临界面)前一定距离处; 当有较强的直

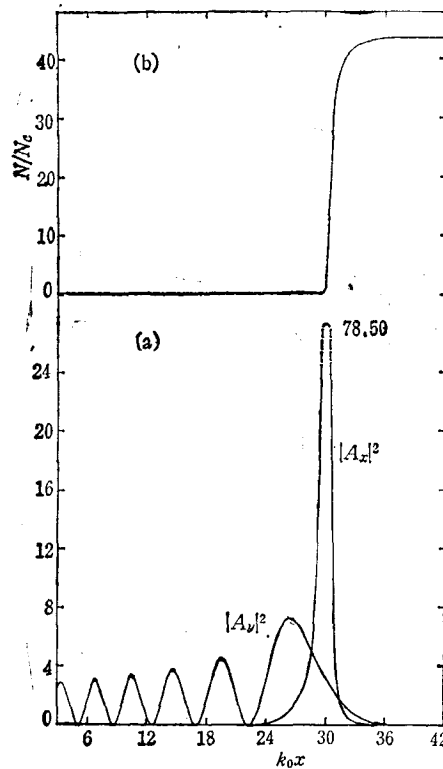


图 4

同图 2, 但参数改为 $\sqrt{\alpha} = 0.05$, $t = 10^{-4}$

流磁场存在时, 声速点移到了临界面附近。

利用第二节中得到的场结构和 (12) 式, 我们具体地计算了修正后的冕区及临界面附近等离子体的密度轮廓。典型结果示于图 2 至图 4。计算时参数的选择遵循与实验观测一致的原则, 以便与实验结果进行比较。

四、结果与讨论

根据激光与等离子体共振耦合的程度, 可以把自生磁场对密度轮廓变陡的影响分成如下几种情况讨论:

1. $\sqrt{\alpha} < 0.01$; 这种情况对应的磁场较弱, 共振场 A_x 虽然不等于零, 但与 A_y 相比仍然可以忽略。因此无论是 A_x 的量值还是声速点的位置, 与无磁场相比没有什么差别。代表这种情形的等离子体密度轮廓, 我们直接给出了无磁场的结果, 见图 2。可以看到, 与初始的线性密度轮廓相比, 变陡现象还是存在的, 此时上平台的高度约为 $2-4 n_{cr}$, 下平台的高度则为 $\sim 0.5 n_{cr}$, 分别对应于入射光强: $v_0/v_c = 0.4-0.6$ 。如果电子温度为 1keV , 则相应于 Nd 玻璃激光 $I_{in} \approx 8.8 \times 10^{14} - 2 \times 10^{15} \text{W/cm}^2$, CO_2 激光 $I_{in} \approx 8.8 \times 10^{12} - 2 \times 10^{13} \text{W/cm}^2$ 。

2. $\sqrt{\alpha} \sim 0.01$: 此情形的磁场虽然仍不很强, 但磁场引起的共振效应已再始显露, 表现为 A , 再始大于无磁场的值, 声速点也已移到了临界面附近, 见图 3. 作为这种情况的一个特征, 临界面附近的密度轮廓出现了凹陷结构. 这种结构在以往的打靶实验中曾多次观察到, 却一直没有得到令人满意的解释.

3. $\sqrt{\alpha} > 0.01$: 当自生磁场的强度在这个范围内时, 共振效应已十分明显, 不仅声速点的位置移到了临界面附近, A , 的值也因共振峰的崛起而变得很大. 其结果是修正后的密度轮廓陡化十分严重, 上平台的高度可达 $10 n_{cr}$ 以上. 如果 $\sqrt{\alpha} = 0.05$, 即使入射光强仅为 10^{15} W/cm^2 (CO_2) 左右, 上平台的高度也已达 $40 n_{cr}$ 以上, 见图 4. 这个结果若不考虑自生磁场效应是不可能得到的.

与上述结果相对应, 我们来考察以往的实验事实. 在用 Nd 玻璃激光进行的打靶实验中, 入射光强的范围大致是 $10^{15} - 10^{16} \text{ W/cm}^2$, 相应的自生磁场的观测值最高为 $1 - 2 \text{ MG}^{[11]}$, 即 $\sqrt{\alpha} \leq 0.01 - 0.02$, 基本上对应于上述的情形 1 和情形 2. 实验测得上平台高度约为 $1 - 4 n_{cr}^{[3,4]}$. 与我们给出的结果很接近.

不考虑磁场的解析分析和数值模拟虽然也得到了相近的上平台高度^[7,10], 但是却不能解释在这些实验中同时观察到的临界面附近的凹陷结构. 尤其, 当用这些理论来解释 CO_2 激光实验时, 更遇到了本质的障碍.

在 CO_2 激光打靶实验中, 入射光强的范围为 $7 \times 10^{12} - 3 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, 有关自生磁场的测量表明, 自生磁场的强度约为 $100 - 500 \text{ kG}^{[12,13]}$, 即 $\sqrt{\alpha} \approx 0.01 - 0.05$, 对应于上述的情形 2 和 3. 用激光干涉法进行的密度测量指出, 这时等离子体密度上平台的高度可高达 $40 n_{cr}^{[5]}$. 这个结果远非无磁场模型所能解释, 而在我们的模型中却是一个自然的结果, 见情形 3 的讨论和图 4.

五、结 论

由上述讨论可知, 无磁场模型之所以能够解释 Nd 玻璃激光实验中的部分结果, 只是由于在那种情形参数 α 比较小, 因而磁场引起的共振效应尚未占据主导地位的缘故. 因此, 为了比较全面地解释密度轮廓变陡的实验结果, 必须考虑自生磁场的影响.

参 考 文 献

- [1] C. E. Max, UCRL-53107, 15 (1981).
- [2] W. L. Kruer, *Advances in Plasma Physics*, Wiley, New York, (1976).
- [3] D. T. Attwood *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 40 (1978), 184.
- [4] A. Raven *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 43(1979), 278.
- [5] R. Fedosejevs *et al.*, *Phys. Fluids.*, 24(1981), 537.
- [6] R. L. Carman *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 46(1981), 29.
- [7] K. G. Estabrook *et al.*, *Phys. Fluids.*, 26(1983), 747.
- [8] K. G. Estabrook *et al.*, *Phys. Fluids* 18(1975), 1151.
- [9] K. Lee *et al.*, *Phys. Fluids* 20(1977), 51.
- [10] 徐至展、余玮、张文琦, *物理学报*, 33(1984), 1442.
- [11] A. Raven *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, 35(1979), 526.
- [12] N. A. Ebrahim *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, 35(1979), 109.
- [13] E. A. Mclean *et al.*, *Phys. Fluids.*, 27(1984), 1327.

DENSITY PROFILE STEEPENING DUE TO LASER RADIATION IN A MAGNETIZED INHOMOGENEOUS PLASMA

XU ZHI-ZHAN YU JIAN TANG YONG-HONG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The effects of self-generated magnetic field on the density profile modification in laserplasma interactions are studied by calculating the field structure, assuming that plane electromagnetic waves propagate into an one-dimensional inhomogeneous magnetized plasma. The results obtained by computation are in agreement not only with the laser-target experiments using Nd-glass laser, but also with that using CO₂ laser. In addition, calculations show naturally the density dip which has been observed in experiments.