

可 靠 性 物 理 动 力 学

邢 修 三

(中国原子能科学研究院)

1985年7月8日收到

提 要

本文试图从结构元件破裂的微观机理出发,用随机过程的理论方法,建立结构可靠性的微动力学理论。文中给出了故障演化动力学方程和可靠性分析的基本几率函数,导出了结构元件的故障几率和几率密度、可靠性、故障率及平均寿命。

一、引 言

近来,可靠性在应用和理论方面都广泛受到重视^[1-3]。在研究结构可靠性时,通常可分两个层次:一个是结构系统可靠性,另一个是结构元件可靠性。显然,后者是前者重要基础之一。从发展速率来看,引起结构元件不可靠性的故障基本上可分为偶然型与退化型两大类:前者是突变的、瞬时的;后者是渐变的、随时间演化的。从数学方法来看,可靠性数学理论^[4,2]目前已自成系统,有着广泛的应用;但从物理基础^[3-5]来看,迄今尚缺乏一个物理图象比较清楚的随时间演化的结构元件的可靠性动力学理论。显然,这种动力学理论的建立,不仅对于预期各种具体的结构元件的可靠性和寿命有着重要的意义,亦将为可靠性数学理论提供一个可能的微观物理基础。本文就试图从元件破裂的微观机理和动力学过程出发,用随机过程的理论方法,提供一个有关结构元件可靠性随时间演化的物理动力学理论,并由此导出结构元件可靠性的各个基本公式。

二、物 理 图 象

一个结构系统,在运行过程中,总会受到外应力、温度、介质(包括液态或气态的)甚至粒子辐照的作用(以下简称这些作用为外因)。在这些外因作用下,随着时间的流逝,系统元件的内部微观结构和宏观性能都将逐渐发生变化以致最后发生破裂,从而逐渐降低结构元件的可靠性。由于这些破裂故障是在外因作用过程中发展成的,因而称为退化型故障。从破裂的具体类型来看,可以归纳为:脆性破裂、疲劳破裂、应力腐蚀破裂和腐蚀疲劳破裂,正是这些破裂的微观机理、演化过程、宏观规律及其数学表述,构成了可靠性物理动力学的主要内容。

这些不同类型的破裂,若略去其原子过程的差异不计,则它们间的共同特点为:结构元件的各种破裂过程都有一个长短不等的时间发展过程,从微观结构来说,若非预先存在

一个大裂纹, 元件内部总有大量大小不等的微裂纹在不断成核长大甚至两个小微裂纹合并成一个大微裂纹. 换言之, 结构元件的各种宏观破裂都是由于其内部微裂纹演化(包括成核长大和合并)的结果. 这种演化过程是不可逆的. 由于材料内部微观成分、缺陷及相结构的不均匀性, 所有微裂纹的演化过程都是随机性的. 正因为如此, 可以认为, 结构元件的故障过程都是随机性的不可逆的动力学过程, 而微裂纹的演化以致最后导致元件破裂则是故障过程的实质和普遍规律. 这样, 对结构元件可靠性的微观分析就简化为对其在运行条件下微裂纹演化而导致元件材料破裂规律的分析. 我们正试图在此基础上建立可靠性物理动力学.

三、演化动力学方程

如上所述, 结构元件故障的微观实质归结为元件内部微裂纹在外因作用下演化的结果. 故障的演化动力学方程, 就是微裂纹的演化动力学方程. 由于元件材料内部的微观成分、缺陷及相结构的不均匀性, 故其微观结构可看成是平均结构背景上叠加了这种不均匀性涨落, 平均结构是确定性的, 不均匀性涨落是随机性的. 微裂纹的长大速率及其与其它微裂纹的相互合并几率, 都将因这种不均匀性涨落的随机存在而与其所经途径密切相关, 随机变化. 同一材料内两个形状和尺度相同的微裂纹, 在同一外因作用下, 由于各自所经途径上微观结构的不同, 其长大速率亦将互有差异. 正因为如此, 我们可将故障的演化过程看成是个随机过程.

现在我们给出描述这种过程的动力学方程. 设 t 为元件受外因作用的时间, 动力学变量 c 为 t 时微裂纹的长度, \dot{c} 为 t 时微裂纹的长大速率, 由于元件的微观结构看成是确定性背景结构上叠加了随机性涨落, 故微裂纹的长大速率应遵守下述广义朗之万方程

$$\dot{c} = K(c) + F(c, t), \quad (1)$$

其中 $K(c)$ 为长大速率的确定性部分, 或称为迁移长大速率, 它是由元件的平均结构与外因共同决定的, 而 $F(c, t)$ 为长大速率的随机性部分, 或称为涨落长大速率, 它是由元件的不均匀性涨落与外因共同决定的. 由于微裂纹的长大仅与当时及稍早的外因和元件的微观结构有关, 而与其更早的历史条件无关, 故长大过程可看成是个马尔可夫过程. 为简化起见, 我们进一步假定 $F(c, t) = \beta(c)f(t)$ (实际上, 当微裂纹很小时, 这种假定是可以证明的), 且 $f(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \langle f(t) \rangle &= 0, \\ \langle f(t)f(t') \rangle &= D\delta(t-t'). \end{aligned} \quad (2)$$

即随机长大速率是乘法型的, 且是高斯分布的. δ 为 Dirac 函数, D 为涨落系数. 这样, (1)式变为

$$\dot{c} = K(c) + \beta(c)f(t). \quad (1a)$$

描述一个随时间演化的动力学系统, 通常惯用两种等价的方程. 一种是动力学变量随时间演化的方程, 另一种是几率密度分布函数随时间演化的方程. 对于本文所讨论的微裂纹长大问题, 前者是朗之万方程 (1a), 根据随机理论^[6], 后者则应为下述福克-普朗克方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(c_0, c; t)}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial c} \left[\left(K(c) + \frac{D}{2} \beta(c) \frac{\partial \beta(c)}{\partial c} \right) P(c_0, c; t) \right] \\ & + \frac{D}{2} \frac{\partial^2}{\partial c^2} [\beta^2(c) P(c_0, c; t)], \end{aligned} \quad (3)$$

其中几率密度分布函数 $P(c_0, c; t) dt$ 为 $t = 0$ 时的微裂纹 c_0 在 t 时长大到 c 和 $c + dc$ 间的几率。

当元件材料内部不是一个或若干个同为 c_0 的微裂纹同时开始长大而是很多个微裂纹在外因作用过程中不断成核长大时, 我们令 $N(c, t) dc$ 表示 t 时单位体积内在长度 c 和 $c + dc$ 间形成的微裂纹数目, $N(t) = \int_{c_0}^{\infty} N(c, t) dc$ 表示 t 时微裂纹的总密度数, 则

$$P(c, t) dc = N(c, t) dc / N(t) \quad (4)$$

为 t 时在所有微裂纹中找到长度在 c 和 $c + dc$ 间的微裂纹的几率, 显然,

$$\int_{c_0}^{\infty} P(c, t) dc = 1.$$

$N(c, t)$ 随时间演化的方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial N(c, t)}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial c} \left[\left(K(c) + \frac{D}{2} \beta \frac{\partial \beta}{\partial c} \right) N(c, t) \right] \\ & + \frac{D}{2} \frac{\partial^2}{\partial c^2} [\beta^2 N(c, t)] + q(t) \delta(c - c_0), \end{aligned} \quad (5)$$

$q(t)$ 为 t 时单位体积单位时间内微裂纹成核的数目, 根据定义, 应有 $q(t) = \frac{dN(t)}{dt}$.

将(4)式代入(5)式, 则得

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(c, t)}{\partial t} = & - \frac{\partial}{\partial c} \left[\left(K(c) + \frac{D}{2} \beta \frac{\partial \beta}{\partial c} \right) P(c, t) \right] + \frac{D}{2} \frac{\partial^2}{\partial c^2} [\beta^2 P(c, t)] \\ & + \frac{[\delta(c - c_0) - P(c, t)]}{N(t)} q(t). \end{aligned} \quad (6)$$

通常, (6)式与(3)式不相等, 即(4)和(6)式中的 $P(c, t)$ 与(3)式中的 $P(c_0, c; t)$ 的物理意义通常不相等, 理由是显然的, 即(3)式代表一个或若干个数目确定的且起始长度同为 c_0 的微裂纹同时开始在随机长大, 而(5)和(6)式则代表不断成核的且数目随时间增多的很多个微裂纹在随机长大. 当 $q(t) = 0$ 时, (6)式与(3)式相等, 因而 $P(c, t)$ 与 $P(c_0, c; t)$ 相等.

若迁移长大速率是主要的, 涨落长大可以略去, 则(5)式变为

$$\frac{\partial N(c, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial c} [K(c) N(c, t)] + q(t) \delta(c - c_0). \quad (7)$$

(3), (5)和(7)式就是我们求得的三种情况下微裂纹的演化动力学方程.

当已知 $K(c)$, D 和 $q(t)$ 时, 就可由这些方程解出 $P(c_0, c; t)$ 或 $P(c, t)$. 怎样才得知这些量? 这就要根据外因作用的条件并结合微裂纹演化的微观机理来进行理论推算. 随着外因条件和破裂机理的不同, 长大速率 $K(c)$, 涨落系数 D 及成核率 $q(t)$ 的物理参量及其函数形式亦将有所不同. 由此可见, 如何根据外因条件和破裂机理从演化动力学方程解出几率分布函数 $P(c, t)$, 将是可靠性动力学理论中一个关键课题.

四、分布函数

现在我们从微观机理给出微裂纹的几率密度分布函数。为了使问题具体化,我们讨论两种破裂类型:一种是脆性破裂;另一种是疲劳破裂。在这两类破裂中,微裂纹的长大都可看成是由滑移位错交互作用机理来实现的。所不同的,脆性破裂是由较大的单向应力引起的,速率快,因而可略去涨落长大的影响;而疲劳破裂是由较小的交变应力引起的,速率慢,因而涨落长大起了重要作用。换言之,在脆性破裂中,我们先由位错机理求出 $K(c)$ 和 $q(t)$, 而后由(4)和(7)式解出^[7]

$$P(c, \varepsilon)dc = \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \alpha A \varepsilon^m}{1 - \exp(-\alpha A \varepsilon^m)} \exp \left[- \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} N_0 L^2 c \right] \cdot \exp \left\{ - \alpha A \varepsilon^m \exp \left[- \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} N_0 L^2 c \right] \right\} dc. \quad (8)$$

而在疲劳破裂中,则先由位错机理求出 $K(c)$, D 和 $q(N)$, 而后由(4)和(5)式解出^[8]

$$P(c, N)dc \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi D N C^2}} \exp \left[- \frac{\left(\ln \frac{c}{c_0} - B N\right)^2}{2 D N} \right] dc, \quad (9)$$

$$B = \frac{\sigma_a^{(1+\frac{1}{\theta})}}{2 N_0 L^2 G_{1c} \sigma_0^{1/\theta}}, \quad D = 2\eta B. \quad (10)$$

在脆性破裂中,由于微裂纹是在范性变形过程中成核长大的,故(8)式中用范性变形 ε 代替时间 t ; 而在疲劳破裂的(9)式中,则用循环周数 N 代替时间 t 。(8)和(9)式中其它各量如下: N_0 为单位体积内活动位错源数目, L 为滑移面长度, b 为布氏向量, A 为元件材料的强度系数, m 为硬化指数, θ 为交变应变硬化指数, σ_0 为交变强度系数, α 为成核几率, η 为涨落率, G_{1c} 为裂纹扩展力, σ_a 为交变应力振幅。(8)式中 $P(c, \varepsilon)dc$ 的物理意义为: 范性变形 ε 时在元件单位体积内所有各种长度的微裂纹中找到长度在 c 和 $c+dc$ 间的微裂纹的几率。(9)式中 $P(c, N)dc$ 的物理意义为: 交变应力作用 N 周时在元件单位体积内所有各种长度的微裂纹中找到长度在 c 和 $c+dc$ 间的微裂纹的几率。显然,

$$\int_{c_0}^{\infty} P(c, \varepsilon)dc = 1, \quad \int_{c_0}^{\infty} P(c, N)dc = 1.$$

(8)和(9)式就是从微观机理和演化动力学方程对于脆性破裂和疲劳破裂解得的微裂纹的几率密度分布函数,下面我们将会看到,它们正是结构故障和可靠性分析的基本几率函数。

五、故障几率

现在就从(8)和(9)式出发来求出结构元件的故障几率和故障几率密度,实际上就是破裂几率和破裂几率密度。考虑到脆性和疲劳的整个破裂过程基本上都可分为大量微裂纹的成核长大过程和单个主裂纹的传播过程,只要一个主裂纹开始传播,元件立即破裂。

在脆性破裂中,可由(8)式求得一个微裂纹在强度 σ 和 $\sigma + d\sigma$ 间由于传播而引起元件破裂的几率为

$$P(\sigma, \varepsilon)d\sigma = \frac{4}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu \alpha A \varepsilon^m}{(1-e^{-\alpha A \varepsilon^m}) \sigma^3} \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \\ \cdot \exp \left\{ -\alpha A \varepsilon^m \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \right\} d\sigma, \quad (11)$$

其中 γ 为表面能, μ 为切变模量, ν 为泊松比. 在疲劳破裂中,可由(9)式求得一个微裂纹在 N 和 $N + dN$ 周间由于传播而引起元件破裂的几率为

$$P(\sigma_a, N)dN = \frac{\left[B + \frac{1}{2N} \left(\ln \frac{G_{1c} E}{\pi(1-\nu^2) c_0 \sigma_a^2} - BN \right) \right]}{\sqrt{2\pi DN}} \\ \cdot \exp \left\{ -\frac{\left[\ln \frac{G_{1c} E}{\pi(1-\nu^2) c_0 \sigma_a^2} - BN \right]^2}{2DN} \right\} dN. \quad (12)$$

E 为杨氏模量. 显然, $\int_0^\infty P(\sigma, \varepsilon) d\sigma = 1$, $\int_0^\infty P(\sigma, N) dN = 1$.

若结构元件的体积为 V , 根据最小强度原理, 则在强度 0 和 σ 间发生的脆性破裂几率为

$$P_f(\sigma) = 1 - \left[1 - \int_0^\sigma P(\sigma, \varepsilon) d\sigma \right]^{N(\varepsilon)V} \simeq 1 - \exp \left[-N(\varepsilon)V \int_0^\sigma P(\sigma, \varepsilon) d\sigma \right]. \quad (13)$$

$N(\varepsilon)$ 为范性变形 ε 时微裂纹的总密度数.

同样, 元件在 0 和 N 周间发生的疲劳破裂几率为

$$P_f(N) = 1 - \left[1 - \int_0^N P(\sigma_a, N) dN \right]^{N(N)V} \simeq 1 - \exp \left[-N(N)V \int_0^N P(\sigma_a, N) dN \right]. \quad (14)$$

$N(N)$ 为交变应力作用 N 周时微裂纹的总密度数. $P_f(\sigma)$ 和 $P_f(N)$ 就是我们所求的结构元件的脆性破裂故障几率和疲劳破裂故障几率.

由(13)式即可求得结构元件在强度 σ 和 $\sigma + d\sigma$ 间发生脆性破裂的故障几率密度为

$$w_f(\sigma) d\sigma = \frac{\partial P_f(\sigma)}{\partial \sigma} d\sigma \simeq N(\varepsilon)V \exp \left[-N(\varepsilon)V \int_0^\sigma P(\sigma, \varepsilon) d\sigma \right] P(\sigma, \varepsilon) d\sigma. \quad (15)$$

由(14)式可求得结构元件在 N 和 $N + dN$ 周间发生疲劳破裂的故障几率密度为

$$w_f(N) dN = \frac{\partial P_f(N)}{\partial N} dN \\ \simeq N(N)V \cdot \exp \left[-N(N)V \int_0^N P(\sigma_a, N) dN \right] P(\sigma_a, N) dN. \quad (16)$$

将(11)式代入(13)和(15)式, 即得脆性破裂的故障几率和故障几率密度的具体表示为

$$P_f(\sigma) \simeq 1 - \exp \left\{ -N(\varepsilon)V \left[1 - \exp \left[-\alpha \sigma \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \right] \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 W_f(\sigma)d\sigma \simeq & \frac{4}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{a^{3/2}MN_0^2L^2\gamma\mu\alpha V}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0L^2\gamma\mu}{\sigma^2}\right] \\
 & \cdot \exp\left\{-\alpha\sigma \exp\left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0L^2\gamma\mu}{\sigma^2}\right]\right\} \exp\left\{-N(\varepsilon)V\right. \\
 & \left.[1 - \exp\left[-\alpha\sigma \exp\left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b}\right)^{1/2} \frac{N_0L^2\gamma\mu}{\sigma^2}\right]\right]]\right\} d\sigma. \quad (18)
 \end{aligned}$$

将(12)式代入(14)和(16)式,即得疲劳破裂的故障几率和故障几率密度的具体表示为

$$\begin{aligned}
 P_f(N) \simeq & 1 - \exp\left\{-N(N)V \int_0^N \frac{\left[B + \frac{1}{2N'} \left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN'\right)\right]}{\sqrt{2\pi DN'}}\right. \\
 & \left.\cdot \exp\left[-\frac{\left[\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN'\right]^2}{2DN'}\right] dN'\right\}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_f(N)dN \simeq & \frac{N(N)V \left[B + \frac{1}{2N} \left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN\right)\right]}{\sqrt{2\pi DN}} \\
 & \cdot \exp\left[-\frac{\left[\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN\right]^2}{2DN}\right] \\
 & \cdot \exp\left\{-N(N)V \int_0^N \frac{\left[B + \frac{1}{2N'} \left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN'\right)\right]}{\sqrt{2\pi DN'}}\right. \\
 & \left.\cdot \exp\left[-\frac{\left[\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN'\right]^2}{2DN'}\right] dN'\right\} dN. \quad (20)
 \end{aligned}$$

由(17)–(20)式可见,结构元件的故障几率和故障几率密度是由交变应力振幅 σ_a (或强度 σ)、周数 N 、元件材料特性量 N_0 , L , G_{1c} (或 γ) σ_0 (或 A), θ (或 m), E (或 μ),

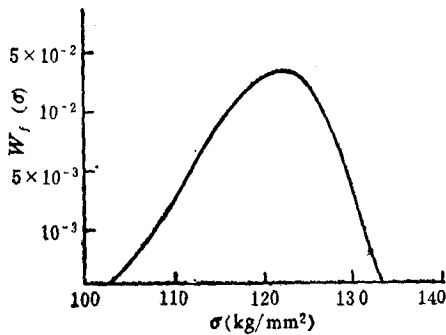


图 1

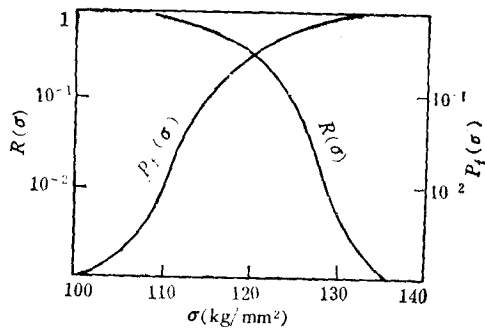


图 2

ν 及体积 V 决定的。图 1 和图 2 是根据(17)和(18)式对高强度时效马氏体钢计算出的脆

性破裂的故障几率密度和故障几率。图 3 和图 4 是根据(19)和(20)式对软钢计算出的疲劳破裂的故障几率密度和故障几率。这里应该说明, 结构元件的退化型故障之所以有一定几率分布, 其原因在于: 尽管元件的宏观成分、工艺条件和外形尺寸相同, 但因其微观成分、缺陷及相结构的不均匀性, 因而各元件脆性破裂强度和疲劳破裂寿命都互不相同, 它们都遵守确定的统计规律, 这就是故障的几率分布规律。

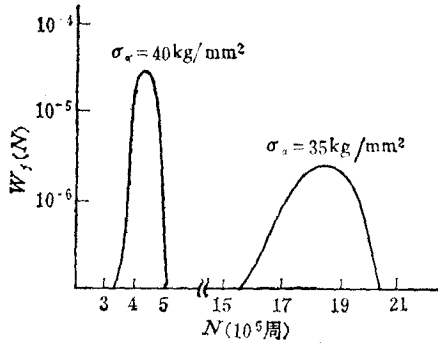


图 3

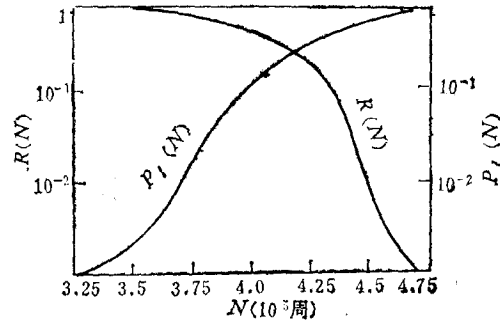


图 4

六、可靠性与平均寿命

现在我们来讨论结构元件的可靠性。对于脆性破裂和疲劳破裂, 它们的严格定义分述如下:

1. 结构元件在间隔为 $(0, \sigma)$ 的应力作用下仍能安全承载而不发生脆性破裂的几率。
2. 结构元件在交变应力作用下在周数间隔 $(0, N)$ 内仍能安全承载而不发生疲劳破裂的几率。

根据以上定义, 由(13)和(17)式, 结构元件不发生脆性破裂的可靠性为

$$R(\sigma) = 1 - P_f(\sigma) \simeq \exp \left[-N(\varepsilon)V \int_0^\sigma P(\sigma, \varepsilon) d\sigma \right] \\ \simeq \exp \left\{ -N(\varepsilon)V \left[1 - \exp \left[-\alpha\sigma \cdot \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \right] \right] \right\}. \quad (21)$$

应该指出, 在推导(20)式, 实际上是假定作用于整个结构元件的外应力是处处相等的。否则, 若外应力亦遵守一个分布函数, 则可靠性应由应力-强度相干理论^[9]来计算。

由(18)和(21)式, 即可求得结构元件在应力 σ 作用下每单位应力发生脆性破裂故障的几率为

$$\lambda(\sigma) = \frac{W_f(\sigma)}{R(\sigma)} = \frac{1}{R(\sigma)} \frac{dR(\sigma)}{d\sigma} \simeq \frac{4}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{a^{3/2} M N_0^2 L^2 \gamma \mu \alpha V}{\sigma^2} \\ \cdot \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \exp \left\{ -\alpha\sigma \exp \left[-\frac{2}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{L}{b} \right)^{1/2} \frac{N_0 L^2 \gamma \mu}{\sigma^2} \right] \right\}. \quad (22)$$

同样, 由(14)和(19)式, 结构元件不发生疲劳破裂的可靠性为

$$R(N) = 1 - P_f(N) \simeq \exp \left[-N(N)V \int_0^N P(\sigma_s, N) dN \right]$$

$$\begin{aligned} &\simeq \exp \left\{ -N(N)V \int_0^N \left[B + \frac{1}{2N'} \left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN' \right) \right] \right. \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{\left[\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN' \right]^2}{2DN'} \right] dN' \left. \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

由(20)和(23)式,即可求得结构元件在 N 周时每周发生疲劳断裂故障的几率为

$$\begin{aligned} \lambda(N) = \frac{1}{R(N)} \frac{dR(N)}{dN} = \frac{W_f(N)}{R(N)} &\simeq \frac{N(N)V \left[B + \frac{1}{2N} \left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN \right) \right]}{\sqrt{2\pi DN}} \\ &\cdot \exp \left[-\frac{\left(\ln \frac{G_{1c}E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} - BN \right)^2}{2DN} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

通常, $\lambda(N)$ 称为结构元件发生疲劳断裂的故障率。

由(21)–(24)式可见,与故障几率和故障几率密度同样,可靠性 $R(\sigma)$, $R(N)$ 和故障率 $\lambda(\sigma)$ 和 $\lambda(N)$ 亦是由同一组内外参量决定的。根据(21)式对高强度时效马氏体钢算出的可靠性 $R(\sigma)$ 如图 2 所示。根据(23)式对软钢算出的可靠性 $R(N)$ 如图 4 所示。可见,

$R(\sigma)$ 是随 σ 的增加从 1 下降而趋于 0, 而 $R(N)$ 是随 N 的增加从 1 下降而趋于 0。这种变化趋向的物理意义为: 随着外应力的增大或周数的增多, 结构元件仍能安全承载而不发生故障的几率愈小, 未经外应力作用时, 元件总是安全可靠的, 而当外应力或周数增大到某个极值时, 结构元件就一定要发生断裂故障, 绝不安全可靠。

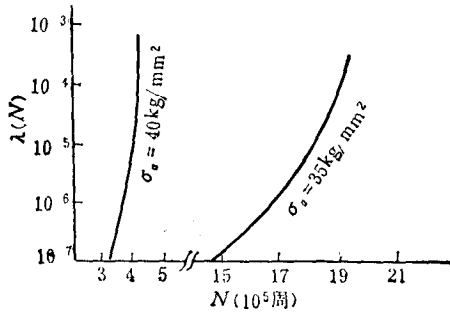


图 5

根据(24)式对软钢算出的疲劳断裂故障率 $\lambda(N)$ 随 N 的增大如图 5 所示。这正是故障率浴盆曲线磨擦期^[3]的变化情形。应力振幅 σ_a 愈大, 故障率亦愈大。

平均疲劳寿命为

$$\bar{N}_f = \int_0^\infty N W_f(N) dN = \int_0^\infty R(N) dN. \quad (25)$$

将故障几率密度(20)式或可靠性(23)式代入(25)式, 即得

$$\bar{N}_f \simeq \frac{N_0 L^2 G_{1c} \sigma_a^{1/\beta}}{2.87 \eta \sigma_a \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)} \left[\ln \frac{G_{1c} E}{\pi(1-\nu^2)c_0\sigma_a^2} \right]^2 \left(\frac{2a}{M(N)V} \right)^{1/8}. \quad (26)$$

在得到(25)式时, 利用了近似式 $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-X^2} dX \simeq \frac{1}{aX^{16}}$, 其中 $a = 10^{-3}$, $X \geq 2.5$ 。由

(25)式可见, 平均疲劳寿命 \bar{N}_f 亦是由交变应力振幅 σ_a , 金属特性量 N_0 , L , G_{1c} , σ_0 , β 及

体积 V 决定的。

七、结 束 语

结构元件的退化型故障主要表现于结构元件在外因作用下所发生的各类破裂, 故障过程实质上就是元件的破裂过程。

结构元件的各类破裂都来自其内部微裂纹演化的结果, 这种演化过程是随机性的不可逆的动力学过程。

用随机过程理论方法所求得的微裂纹演化动力学方程, 也就是结构元件故障的演化动力学方程, 它与结构元件的微观结构密切相关。

由演化动力学方程解得的微裂纹几率密度分布函数, 是可靠性分析的基本几率函数, 由此可以直接导出结构元件的故障几率和几率密度、可靠性、故障率及平均寿命, 它们都由反映外因和元件材料特性的同一组参量表示之, 从而使可靠性分析方法建立于结构元件微观结构的演化基础上。

参 考 文 献

- [1] E. J. Henley and H. Kumamoto, Reliability Engineering and Risk Assessment, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., (1981).
- [2] N. J. McCormick, Reliability and Risk Analysis, New York, Academic Press, (1981).
- [3] 盐见弘, 失效物理基础, 科学出版社, (1982).
- [4] P. Martin *et al.*, Reliability Eng., 6(1983), 13.
- [5] A. S. Krausz *et al.*, Z. Naturforsch. A, 38A(1983), 497; 719.
- [6] H. Risken, The Fokker-Planck Equation, Springer-Verlag, (1984).
- [7] 邢修三, 物理学报, 32(1983), 1255.
- [8] 邢修三, 中国科学, 待发表.
- [9] K. C. Kapur and L. R. Lamberson, Reliability in Engineering Design, John Wiley and Sons, (1977).

THE PHYSICAL KINETICS OF STRUCTURAL RELIABILITY

XING XIU-SAN

(Institute of Atomic Energy, P. O. Box 275, Beijing)

ABSTRACT

In this paper, with stochastic process method, we try to construct a microscopic kinetic theory of structural reliability from microscopic mechanism of structural element fracture. The kinetic equation of failure evolution and the primary probability function of reliability analysis are given, and the failure probability, failure probability density, reliability, failure rate and average life have been derived.