

利用软X射线锯齿振荡研究托卡马克 等离子体的热输运

杨宣宗 戚霞枝 王 龙

(中国科学院物理研究所)

1986年7月22日收到

提 要

用 Au(Si) 面垒探测器阵列测定了 CT-6B 托卡马克等离子体的软 X 射线辐射及其涨落。本文给出了内破裂期间等离子体中心区的软 X 射线锯齿振荡的经验定标律, 利用电子温度的锯齿振荡研究了内破裂期间中心区的电子加热率, 电子能量平衡, 电子能量约束时间, 电流密度分布和电子温度等电子热输运结果。

一、引 言

大量实验结果表明, 内破裂只是给托卡马克等离子体带来一个周期性的温度扰动, 而对等离子体其他参数影响很小。所以内破裂造成的电子温度的锯齿振荡是研究此阶段电子热输运过程的有力工具。

内破裂引起的电子温度的锯齿振荡的数学模型和物理图象已经比较清楚, 而且在许多托卡马克装置的实验中得到证实^[1-4]。

在目前研究锯齿振荡的模型中, 电子温度 $T_e(r, t)$ 及其锯齿扰动 $\tilde{T}_e(r, t)$ 的时间、空间分布如图 1 所示, 其中 $T_0(r)$ 为放电准稳阶段的电子温度的径向分布, 内破裂阶段 r_s 处的电子温度不受扰动的影响, 而在 r_s 的两侧, 电子温度扰动的位相正好相反, 通常称 r_s 为奇异面半径, 与 $q = 1$ 的面的半径相对应, $r_0 \approx \sqrt{2} r_s$ 。图 1 的右上角为等离子体中心区电子温度的锯齿扰动示意图, Δt 为锯齿振荡的周期。

在逃逸现象不严重的托卡马克等离子体中, 软 X 射线的辐射强度主要是由等离子体的电子温度 T_e , 电子密度 n_e 及有效电荷数 z_{eff} 决定的。由于内破裂期间电子密度和有效电荷数没有明显的变动, 同时考虑到 $n_e(r)$ 和 $T_e(r)$ 的空间分布具有相当的趋心的轮廓, 因此可以大致认为软 X 射线探测器测量到的弦积分的输出信号的变化, 主要反映了与探测器准直的弦径处电子温度的变化。在 CT-6 B 托卡马克装置中, 用金硅面垒半导体探测器测量等离子体软 X 射线辐射及其涨落, 有关 CT-6 B 运行参数和探测器阵列的安排可参阅文献[2]。图 2 给出了 CT-6 B 的一次测量结果, 其中 I_p 为等离子体环向电流; V_p 为等离子体环向电压; $I_p \Delta x$ 为等离子体柱水平位移, 负信号表示等离子体柱向大环外侧方向运动; SX 为中心处软 X 辐射信号; $\tilde{S}X$ 为中心处软 X 辐射的涨落信号, 它是由 SX 信

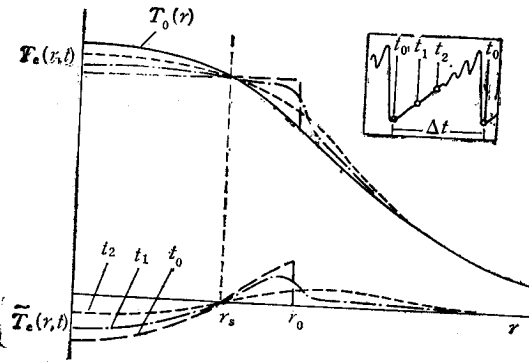


图1 电子温度及其扰动的时-空分布图

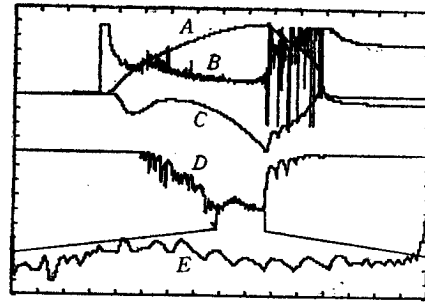


图2 CT-6B的实验结果A为 I_p (6.25 kA/格); B为 V_p (3.125 V/格); C为 $I_p \Delta x$ (25 kA·cm/格); D为 SX (任意单位); E为 $\tilde{S}X$ (扩展后的 $\tilde{S}X$, 任意单位); 时标为 1.6 ms/格

号经过一个高通滤波器后再放大而得。

二、内破裂阶段的电流分布

内破裂阶段电子温度出现锯齿振荡是由于欧姆加热使等离子体中心温度比边缘区温度上升得快,从而使环向电流密度有向磁轴集中的趋势。当电流过份集中后,磁轴处的 q 值就会下降到小于1,此时 $m=1, n=1$ 电阻撕裂模变得不稳定,从而导致内破裂的发生。对安全因子 $q(r)$ 和角向磁场 $B_\theta(r)$, 则有

$$q(r_s) = \frac{r_s}{R_0} \cdot \frac{B_T}{B_\theta(r_s)}, \quad B_\theta(r_s) = \frac{0.4 \pi}{r_s} \int_0^{r_s} J(r) r dr,$$

R_0 为装置的大半径, B_T 为纵向磁场强度, $J(r)$ 为环向电流密度。对 CT-6 B 等离子体, 我们假定环向电流密度空间分布具有如下形式:

$$J(r) = J_0 \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^\alpha, \quad (1)$$

J_0 为中心处的电流密度, a 为等离子体小半径, α 值表征着分布的趋心程度。对 CT-6 B 来说, $a \approx 10$ cm, $r_s \approx 2$ cm, 所以 $(r_s/a)^2 \ll 1$, 则

$$B_\theta(r_s) \approx 0.2 \pi r_s J_0, \quad q(r_s) \approx \frac{5 B_T}{\pi R_0 J_0}. \quad (2)$$

从发生内破裂, $q(r_s) = 1$ 条件出发, 可得到等离子体中心处出现锯齿振荡的条件为

$$J_0 = \frac{5 B_T}{\pi R_0}. \quad (3)$$

目前虽然无法在实验中用直接测量 J_0 来验证内破裂产生的条件, 但由于在许多托卡马克上验证了内破裂发生时, $q(r_s) = 1$ ^[1,3], 因此我们可利用(3)式来估算内破裂期间中心处等离子体电流密度 J_0 , 电流密度分布的趋心度 α 和中心处的电子温度 $T_e(0)$ 。

1. 内破裂期间的电流密度分布

从等离子体电流 I_p 的测量结果,可以得到电流密度的平均值 \bar{J} 为

$$\bar{J} = \frac{I_p}{\pi a^2}.$$

将此式与(3)式的 J_0 的结果结合起来,有

$$\frac{J_0}{\bar{J}} = \frac{5a^2}{R_0} \cdot \frac{B_T}{I_p} \equiv q(a). \quad (4)$$

另一方面,对电流密度平均值 \bar{J} , 有

$$\bar{J} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a J(r) 2\pi r dr.$$

把(1)式的 $J(r)$ 代入上式,直接积分则有

$$\frac{J_0}{\bar{J}} = \alpha + 1. \quad (5)$$

根据(4),(5)两式,则

$$\alpha = q(a) - 1. \quad (6)$$

在不同放电条件下,在内破裂发生期间 CT-6 B 的电流密度 $J(r)$ 的结果如图 3 所示,其中 $r_{0.5}$ 为 $J(r)$ 的半宽度. 从图 3 可以看到随着 $q(a)$ 的增加,电流通道明显收缩. 测量结果表明,当 $B_T > 9 \text{ kG}$ 后,随纵场增加,等离子体电流 I_p 基本恒定,此时只有收缩电流通道才能满足(3)式. $B_T < 9 \text{ kG}$ 时, I_p 随 B_T 线性增加,这样可以在不改变电流分布轮廓的情况下导致锯齿的产生,图 3 右上角的结果证实了上述分析.

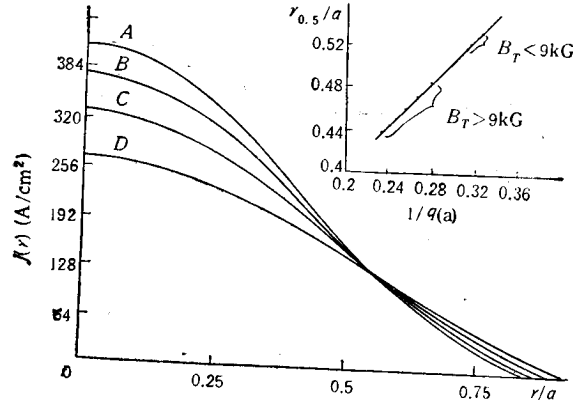


图 3 内破裂期间的电流密度 $J(r)$ 分布

A 为 $B_T = 11.64 \text{ kG}$, $I_p = 30.3 \text{ kA}$; B 为 $B_T = 10.61 \text{ kG}$, $I_p = 30.0 \text{ kA}$; C 为 $B_T = 9.24 \text{ kG}$, $I_p = 28.7 \text{ kA}$; D 为 $B_T = 7.53 \text{ kG}$, $I_p = 26.4 \text{ kA}$

2. 内破裂期间的中心电子温度

从等离子体环电压的测量结果,有

$$E_z = \frac{V_p}{2\pi R_0} = \eta_0 J_0,$$

E_z 为大环方向电场强度, η_0 为等离子体中心区的电阻率,考虑到内破裂阶段,(3)式成

表 1 研究中心温度参数表

名称	$r_s(\text{cm})$	$R_0(\text{cm})$	$B_T(\text{kG})$	$V_p(\text{V})$	$T_c(0)$ (keV)	$n_e(0)$ ($\times 10^{13}/\text{cm}^3$)	z_{eff}	$\Delta t(\text{ms})$	gas	$T_c(0) _{q=1}$ (keV)
PLT	9	130	35	2	0.85	14	2	9	He	0.89
T-10	12	150	35	2	0.8	8	1.5	13	D ₂	0.76
TFR	5.5	98	25	2.5	1.2	4.5	6	2.5	H ₂	1.30
T-4	5.5	100	26	5.5	0.7	6	5	1	H ₂	0.62
Pulsator	2.5	70	27	2.5	0.5	16	1.2	1.7	H ₂	0.48
ORMAK	2.5	80	13.5	3.5	0.75	2.5	7	0.5	H ₂	0.66
DITE	5	117	13.4	3	0.6	1.2	5	1	H ₂	0.61
Alcator	2.0	54	60	2	0.8	70	1	1.5	D ₂	0.86
TOSCA	1.5	30	4	2	0.2	1.5	1.5	0.12	H ₂	0.17
CT-6B	1.8	45	10	3.2	0.35	1.5	4	0.25	H ₂	0.41
ST	1.5	109	37	2	0.75	6	3.8	1.7	D ₂	1.31

立,则

$$\eta_0 = \frac{V_p}{10 B_T} \quad (7)$$

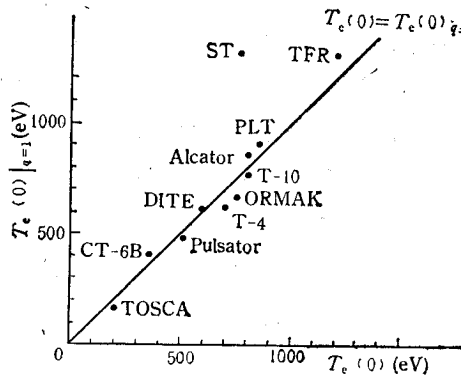


图 4 电子温度测量结果与计算结果的比较

根据 Spitzer 电阻率计算温度公式,利用(7)式可以计算出内破裂阶段等离子体中心区的电子温度 $T_c(0)|_{q=1}$. 表 1 给出了几个主要托卡马克装置的基本参数和运用(7)式计算所得的 $T_c(0)|_{q=1}$,表 1 中的参数取自文献[5],CT-6 B 的参数来自文献[2],表 1 中 Δt 为锯齿周期, gas 为工作气体. 图 4 给出了表 1 中我们计算所得的 $T_c(0)|_{q=1}$ 与表 1 中实验中测得的 $T_c(0)$ 的比较结果. 结果表明除 ST 的结果偏差较大外,不同的托卡马克装置,尽管其装置参数、等离子体参数各不相同,但从锯齿产生条件(3)式

计算所得的中心电子温度与实验上测得的结果符合得很好,可以认为内破裂提供了一个很好的中心电子温度的信息.

三、内破裂期间的电子能量平衡

实验结果表明,内破裂发生后,在相邻两个锯齿振荡期间,中心区的电子温度由欧姆加热线性增加至准稳平衡态时的电子温度. 电子温度的径向平衡方程可写为

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{2}{3 n_e} (P_{OH} - P_H - P_D - P_{ei} - P_R). \quad (8)$$

方程(8)等号左边为在单位时间内电子温度的增加,可写为

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{\Delta T_c}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0 \bar{T}_c(0) \equiv \left(\frac{\partial T_c}{\partial t} \right)_{\text{exp}}. \quad (9)$$

对等离子体中心区来说,上述量可以从实验上测到,其中 Δt 为锯齿振荡周期, $\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0$ 为

中心区锯齿相对扰动, $\bar{T}_e(0)$ 为锯齿扰动期间中心温度的平均值. (8)式等号右边为加热和损失的总和, 可以估算出来, 记作 $\left(\frac{\partial T_e}{\partial t}\right)_{\text{cal}}$. 其中 $P_{\text{OH}} = \eta J^2$ 为欧姆加热功率.

$$P_{\text{H}} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(n_e \chi_e r \frac{\partial T_e}{\partial r} \right)$$

为电子热导项, 当内破裂刚发生后, 中心区电子温度分布变得平坦, 即 $\frac{\partial T_e(r, t)}{\partial r} \simeq 0$, 以

后随着欧姆加热, 热导项损失越来越大, 为简化讨论, 我们取其平均效果来代表电子热导损失率. $P_{\text{D}} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{3}{2} D T_e \frac{\partial n_e}{\partial r} \right)$ 为伴随扩散造成的质量输运所形成的电子流带走的能量损失, 密度分布采用较平坦的形式

$$n_e(r) = n_e(0) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

扩散系数 $D \simeq a^2 / 5.8 \tau_p$, τ_p 为粒子约束时间, CT-6B 中 $\tau_p \simeq (3-5) \text{ms}$.

$$P_{\text{ei}} = \frac{3}{2} n_e (T_e - T_i) / \left[1.5 \times 10^{-7} \frac{A}{z^2} \left(\frac{T_e}{e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{10^{20}}{n_e} \right) \right]$$

为电子通过库仑碰撞, 把一部份能量传递给离子, 在我们的条件下, $T_i \simeq 70 \text{eV}$. $P_{\text{R}} = n_e n_z L_z$ 为杂质辐射损失, L_z 为辐射冷却率, 在 $T_e \simeq 300 \text{eV}$ 时氧的辐射冷却率为 $10^{-20} \text{erg} \cdot \text{cm}^3 / \text{s}$, $n_e \simeq 2 \times 10^{13} / \text{cm}^3$, 我们主要考虑含量为 10% 的氧的辐射损失. 图 5 给出了 CT-6B 在锯齿振荡期间, 实验上测到的中心区电子加热率 $\left(\frac{\partial T_e}{\partial t}\right)_{\text{exp}}$ 和由 (8) 式估算出的

电子加热率 $\left(\frac{\partial T_e}{\partial t}\right)_{\text{cal}}$, 由于目前诊断手段有限, 图 5 只能说是一个相当粗糙的估计. 根据对加热、损失项的估计, 图 6 给出了内破裂期间的电子能量平衡图, 其中 k_e , k_{ei} , k_{H} , k_{D} , k_{R} 分别为中心区电子温度的增加, 电子传递给离子的能量, 电子热导损失, 电子流损失和辐射损失在等离子体电流欧姆加热中所占的比例.

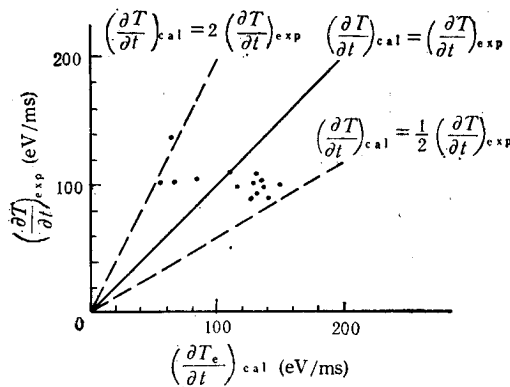


图 5 内破裂期间的电子加热率

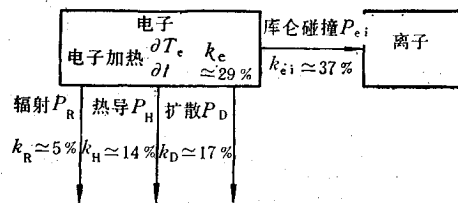


图 6 内破裂期间, 中心区的电子能流图

从图 6 可以看到, 欧姆加热中约占 30% 的能量在内破裂期间以热脉冲形式额外损失掉了. 如果我们认为此阶段中心区电子的能量损失主要是由锯齿振荡所支配, 则电子能

量约束时间在内破裂阶段可写为

$$\tau'_{E_c} = \Delta t / \left(\frac{\Delta(n_c T_c)}{n_c T_c} \right) \simeq \Delta t / \left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0. \quad (11)$$

根据电子能量约束时间的定义, 则有 $\tau_{E_c} = \frac{W_c(0)}{P_c}$, (12)

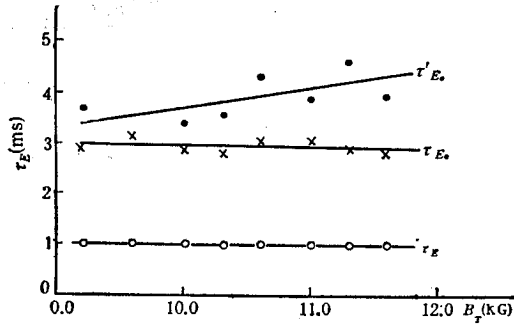


图7 电子能量约束时间与纵场的关系 $I_p = 30 \text{ kA}$

其中 $W_c(0)$ 为电子的热能, P_c 为欧姆加热功率和电子能量损失率的总和. 图7给出了在不同纵场条件下的电子能量约束时间 τ_{E_c} 和 τ'_{E_c} 以及等离子体能量约束时间 τ_E 的结果, 其中

$$\tau_E = \left(\frac{3}{2} \bar{n}_c \bar{T}_c V \right) / (I_p V_p), \quad (13)$$

其中 \bar{n}_c, \bar{T}_c 为电子密度和电子温度平均值, V 为等离子体体积, $I_p V_p$ 为欧姆加热功率. 在实验精度范围内, τ_{E_c} 和 τ'_{E_c} 符合得很好, 可以认为

1) 电子能量约束时间 $\tau_{E_c} \simeq (3-4) \text{ ms}$; 2) 等离子体能量约束时间 $\tau_E \simeq 1 \text{ ms}$; 3) 在等离子体中心区, 电子能量约束时间主要是由内破裂造成的锯齿振荡决定的.

四、锯齿振荡的经验定标律

在 CT-6 B 实验中, 只改变纵向磁场 B_T 而保持加热场迴路工作状态, 真空室器壁工作状态和初始充气压等参数恒定. 如上所述, 当 $B_T > 9 \text{ kG}$ 后, I_p 基本恒定, 我们大部份实验是在 $B_T > 9 \text{ kG}$ 情况下进行的. 图8给出了软X辐射中心道信号的相对涨落 $\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0$ 与边界处安全因子 $q(a)$ 之间的关系, 用最小二乘法分析结果表明有

$$\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0 = \frac{0.64}{q(a)^{1.7}}, \quad (14)$$

而 $\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0$ 与 I_p 之间没有依赖关系存在. 法国 TFR 托卡马克上有与(14)式相类似的结果^[6]

$$\left(\frac{\Delta A}{A} \right)_0 = \frac{1.5}{q(a)^{1.5}}.$$

系数值是由托卡马克装置参数和等离子体参数决定的.

原则上可以从探测器阵列的多道信号的相位来测定奇异面的位置, 但目前由于 CT-6 B 的探测器尺寸较大, 空间分辨为 3 cm , 因此多道软X射线信号只能提供奇异面位置的大致区域, 无法给出 r_s 的可靠数据. 为此根据 Spitzer 关系, 对具有如(1)式分布的电流密度, 其温度的径向分布可写为

$$T_c(r) = T_c(0) \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{3/2}. \quad (15)$$

由于 r_s 处温度扰动为零, 考虑到 $\left(\frac{r_s}{a}\right)^2 \ll 1$, 对最大扰动 $(\Delta T)_{\max}$ 则有

$$(\Delta T)_{\max} \equiv T_c(0) - T_c(r_s) \simeq T_c(0) \frac{2}{3} \alpha \left(\frac{r_s}{a}\right)^2.$$

所以

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_0 \simeq \frac{2}{3} \alpha \left(\frac{r_s}{a}\right)^2.$$

借助于(14)式经验定标律, 我们可以估计 r_s ,

$$r_s' = \frac{a^2}{\alpha} \cdot \frac{0.96}{q(a)^{1.7}} = \frac{a^2}{q(a) - 1} \cdot \frac{0.96}{q(a)^{1.7}}. \quad (16)$$

图 9 给出了 r_s 与 $q(a)$ 之间的关系, 在通常 CT-6 B 运行条件下, $r_s \simeq 2$ cm.

实验中改变 $q(a)$, 但 CT-6 B 多道软 X 射线探测器都给出了六号探测器 (对应于中心道等离子体) 输出的锯齿信号与五号探测器 (对应于弦径为 3.2 cm 的等离子体) 输出的锯齿信号位相相反, 所以只能给出 $r_s < 3.2$ cm.

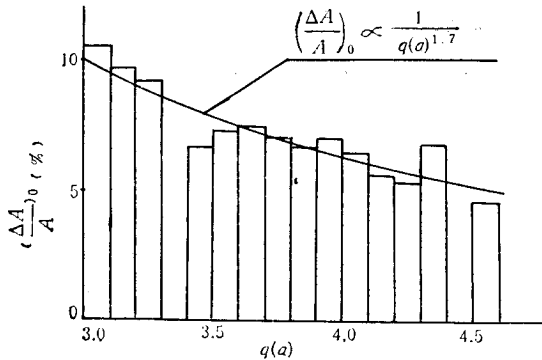


图 8 中心处温度涨落与安全因子的关系

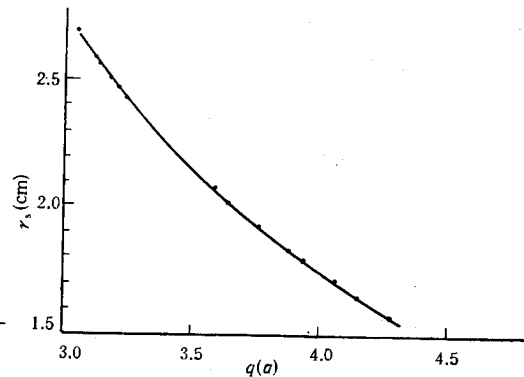


图 9 奇异面位置与安全因子的关系

五、讨论与结论

1. 内破裂并没有显著地影响托卡马克等离子体的宏观特性, 但却是一个研究电子径向热运输的很好手段。我们利用电子温度的锯齿振荡提出了一个测量内破裂阶段中心区电子温度的方法, 由于用这方法得到的 $T_c(0)|_{q=1}$ 与许多托卡马克装置的测量结果一致, 因此一方面说明这个方法是可靠的, 另一方面也从侧面验证了内破裂产生的条件。

2. 由于 CT-6 B 诊断手段有限, 而且在目前无法提供具有时空分辨的电子温度、电子密度、离子温度等结果, 因此在能量平衡分析中的某些参数采用了估计值, 而且这些值随放电条件差异会有很大的变化。因此本文只能说是提出一个分析讨论内破裂期电子能量平衡的方法。随着诊断手段的完善和提高, 结果的可靠性会大大提高。

3. 对中心区的等离子体扰动, 我们有

$$\left(\frac{\Delta A}{A}\right)_0 \propto \left(\frac{\Delta T_c}{T_c}\right)_0 = \frac{\left(\frac{\partial T_c}{\partial t}\right) \cdot \Delta t}{T_0}.$$

如上所述,实验结果表明在内破裂阶段,随着安全因子 $q(a)$ 的增加,等离子体电流分布会变得越来越趋心,即电流通道明显收缩,中心处电子温度也不断提高. 这结论和目前世界上许多托卡马克装置上正在进行的“温度分布自洽性”的研究结果是一致的. 在我们实验中由于环电压 V_p 基本上是常量,根据 Spitzer 关系有

$$T_e \propto \frac{1}{\eta^{2/3}} \propto J_0^{2/3} \propto q(a)^{2/3}.$$

另一方面实验结果表明,锯齿扰动周期 Δt 在 $q(a)$ 的变化范围内保持恒定, $\Delta t = 0.25$ ms. 欧姆加热功率随 $q(a)$ 的增加虽有所增加,但电子热导损失、电子流损失和库仑碰撞损失等项总和则随温度增加和温度分布变陡会变得越来越大. 由于损失项占欧姆加热中的 70%, 因此随着 $q(a)$ 的增加电子加热率变低,这和图 5 的内破裂期间的电子加热率的数据分析结果是一致的. 这样随着安全因子增加,中心区锯齿扰动会降低.

4. $q(a)$ 的改变不仅影响了电流密度 $J(r)$ 的分布,而且也对中心区的电子约束特性产生影响,特别是对那些处于温度分布尾部的高能电子的约束特性影响更大. 实验中在观察到软 X 射线锯齿扰动的同时也观察到对应的硬 X 射线扰动就说明了这一点.

提高 $q(a)$ 可以减少电子热扰动,改善稳定条件,但对电子能量约束时间没有明显的影响.

参 考 文 献

- [1] G. L. Jahns, M. Soler, B. V. Waddell, J. D. Callen, H. R. Hicks, *Nuclear Fusion*, 18(1978), 609.
- [2] 戚震枝、郑少白, 物理学报, 33(1984), 465.
- [3] T. Yamauchi, T. Shoji, A. Funahashi, K. Kumagai, *Nuclear Fusion*, 20(1980), 1381.
- [4] M. Soler, J. D. Callen, *Nuclear Fusion*, 19(1979), 703.
- [5] K. McGuire, D. C. Robinson, *Nuclear Fusion*, 19(1979), 505.
- [6] EQUIPE TFR, in *Controlled Fusion and Plasma Physics*, (Proc. 6th Int. Conf., 1976), I (1976), p. 279.

STUDY ON HEAT TRANSPORT IN TOKAMAK PLASMA FROM SOFT X-RAY SAWTOOTH OSCILLATION

YANG XUAN-ZONG · QI XIA-ZHI · WANG LONG

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Soft X-ray emission and its fluctuation in CT-6B tokamak are detected by using a Au(Si) surface barrier detectors array. The empirical scaling law for soft X-ray sawtooth oscillation in the center of plasma during internal disruption period is given in this paper. The electron thermal transport phenomena, such as electron heating rate, electron energy balance, electron energy confinement time, current density distribution, and electron temperature in the center of plasma during internal disruption are studied from soft X-ray sawtooth oscillation observations.