

Raman 自由电子激光实验的理论分析

张 世 昌
(成都电讯工程学院物理系)

1988 年 2 月 2 日收到

本文证明了 Raman 自由电子激光工作在谐振点附近时所出现的异常现象, 是由于电子轨道发散所导致. 文中还对辐射机理的识别进行了讨论.

一、引 言

理论分析及实验研究均已表明: Raman 自由电子激光中纵向静磁场有聚焦电子束和放大增益的双重作用^[1-4]. 但是, 以前理论计算所得到的关于在谐振点附近获得最佳增益的结论^[4-6], 却与实验中观察到的现象完全相反: 实验结果是, 在谐振点附近没有正常信号输出, 而且在相互作用区出口处的束流强度几乎为零^[3,4,7]. 因此, 有必要研究和讨论先前理论与实验发生矛盾的原因, 做出必要的解释. 我们知道, 以前关于增益的理论计算是建立在对电子稳态轨道的扰动分析这一基础上的. 显而易见, 电子稳态轨道的精确程度, 对增益公式影响极大. 本文发现, 以前认定电子稳态轨道为纯粹螺旋线(即在横平面投影为圆)的数理模型过于粗糙, 掩盖了一些有用的物理信息, 导致了先前增益公式在谐振点附近与实验中观察到的现象相矛盾.

另一方面, 纵向导引磁场的引入, 使电子产生回旋运动, 有可能出现回旋管(gyrottron)及回旋潘尼管(gyro-peniotron)辐射. 因此, 怎样识别实验中器件是否工作在自由电子激光状态, 是一个令人关心的重要问题. 本文还将对此进行探讨.

二、电子稳态运动

在自由电子激光理论中, 信号波对电子的影响, 可近似处理成对电子稳态运动的扰动. 因此, 正如文献[8]所指出, 稳态运动解的精确程度对尔后输出频率及增益的估算至关重要. 下面分析这一问题. 电子所感受到的纵向磁场 $B_0 \hat{e}_z$ 及三维 wiggler 等效磁场可写成^[8]

$$B = B_0 \hat{e}_z + \langle B_{\perp} \rangle [\hat{e}_x \cos(k_w z) + \hat{e}_y \sin(k_w z)] + \langle B_{\parallel} \rangle \hat{e}_z. \quad (1)$$

式中

$$\langle B_{\perp} \rangle = 2 B_w I_0(k_w R_g) \frac{I_1(k_w r)}{k_w r}, \quad (2)$$

$$\langle B_{\parallel} \rangle = 2 B_w I_0(k_w R_g) I_0(k_w r). \quad (3)$$

式中 $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$ 为直角坐标系中基矢; B_w 及 k_w 为 wiggler 磁场的幅值及波数; R_g 为电子导引中心离开 wiggler 磁场对称轴 (即此处的 oz 轴) 的径向距离, r 为拉莫尔半径; I_0 及 I_1 为零阶和一阶变态贝塞耳函数. 不难验算, 当电子导引中心处于对称轴上时 ($R_g \approx 0$), (1) 式便简化成文献 [5] 所采用的表达式; 如果再进一步认定电子本身处于轴上 ($r = 0$), 那么, (1) 式进而简化成文献 [4, 9] 所采用的一维 wiggler 磁场. 可见, 本文采用 (1) 式进行稳态轨道分析, 具有更广泛的意义.

由 (1) 式可写出电子的运动方程分量式

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{|e|\hbar}{\gamma m_0} [v_y(B_0 + \langle B_{\parallel} \rangle) - v_z \langle B_{\perp} \rangle \sin(k_w z)], \quad (4)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{|e|\hbar}{\gamma m_0} [v_z \langle B_{\perp} \rangle \cos(k_w z) - v_x(B_0 + \langle B_{\parallel} \rangle)], \quad (5)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{|e|\hbar}{\gamma m_0} [v_x \langle B_{\perp} \rangle \sin(k_w z) - v_y \langle B_{\perp} \rangle \cos(k_w z)]. \quad (6)$$

式中 $e = -|e|$ 和 m_0 及 γ 分别表示电子电量、静质量及相对论因子. (4)–(6) 式是一组非线性微分方程, 难于求出自治解析解. 作为低阶近似, 将其线性化后便可求出

$$x = \left[\frac{v_{\perp 0}}{\Omega_0} (\cos \Omega_0 t - 1) + a \right] + \left[-\frac{v_{\perp 0} \langle \Omega_{\parallel} \rangle}{\Omega_0^2} (\cos \Omega_0 t - 1 + \Omega_0 t \sin \Omega_0 t) + \frac{v_{\parallel 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{\Delta \Omega} \left(\frac{\sin k_w v_{\parallel 0} t}{k_w v_{\parallel 0}} - \frac{\sin \Omega_0 t}{\Omega_0} \right) \right], \quad (7)$$

$$y = \left[\frac{v_{\perp 0}}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t + b \right] + \left[-\frac{v_{\perp 0} \langle \Omega_{\parallel} \rangle}{\Omega_0^2} (\sin \Omega_0 t - \Omega_0 t \cos \Omega_0 t) + \frac{\langle \Omega_{\perp} \rangle}{k_w \Omega_0} + \frac{v_{\parallel 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{\Delta \Omega} \left(\frac{\cos \Omega_0 t}{\Omega_0} - \frac{\cos k_w v_{\parallel 0} t}{k_w v_{\parallel 0}} \right) \right], \quad (8)$$

$$z = v_{\parallel 0} t + \frac{v_{\perp 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{(\Delta \Omega)^2} (1 - \cos \Delta \Omega t). \quad (9)$$

$$v_x = -v_{\perp 0} \sin \Omega_0 t + \left[-v_{\perp 0} \langle \Omega_{\parallel} \rangle t \cos \Omega_0 t + \frac{v_{\parallel 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{\Delta \Omega} (\cos k_w v_{\parallel 0} t - \cos \Omega_0 t) \right], \quad (10)$$

$$v_y = v_{\perp 0} \cos \Omega_0 t + \left[-v_{\perp 0} \langle \Omega_{\parallel} \rangle t \sin \Omega_0 t + \frac{v_{\parallel 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{\Delta \Omega} (\sin k_w v_{\parallel 0} t - \sin \Omega_0 t) \right], \quad (11)$$

$$v_z = v_{\parallel 0} + \frac{v_{\perp 0} \langle \Omega_{\perp} \rangle}{\Delta \Omega} \sin \Delta \Omega t. \quad (12)$$

式中

$$\Omega_0 = \frac{|e|\hbar B_0}{\gamma_0 m_0}, \quad (13)$$

$$\langle \Omega_{\perp} \rangle = \frac{|e|\hbar \langle B_{\perp} \rangle}{\gamma_0 m_0}, \quad (14)$$

$$\langle \Omega_{\parallel} \rangle = \frac{|e|\hbar \langle B_{\parallel} \rangle}{\gamma_0 m_0}. \quad (15)$$

$$\Delta \Omega = \Omega_0 - k_w v_{\parallel 0}. \quad (16)$$

式中 $v_{\perp 0}$ 及 $v_{\parallel 0}$ 为电子进入 wiggler 磁场时的初始横向及纵向速度; a 与 b 为其初始拉莫

尔半径及初始导引中心离轴线的径向距离。

在谐振点,即 $\Delta Q = 0$, 利用洛必达法则可求得

$$x = \frac{v_{\perp 0}}{\Omega_0} (\cos \Omega_0 t - 1) + a + \frac{v_{\perp 0} \langle Q_{\parallel} \rangle}{\Omega_0^2} (1 - \cos \Omega_0 t - \Omega_0 t \sin \Omega_0 t) - \frac{v_{\parallel 0} \langle Q_{\perp} \rangle}{\Omega_0} t \cos \Omega_0 t, \quad (17)$$

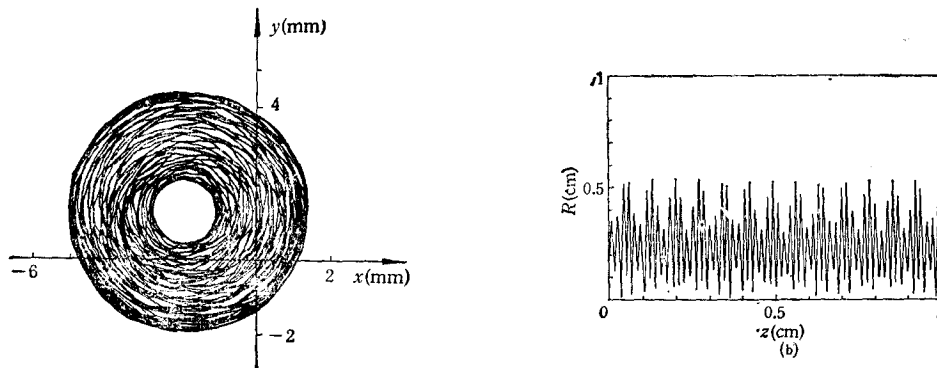
$$y = \frac{v_{\perp 0}}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t + b - \frac{v_{\perp 0} \langle Q_{\parallel} \rangle}{\Omega_0^2} (\sin \Omega_0 t - \Omega_0 t \cos \Omega_0 t) + \frac{\langle Q_{\perp} \rangle}{k_w \Omega_0} (1 - k_w v_{\parallel 0} t \sin \Omega_0 t), \quad (18)$$

$$z = v_{\parallel 0} t + \frac{v_{\perp 0} \langle Q_{\perp} \rangle}{2} t^2, \quad (19)$$

$$v_r^2 + v_v^2 = (v_{\parallel 0} \langle Q_{\perp} \rangle t - v_{\perp 0})^2 + (v_{\perp 0} \langle Q_{\perp} \rangle k_w a t)^2. \quad (20)$$

现选择文献[7]实验中给出的参量范围,来分析电子稳态轨道特性。取

$B_0 = 0.832\text{T}$, $B_w = 0.0615\text{T}$, $k_w = 279.1\text{m}^{-1}$, $\gamma_0 = 1.9$, $v_{\perp 0}/c = 0.5$, $v_{\parallel 0}/c = 0.7$ (c 为真空中光速)。图1(a)示出了取样电子轨道在 xy 平面的投影,图1(b)示出了电子离开轴线的径向位置 $R(=\sqrt{x^2+y^2})$ 随纵向位置 z 的变化曲线。从图中可以看到,电子轨道在横平面的投影并不是标准的圆,而是呈圆环状,具有清晰的内外边界。可以验证,以前文献中所认定的标准圆,只不过是一种理想的极限情况(环厚趋于零),在大多数情况下,与实际相差较大。同时,图1示出的这类电子轨道,在有限范围内周期性地变化,是稳定的。因此,电子束可以保持较好的质量,与信号波互作用时,可获得比较好的输出特性。

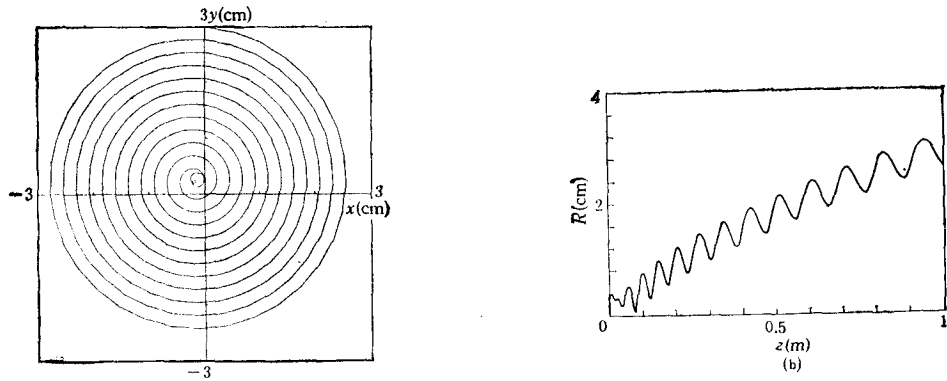


(a) 轨道在横平面的投影

(b) 电子径向位置 $R(=\sqrt{x^2+y^2})$ 随 z 变化情况

图1 不在谐振点附近的电子稳态轨道特性

现再来分析在谐振点附近时的情况。取 $B_0 = 0.66\text{T}$, $B_w = 0.0615\text{T}$, $k_w = 279.1\text{m}^{-1}$, $\gamma_0 = 1.9$, $v_{\perp 0}/c = 0.4$, $v_{\parallel 0}/c = 0.75$ 。图2示出了此种情况下电子轨道在横平面的投影以及径向位置随 z 变化情况。从图2中可以清楚地看到,轨道严重发散,如果漂移管内径为 20mm ,那么,取样电子还未达到互作用区出口,就已撞到不锈钢漂移管壁上。撞击到金属管壁的电子产生制动辐射(braking radiation),所以可以观察到X射线波段



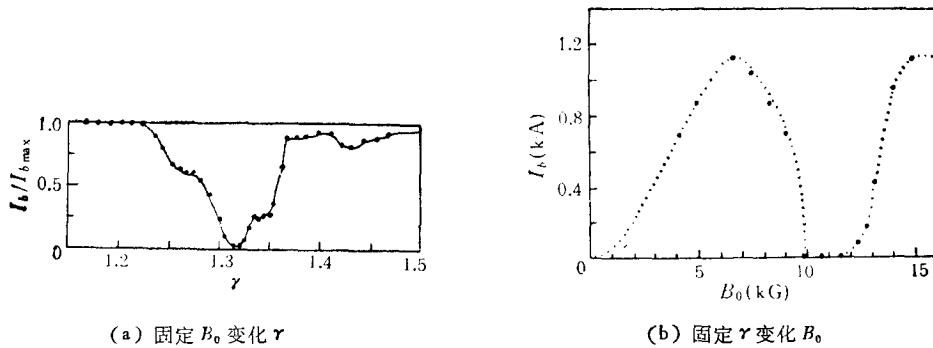
(a) 轨道在水平面的投影 (b) 电子径向位置 $R(= \sqrt{x^2 + y^2})$ 随 z 变化情况

图2 在谐振点附近的电子稳态轨道特性

的电磁辐射^[30]。我们得到的这一定性结论,与文献[7]所报道的现象基本一致。应当指出,此时以前关于纯粹螺旋线轨道的模型及其速度公式^[4,5]

$$v_w = \frac{2\Omega_w v_{||} I_1(\lambda)/\lambda}{\Omega_0 - \gamma k_w v_{||} \pm 2\Omega_w I_1(\lambda)}$$

已不再有效。正因为有相当部份电子(甚至几乎全部电子)撞到漂移管壁,所以,束流强度急剧下降,甚至接近零(见图3)。这样一来,器件出现异常现象,检测不到正常的信号输出。



(a) 固定 B_0 变化 γ

(b) 固定 γ 变化 B_0

图3 文献[3](a)和文献[4](b)实验中测得谐振点附近束流强度因电子撞到漂移管壁上而急剧下降

三、辐射机理识别

纵向导引磁场引入后,电子的运动自然含有回旋运动成份。因此,除自由电子激光辐射外,还有可能由于负质量效应而引起电子回旋脉塞 (ECM) 即回旋管辐射^[11],以及由于偶极电流而引起回旋潘尼管辐射^[12-14]。

我们知道, Raman 型自由电子激光是波导模与集体效应中的静电模中的负能波(慢空间电荷波)相互耦合的结果,且满足关系式

$$\omega_{FEL} = (k_{||FEL} + k_w)v_{||0} - \frac{\omega_p}{\gamma_0} \approx (k_{||FEL} + k_w)v_{||0}. \tag{21}$$

式中 ω_p 为电子束的等离子体频率; ω_{FEL} 及 $k_{\parallel\text{FEL}}$ 为对应的波频及纵向波数. 而回旋管及回旋潘尼管辐射, 则是由于波导模与集体效应中的电磁模中的右旋圆极化波相互耦合的结果, 分别满足关系式

$$\omega_{\text{ECM}} \approx k_{\parallel\text{ECM}} v_{\parallel 0} + l\Omega_0 \quad l = 1, 2, \dots, \quad (22)$$

$$\omega_{\text{penio}} \approx k_{\parallel\text{penio}} v_{\parallel 0} + (l \pm 1)\Omega_0 \quad l = 1, 2, \dots, \quad (23)$$

式中 l 为相互作用中回旋谐波标号. 上述三种辐射机理与波导模耦合的色散关系, 如图 4 所示.

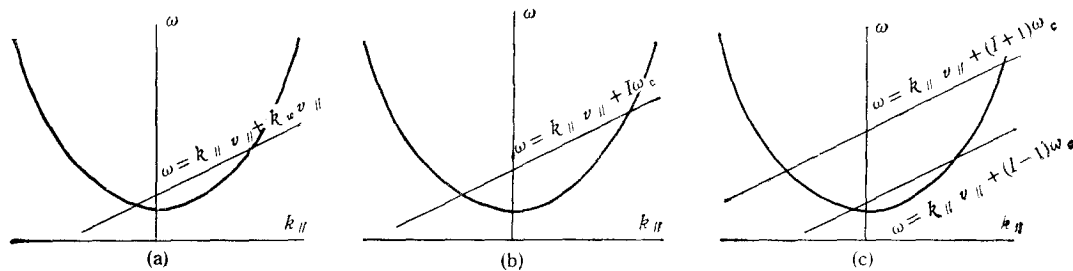


图 4 自由电子激光辐射 (a)、回旋管辐射 (b)、回旋潘尼管辐射 (c) 与波导模的耦合关系

现在再来讨论识别器件工作性质的方法:

(1) $\Omega_0 > k_{\omega} v_{\parallel 0}$ 时的情况

由 (21)–(23) 式可知, 此时 ω_{FEL} 不可能等于 ω_{ECM} 及 ω_{penio} , 因为 $l \geq 1$. 所以, 只要所测得的工作频率满足 (21) 式, 就可直接判断出器件是工作在自由电子激光状态.

(2) $\Omega_0 < k_{\omega} v_{\parallel 0}$ 时的情况

这时, 高次回旋谐波 ($l \geq 2$) 回旋管或回旋潘尼管的工作频率, 可能与自由电子激光的工作频率重合, 因此, 不能再用所测得的频率作为判据. 而二次谐波回旋管及回旋潘尼管的效率, 与工作在常参量 wiggler 及均匀导引场的 Raman 自由电子激光的效率相当, 也难于用所测得的效率来识别辐射状态. 但是, 研究表明, 回旋管及回旋潘尼管中优先激励的是 $\text{TE}_{0,n}$ 模, 极难工作在横磁波 ($\text{TM}_{m,n}$ 模) 状态. 这样, 通过测定辐射的模式图, 就可以基本上判断是否工作在自由电子激光状态.

(3) $\Omega_0 \approx k_{\omega} v_{\parallel 0}$ 时的情况

如第二节所述, 通常说来由于电子轨道发散撞到波导壁上, 束流强度锐减, 测不出正常信号. 应当指出, 此时虽然满足基波回旋管要求的回旋谐振条件, 但回旋管象自由电子激光一样, 其能量及横向动量离散存在相应的阈值条件^[12], 当电子轨道发散引起的离散值超过这一阈值时, 也不能产生回旋管辐射.

当然, 也可能出现这样的情况: 恰当选择初始参量, 使 $\Omega_0 \approx k_{\omega} v_{\parallel 0}$ 时不至于因为电子轨道发散产生超过自由电子激光和基波回旋管的离散阈值, 并且在相互作用区出口处仍保持有足够的束流强度. 那么, 可以预料, 在实验中将会有正常信号输出; 而且, 由于基波回旋管对离散的要求低于自由电子激光, 器件将主要工作在基波回旋管状态, 即使关闭 wiggler 磁场, 仍然有正常信号输出.

硕士研究生张中为本文绘制了部份插图,作者在此表示感谢。

- [1] P. Sprangle *et al.*, *Phys. Rev.*, **A17**(1978), 1792.
- [2] S. H. Gold *et al.*, *Phys. Fluids*, **27**(1984), 746.
- [3] J. Fajans *et al.*, *Phys. Fluids*, **28**(1985), 1995.
- [4] R. H. Jackson *et al.*, *IEEE J.*, **19**(1983), 346.
- [5] H. P. Freund *et al.*, *IEEE J. Quantum Electron*, **19**(1983), 322.
- [6] T. P. Pandya *et al.*, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 5131.
- [7] 褚成、陆载通、施瑞根、王之江, *中国科学 (A 辑)*, (11)1987, 1211.
- [8] J. Fajans *et al.*, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 3448.
- [9] L. Frieland, *Phys. Fluids*, **23**(1980), 2376.
- [10] D. Marcuse, *Principles of Quantum Electronics*, Academic Press Inc., (1980), Chap. 4.
- [11] J. L. Hirshfield *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **12**(1964), 533.
- [12] S. Ono *et al.*, *Int. J. Electronics*, **56**(1984), 507.
- [13] G. Dohler, *Int. J. Electronics*, **56**(1984), 617.
- [14] S. C. Zhang (张世昌), *Int. J. IR/MM Waves*, **6**(1985), 1217.
- [15] 张世昌, *电子学报*, **12**(1984), 55.

THEORETICAL ANALYSIS FOR THE EXPERIMENTS OF RAMAN FREE ELECTRON LASERS

ZHANG SHI-CHANG

(Department of Physics, Chengdu Institute of Radio Engineering)

ABSTRACT

In this paper we show that the abnormal phenomena near resonance are caused by the divergence of the electron orbits. The identification of the radiation mechanisms is also discussed.