

# 自由电子迴旋谐振激光器

王 昌 标

成都电讯工程学院

1988 年 5 月 16 日收到

本文提出了一种新型的自由电子激光器—自由电子迴旋谐振激光器。文中给出了这种激光器的电子效率和起振电流表达式。

## 一、引 言

近年来,人们对用相对论电子注产生相干的电磁辐射怀有浓厚的兴趣<sup>[1-4]</sup>。迴旋管<sup>[5]</sup>和自由电子激光器<sup>[6]</sup>便是人们熟知的其中两类相对论器件。经过人们的大量努力,迴旋微波激射(ECRM)和自由电子激光(FEL)的研究工作都取得了重要进展<sup>[7-16]</sup>。在 ECRM 和圆偏振磁场 FEL 中,轴向速度为  $v_{\parallel}$ , 横向速度为  $v_{\perp}$  的电子都作螺旋运动,轴向相对论因子  $\gamma_{\parallel} = (1 - \beta_{\parallel}^2)^{-1/2}$  和横向无量纲速度  $\beta_{\perp}$  的乘积  $\gamma_{\parallel}\beta_{\perp}$  都比 1 小很多<sup>[8,13]</sup> ( $\beta = v/c$ ,  $c$  为真空中光速),电子的自发辐射主要集中在轴向的基次谐波上<sup>[17]</sup>,因此电子注和基次谐波相互作用效率最高。

在不改变泵场的条件下,通常有两种方法可以提高器件的工作频率:1) 利用多普勒效应;2) 利用电子注和高次谐波的相互作用。

ECRM 和 FEL 的一个重要区别是运动电子迴旋角频率对能量的依赖关系不同。在 ECRM 中,电子的迴旋角频率  $\omega_c = B_0 |e| / \gamma_0 m_0$ <sup>[18]</sup> ( $B_0$  为外加轴向磁场,  $e$  为电子电量,  $m_0$  为电子静止质量,  $\gamma_0 = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  为总相对论因子);在 FEL 中,电子的迴旋角频率  $\omega_0 = 2\pi v_{\parallel} / \lambda_w$ <sup>[19]</sup> ( $\lambda_w$  为外加圆偏振磁场的空间周期)。从经典电动力学原理<sup>[20]</sup>知道,电子的轴向漂移运动使得迴旋电子的前向自发辐射波产生一多普勒频率上移,因此 ECRM 的工作频率  $\omega \approx \omega_c / (1 - v_{\parallel} / v_p) < (1 + \beta_{\parallel})(\gamma_{\parallel}^2 / \gamma_0) B_0 |e| / m_0$  ( $v_p$  为电磁波的相速),而 FEL 的工作频率  $\omega \approx \omega_0 / (1 - \beta_{\parallel}) \approx 4\pi \gamma_{\parallel}^2 v_{\parallel} / \lambda_w$ 。由此看来,由于电子迴旋角频率对能量的依赖关系不同,导致 ECRM 和 FEL 的工作频率对能量的依赖关系也不同。因此,利用多普勒效应,ECRM 的工作频率不及 FEL 的工作频率提高得快。通常微波激射器件只能工作到毫米波段<sup>[7,8,10]</sup>,而自由电子激光器却能工作到可见光区<sup>[12]</sup>。

为了利用高次谐波缩短工作波长,人们提出了 Bernstein 模准光迴旋微波激射<sup>[21,22]</sup>。根据理论分析<sup>[23]</sup>,Bernstein 模迴旋微波激射即使工作在第 10 次迴旋谐波,其相互作用效率也可以和基次谐波相比拟。但由于 Bernstein 模是一种准纵波(静电波),要提高相互作用效率就必须增强纵向电场分量,而太强的纵向场分量又不利于电子注中 Bernstein 模和注外电磁模的相互耦合,因此这种器件的功率和效率都受到了很大的限制。

本文将提出一种电子注和超高次谐波相互作用的新型自由电子激光器—自由电子迴旋

谐振激光器 (FECL)。激光器的结构如图 1 所示。圆柱形反射镜的表面平行于外加的均匀轴向磁场  $B_0 \hat{z}$ ,  $v_{\parallel} \ll c$  的电子注沿轴向

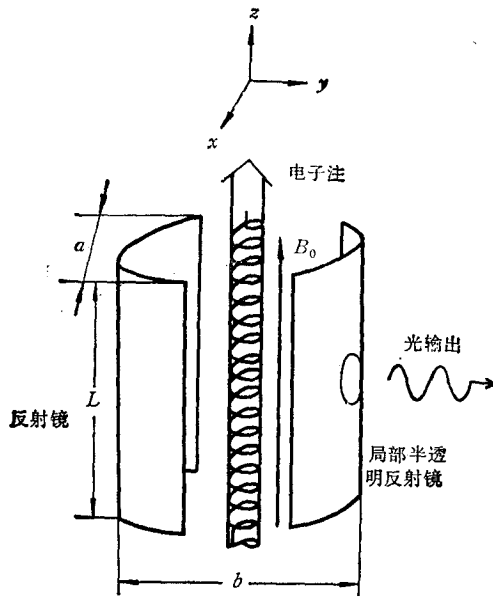


图 1 自由电子迴旋谐振激光

向磁场以相对论的横向速度  $v_{\perp} \approx c$  作迴旋运动, 波的传播方向与电子注垂直. 在这种结构中, 由于  $\gamma_{\parallel} \beta_{\perp} \approx 1$ ,  $\beta_{\parallel} \ll 1$ , 因此电子的自发辐射主要集中在方向与电子注垂直、次数约为  $(\gamma_0/\gamma_{\parallel})^3$  附近的超高次谐波上<sup>[17]</sup>. 自发辐射波被镜面反射后反作用在电子注上并调制电子注, 形成相干辐射. 由于自发辐射集中在超高次谐波上, 因此电子注能和超高次谐波产生有效换能.

FECL 的工作机理完全不同于 Bernstein 模准光微波激射. 在 Bernstein 模准光微波激射中, 虽然电子注和 Bernstein 模的高次谐波有较强的相互作用, 但相互作用最强的仍然是基次谐波; 在 FECL 中, 电子注能直接和电磁模的超

高次迴旋谐波作用, 相互作用最强的将出现在某一超高次谐波上, 而不是基次谐波上. FECL 也不同于准光迴旋微波激射<sup>[24,25]</sup> 和感应准光迴旋微波激射<sup>[26,27]</sup>. 在这两种准光微波激射中, 工作波长  $\lambda$  远远大于电子迴旋半径  $r_c$ , 在迴旋半径内电子几乎看不到场振幅的变化; 在 FECL 中,  $\lambda \ll r_c$ , 在迴旋半径内电子将看到场振幅不断地随空间作周期变化. 正是这种差别, 决定了准光微波激射只能工作到毫米亚毫米波段, 而 FECL 却可以工作到可见光区.

本文用单粒子模型计算了 FECL 中平面波和单动量电子注的相互作用, 得到了相互作用的线性电子效率和起振电流表达式.

## 二、相互作用光场的自发辐射修正及局部展开

在非自洽单粒子理论的计算中, 人们一般先假定腔内已经存在一稳定的互作用场, 然后利用洛伦兹电子运动方程计算出电子在互作用区内平均能量的变化, 再根据能量守恒定律, 把电子平均能量的变化看作电子对场的激励. 但通常在写出互作用场时, 都没有考虑到自发辐射对电场振幅的修正<sup>[24]</sup>.

根据相对论电子学原理<sup>[17]</sup>, 一个以速度  $v \approx c$  作匀速圆周运动的电子产生的自发辐射主要集中在轨道平面附近的高次谐波上. 在轨道平面上观察, 第  $l$  次谐波的电场振幅正比于  $(\beta/\gamma_0) l J_l'(l\beta)$ ,  $J_l'(x)$  为  $l$  阶第一类贝塞耳函数的导数. 对于一个轴向运动速度  $v_{\parallel} \ll c$  的螺旋电子, 利用相对论变换并考虑到  $\gamma_{\parallel} \approx 1$ , 不难发现, 在垂直于轴线的平面上观察, 第  $l$  次谐波的电场振幅正比于  $(\beta_{\perp}/\gamma_0) l J_l'(l\beta_{\perp})$ . 由此可知, 当  $\beta_{\perp}$  较小时, 螺旋电

子自发辐射电场振幅的最大值将出现在低次谐波上;当  $\beta_{\perp}$  逐渐增大时,自发辐射电场振幅最大值将移向高次谐波,如图 2 所示。

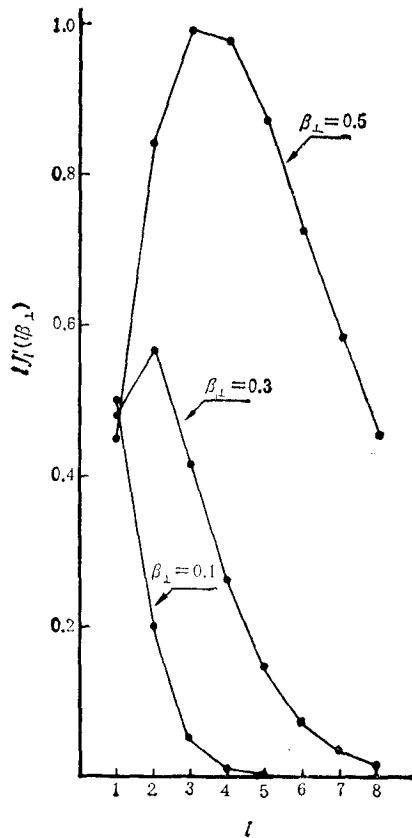


图 2 当  $\beta_{\perp}$  增大时,  $|J'_i(\beta_{\perp})|$  的最大值移向高次谐波

在 FECL 中,自发辐射波被电子注两侧的镜面反射后反作用在电子注上,使电子的运动产生一扰动,受扰动电子产生受激辐射。由于扰动量的大小依赖于反作用在电子上的力的大小,因而受激辐射场的大小也就依赖于自发辐射场的大小。既然不同频率的自发辐射具有不同的场振幅,那么不同频率的受激辐射场也应该具有不同的振幅。因此,在

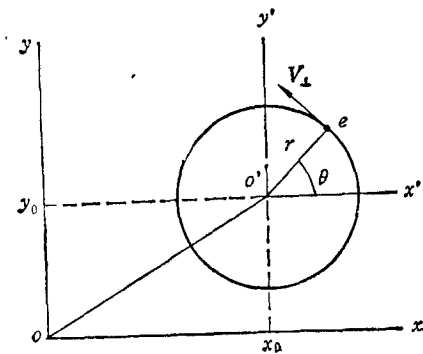


图 3  $O'$  为当  $E_0 = 0$  时的电子引导中心

计算自发辐射波-电子注相互作用时应该考虑到自发辐射对腔内相互作用场振幅的修正。

由于 FECL 的工作频率很高,反射镜之间的距离很小(数厘米),因此相互作用光场可以很好地用平面波来近似,

$$\mathbf{E}_1 = \hat{x} E_0 c_s \cos ky \cos \omega t, \quad (1)$$

式中  $E_0$  为常数振幅,  $k = \omega/c$  为波数,  $c_s = (\beta_{\perp}/\gamma_0)$ .  $\tilde{\omega} J'_{[\tilde{\omega}]}(\tilde{\omega}\beta_{\perp})$  为电场振幅的自发辐射修正系数,  $\tilde{\omega} = \omega/\omega_c$ ,  $[\tilde{\omega}]$  代表最接近于  $\tilde{\omega}$  的整数。

假定整个电子注都浸在光场中,  $(x_0, y_0)$  为无光场时的电子引导中心。以  $(x_0, y_0)$  为原点引入新坐标系  $x'o'y'$  (图 3), 有

$$x = x_0 + r \cos \theta, \quad y = y_0 + r \sin \theta.$$

由上式得

$$\cos ky = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} J_i(kr) \cos(i\theta + ky_0). \quad (2)$$

把(2)式代入(1)式,运算后得

$$\begin{aligned}
 E_r &= \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E_l \frac{l}{kr} J_l(kr) \sin\left(\omega t - l\theta + \frac{l\pi}{2}\right), \\
 E_\theta &= - \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E_l J'_l(kr) \cos\left(\omega t - l\theta + \frac{l\pi}{2}\right), \\
 E_z &= 0,
 \end{aligned} \tag{3}$$

式中  $E_l = E_0 c_s g_l$ ,  $g_l = \sin(ky_0 + l\pi/2)$  为引导中心场振幅系数。

利用麦克斯韦方程,从(3)式可以得到

$$\begin{aligned}
 B_r &= B_\theta = 0, \\
 B_z &= - \sum_{l=-\infty}^{+\infty} E_l \frac{k}{\omega} J_l(kr) \sin\left(\omega t - l\theta + \frac{l\pi}{2}\right).
 \end{aligned} \tag{4}$$

由(3)式可以看出,平面波在新坐标系  $x'o'y'$  中已被分解成无限多个迴旋谐波的迭加。

### 三、电子效率与起振电流

相互作用区内电子的运动遵从洛伦兹方程

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E}_l + e\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \tag{5}$$

式中  $\mathbf{B} = (B_0 + B_z)\mathbf{z}$ . 用  $\mathbf{p}$  点乘上式等号两边得到能量守恒方程

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{e}{m_0 c^2} \mathbf{E}_l \cdot \mathbf{v}. \tag{6}$$

在新坐标系  $x'o'y'$  中把方程(5)写成分量形式,得

$$\gamma(\dot{r} - r\dot{\theta}^2) = \frac{e}{m_0} \left[ \left(1 - \frac{1}{c^2} \dot{r}^2\right) E_r - \frac{1}{c^2} r\dot{\theta} E_\theta + r\dot{\theta}(B_z + B_0) \right], \tag{7}$$

$$\gamma(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = \frac{e}{m_0} \left[ -\frac{1}{c^2} r\dot{\theta} E_r + \left(1 - \frac{1}{c^2} r^2\dot{\theta}^2\right) E_\theta - r(B_z + B_0) \right], \tag{8}$$

$$\gamma\ddot{z} + \dot{\gamma}\dot{z} = 0, \tag{9}$$

式中  $\zeta \equiv \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ ,  $\zeta = r, \theta, z, \gamma$ .

设电子的初始相对论因子为  $\gamma_0$ , 初始横向和纵向速度分别为  $v_\perp$  和  $v_\parallel$ , 初始迴旋半径为  $r_c$ . 假定  $E_0/B_0 v_\perp \ll 1$ , 则相互作用光场对电子的螺旋运动仅产生一扰动. 根据小信号理论,有关的物理量可以展为场振幅  $E_0$  的幂级数

$$\begin{aligned}
 r &= r_0 + r_1 + r_2 + \dots, \\
 \theta &= \theta_0 + \theta_1 + \theta_2 + \dots, \\
 z &= z_0 + z_1 + z_2 + \dots, \\
 \gamma &= \gamma^{(0)} + \gamma_1 + \gamma_2 + \dots,
 \end{aligned} \tag{10}$$

式中  $r_n, \theta_n, z_n, \gamma_n$  都比例于  $E_0^n$ . 由于  $o'$  为  $E_0 = 0$  时电子的引导中心, 因此有  $\gamma^{(0)} =$

$\dot{r}_0, r_0 = r_c, \dot{\theta}_0 = \omega_c, \dot{z}_0 = v_{\parallel}$ , 以及  $v_{\perp} = \omega_c r_c$ .

把(10)式分别代入方程(7), (8)和(9), 比较方程等号左右两边  $E_0$  的同次幂系数, 得一阶方程

$$\begin{aligned} \dot{r}_0(\dot{r}_1 - r_1 \omega_c^2 - 2v_{\perp} \dot{\theta}_1) - \dot{r}_1 v_{\perp} \omega_c = \frac{e}{m_0} [E_r(r_0, \theta_0, t) \\ + v_{\perp} B_z(r_0, \theta_0, t) + B_0(\omega_c r_1 + r_c \dot{\theta}_1)], \end{aligned} \quad (11)$$

$$\dot{r}_0(2\omega_c \dot{r}_1 + r_c \ddot{\theta}_1) = \frac{e}{m_0} [(1 - \beta_{\perp}^2) E_{\theta}(r_0, \theta_0, t) - \beta_0 \dot{r}_1], \quad (12)$$

$$\dot{r}_0 \dot{z}_1 + \dot{r}_1 v_{\parallel} = 0. \quad (13)$$

从(6)式同样可得

$$\dot{r}_1 = \frac{e}{m_0 c^2} v_{\perp} E_{\theta}(r_0, \theta_0, t), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_2 = \frac{e}{m_0 c^2} \left[ \dot{r}_1 E_r(r_0, \theta_0, t) + (\omega_c r_1 + r_c \dot{\theta}_1) E_{\theta}(r_0, \theta_0, t) \right. \\ \left. + \beta_{\perp} c r_1 \frac{\partial}{\partial r} E_{\theta}(r_0, \theta_0, t) + \beta_{\perp} c \theta_1 \frac{\partial}{\partial \theta} E_{\theta}(r_0, \theta_0, t) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

设电子进入作用区时的初相角为  $(\phi + \pi/2)$ , 积分(14)式得

$$r_1 = -\frac{e}{m_0 c} \beta_{\perp} \sum_l \frac{E_l}{\Omega_l} J_l(kr_c) [\sin(\Omega_l t - l\phi) + \sin l\phi], \quad (16)$$

式中  $\Omega_l = \omega - l\omega_c$ . 不难看出,  $r_1$  对  $\phi$  取平均值  $\langle r_1 \rangle_{\phi} = 0$ .

从(11)–(13)式中解出  $r_1, \theta_1$  和  $z_1$  得

$$\begin{aligned} r_1 = \frac{e}{\gamma_0 m_0} \sum_l \frac{E_l}{\omega_c^2} \left\{ \frac{\omega_c}{\Omega_l} J_l(kr_c) \left[ \frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2 - \omega_c^2} (\sin(\Omega_l t - l\phi) \right. \right. \\ \left. \left. + (\sin l\phi \cos \omega_c t - \frac{\Omega_l}{\omega_c} \cos l\phi \sin \omega_c t)) - \sin l\phi (1 - \cos \omega_c t) \right] \right. \\ \left. - \frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2 - \omega_c^2} J_l(kr_c) \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_{\perp}} - \beta_{\perp} \right) [\sin(\Omega_l t - l\phi) \right. \right. \\ \left. \left. + (\sin l\phi \cos \omega_c t - \frac{\Omega_l}{\omega_c} \cos l\phi \sin \omega_c t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \beta_{\perp} c \theta_1 = \frac{e}{\gamma_0 m_0} \sum_l \frac{E_l}{\omega_c} \left\{ -\frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2} J_l(kr_c) \left[ \frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2 - \omega_c^2} (\cos l\phi - \cos(\Omega_l t - l\phi)) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Omega_l}{\omega_c} \sin l\phi \sin \omega_c t - \frac{\Omega_l^2}{\omega_c^2} \cos l\phi (1 - \cos \omega_c t) \right] \right. \\ \left. + \sin l\phi \left( -\Omega_l t + \frac{\Omega_l}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \right. \\ \left. + \frac{\omega_c}{\Omega_l} \frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2 - \omega_c^2} J_l(kr_c) \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_{\perp}} - \beta_{\perp} \right) [\cos l\phi - \cos(\Omega_l t - l\phi) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Omega_l}{\omega_c} \sin l\phi \sin \omega_c t - \frac{\Omega_l^2}{\omega_c^2} \cos l\phi (1 - \cos \omega_c t) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$-\frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2} \frac{1}{\gamma_\perp^2} J_l'(kr_c) [\cos l\phi - \cos(\Omega_l t - l\phi) + \Omega_l t \sin l\phi] \}, \quad (18)$$

$$\mathbf{z}_l = \frac{e}{\gamma_0 m_0} \beta_{\parallel} \beta_{\perp} \sum_l \frac{E_l}{\Omega_l^2} J_l'(kr_c) [\cos l\phi - \cos(\Omega_l t - l\phi) + \Omega_l t \sin l\phi]. \quad (19)$$

电子和波的互作用效率定义为

$$\eta = \left\langle \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1} \right\rangle. \quad (20)$$

由于只计算单动量电子注的线性电子效率, 因此(20)式等号右边的 $\langle \rangle$ 表示只对电子初相角 $\phi$ 和引导中心 $(x_0, y_0)$ 求平均, 并且只取到不为零的最低阶项. 把(17)–(19)式代入(14)式, 然后再代入(20)式, 得线性效率表达式

$$\begin{aligned} \eta = & \left( \frac{E_0}{B_0 c} \right)^2 \sum_l \left\{ \frac{1}{2} A_{1l} \frac{\omega_c}{\omega} (\cos 2\omega t - 1) \right. \\ & - A_{2l} \left[ \frac{\omega_c}{\Omega_{l+1}} (\cos \Omega_{l+1} t - 1) - \frac{\omega_c}{\Omega_{l-1}} (\cos \Omega_{l-1} t - 1) \right] \\ & - A_{3l} \left[ \frac{\omega_c}{\Omega_{l-1}} (\cos \Omega_{l-1} t - 1) - \frac{\omega_c}{\Omega_{l+1}} (\cos \Omega_{l+1} t - 1) \right] \\ & + A_{4l} \frac{\omega_c}{\Omega_{-l}} (\cos \Omega_{-l} t - 1) \\ & - A_{5l} \frac{\omega_c \Omega_l}{\Omega_{-l}^2} (\Omega_{-l} t \sin \Omega_{-l} t + \cos \Omega_{-l} t - 1) + A_{6l} \frac{\omega_c}{\Omega_l} (\cos \Omega_l t - 1) \\ & \left. - A_{7l} \frac{\omega_c}{\Omega_l} (\Omega_l t \sin \Omega_l t + \cos \Omega_l t - 1) \right\}, \quad (21) \end{aligned}$$

式中

$$A_{1l} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} c_s^2 \langle g_l^2 \rangle \left\{ \frac{1}{\gamma_\perp^2} \frac{\omega \omega_c}{\Omega_l^2} J_l'^2 + \frac{\omega \omega_c}{\Omega_{l+1} \Omega_{l-1}} \left[ \frac{\omega_c}{\Omega_l} J_l' - \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \beta_\perp \right) J_l \right]^2 \right\}, \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} A_{2l} = & -\frac{1}{4} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} c_s^2 \langle g_l^2 \rangle \frac{(l+1)\omega_c}{\Omega_{l+1}} \left[ J_l' - \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \beta_\perp \right) J_l \right] \\ & \cdot \left[ J_l' - \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \frac{\omega \beta_\perp}{(l+1)\omega_c} \right) J_l \right], \quad (22b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{3l} = & \frac{1}{4} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} c_s^2 \langle g_l^2 \rangle \frac{(l-1)\omega_c}{\Omega_{l-1}} \left[ J_l' + \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \beta_\perp \right) J_l \right] \\ & \cdot \left[ J_l' + \left( \frac{l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \frac{\omega \beta_\perp}{(l-1)\omega_c} \right) J_l \right], \quad (22c) \end{aligned}$$

$$A_{4l} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} c_s^2 \langle g_l^2 \rangle \frac{\omega_c}{\Omega_l} J_l' \left[ \frac{\omega}{\Omega_l} \beta_\perp^2 J_l' - l \left( \frac{2l\omega_c}{\omega \beta_\perp} - \frac{\Omega_{-l}}{l\omega_c} \beta_\perp \right) J_l \right], \quad (22d)$$

$$A_{5l} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \beta_\perp^2 c_s^2 \langle g_l^2 \rangle \frac{\omega_c^2}{\Omega_l^2} l J_l'^2, \quad (22e)$$

$$A_{6l} = -A_{4l}, \quad A_{7l} = A_{5l}. \quad (22f)$$

(22)式中贝塞耳函数  $J_l$  的宗量为  $(\omega/\omega_c)\beta_\perp$ ,  $\langle g_l^2 \rangle$  表示对引导中心  $(x_0, y_0)$  取平均. 如果引导中心分布均匀, 且沿  $y$  方向的平均宽度远远大于工作波长, 则  $\langle g_l^2 \rangle \approx 0.5$ .

当  $\beta_\perp \approx 1$ ,  $\omega \approx l\omega_c$  时, (21)式等号右端第六、七两项中含有因子  $Q_l^3 J_l^2$  的项占主要, 于是电子效率表达式简化为

$$\eta \approx \left(\frac{E_0}{B_0 c}\right)^2 \frac{\beta_\perp^4 \langle g_l^2 \rangle}{\gamma_0(\gamma_0 - 1)} Y_l \frac{\omega_c^3}{Q_l^3} \left(1 - \cos Q_l t - \frac{1}{2} Q_l t \sin Q_l t\right), \quad (23)$$

式中  $Y_l = l^3 J_l^2(l\beta_\perp)$  为效率的谐波因子.

由(9)式可知,  $\gamma \dot{z} = \text{const}$ , 因此当  $|\Delta r/r|$  很小(低效率区)时,  $\dot{z} \approx v_\parallel$ . 如果相互作用区长度为  $L$ , 则相互作用时间  $T \approx L/v_\parallel$ . 设  $u = Q_l T/2$ , 电子经过整个作用区的效率可表示为

$$\eta = -\pi^3 \left(\frac{E_0}{B_0 c}\right)^2 \frac{N^3 \beta_\perp^4 \langle g_l^2 \rangle}{\gamma_0(\gamma_0 - 1)} Y_l \frac{d}{du} F(u), \quad (24)$$

式中  $F(u) = (\sin u/u)^2$ ,  $N$  为电子在相互作用区内的回旋周期数. 当  $u \approx 1.3$  时,  $F'(u) \approx -0.54$ , 线性效率达到极大值

$$\eta_{\max} = 16.7 \left(\frac{E_0}{B_0 c}\right)^2 \langle g_l^2 \rangle \frac{N^3 \beta_\perp^4}{\gamma_0(\gamma_0 - 1)} Y_l, \quad (25)$$

对应的频率失配量  $(\omega - l\omega_c) \approx 2.6v_\parallel/L$ .

(25)式表明, 电子效率随谐波因子  $Y_l$  变化, 即 FECL 工作于不同的谐波具有不同的效率. 图 4 给出了当  $\gamma_\perp = 7$  时  $Y_l$  随  $l$  的变化关系, 表 1 给出了当  $Y_l$  达到极大值  $(Y_l)_{\max}$  时  $l$  和  $\gamma_\perp$  之间的对应关系. 从表 1 可以看出, 当  $l \approx 0.39\gamma_\perp^3$  时  $Y_l$  达到极大值, 这表明 FECL 的工作频率  $\omega \approx 0.39\gamma_\perp^3 \omega_c$ .

根据(24)式, 效率线宽取决于因子  $-F'(u)$ , 第  $l$  次谐波的效率线宽约为  $(2Nl)^{-1}$ , 如图 5 所示. 应该指出, 图 5 中出现的负效率区是因为计算模型本身是非自洽的, 没有考虑到相互作用过程中电子对光场振幅的修正.

假定镜面(图 1)平均反射率为  $R$ , 则谐振腔的品质因素可表示为

$$a = \frac{2\pi}{1-R} \frac{b}{\lambda}, \quad (26)$$

式中  $b$  为镜间距离. 利用(1)式并考虑到边界条件, 得腔内平均储能

$$W = \frac{1}{4} \epsilon_0 a b L c^2 E_0^2, \quad (27)$$

式中  $\epsilon_0$  为真空中电容率,  $a$  为镜面宽度.

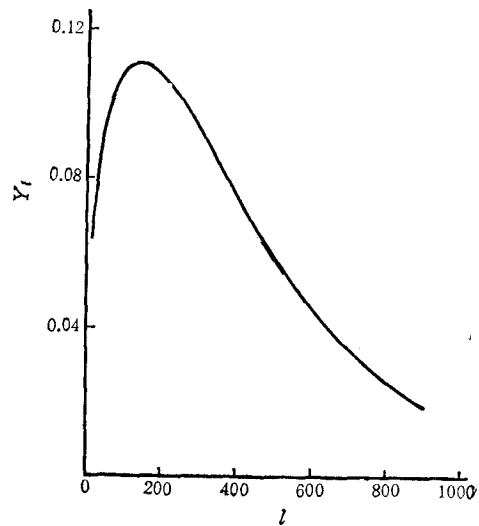


图 4 当  $\gamma_\perp = 7$  时  $Y_l$  随  $l$  的变化关系

表 1 当  $Y_l$  取最大值时的  $l$  和  $r_{\perp}$  的对应关系

$r_{\perp}$	$\beta_{\perp}$	$(Y_l)_{\max}$	$l$	$l/r_{\perp}^2$
7	0.989743	0.111544	138	0.4023
10	0.994987	0.159177	395	0.3950
15	0.997775	0.238654	1318	0.3905
20	0.998749	0.318160	3108	0.3885
25	0.999200	0.397782	6064	0.3881
30	0.999444	0.477116	10490	0.3885

设入射电子注的功率为  $P_b$ , 则起振条件可写为

$$P_b \eta_{\max} \geq \frac{\omega W}{a}. \quad (28)$$

把(25)–(27)式代入上式, 得到第  $l$  次谐波起振电流的表达式

$$I_{\text{st}} = 0.59 \frac{\lambda a \varepsilon_0 m_0 c^3}{L^2 |e|} \frac{\gamma_0 \beta_{\parallel}^3 (1-R)}{\langle g^2 \rangle \beta_{\perp}^2 J_l^2(l\beta_{\perp})}. \quad (29)$$

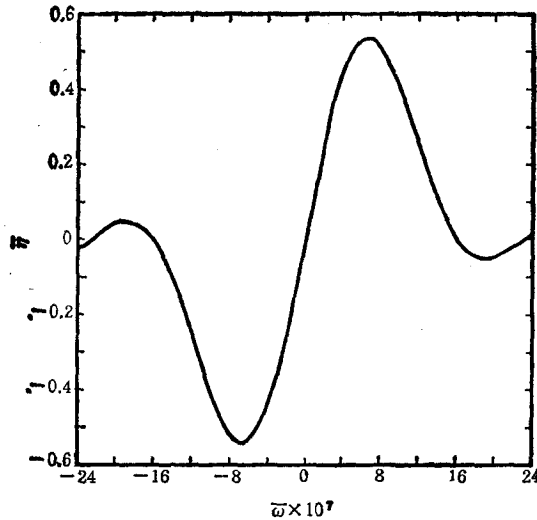


图 5 归格化电子效率  $\bar{\eta}$   $\gamma_0 = 25$ ;  $B_0 = 80 \text{ kG}$ ;  $N = 199$ ;  $l = 3151$ ;  
 $\bar{\omega} = (\omega - l\omega_c)/\omega$ ;  $\bar{\eta} = -F'(u)$

#### 四、数值示例

作为一个数值计算例子, 取  $\gamma_0 = 25$ ,  $r_{\perp} = 20$ ,  $B_0 = 80 \text{ kG}^{[8]}$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $R = 0.9^{[27]}$ ,  $\langle g^2 \rangle = 0.5$ ,  $E_0/B_0 c = 4.2 \times 10^{-4}$ , 这时回旋周期数  $N = 199$ , 电子回旋半径  $r_c = 5.3 \text{ mm}$ , 电子效率和起振电流与  $l$  之间的关系如图 6 所示。从图 6 上可以看出, 当  $l = 3151$  时, 线性效率约为 0.6%, 起振电流约为 0.36A, 这时对应的工作波长为 10.6  $\mu\text{m}$ 。

图 6 还表明, FECL 可能出现多纵模工作, 但由于 FECL 的纵模频率间隔宽, 效率线



宽窄,因此可以通过适当地选择反射镜之间的距离加以抑制。此外,还可以采用多层介质反射镜<sup>[17]</sup>来抑制不需要的模式,以保证器件的激光输出具有足够的相干度。

## 五、结 论

本文提出的自由电子回旋谐振激光器是一种新型的自由电子激光器。这种激光器的工作频率  $\omega \approx \gamma_{\perp}^3 \omega_c$ 。它实际上是一种把电子作强相对论圆周运动时集中在轨道平面附近超高次谐波上的自发辐射转变为相干辐射的电子器件,而通常的周期磁场 FEL<sup>[6]</sup>是一种把电子作横向周期运动时集中在轴向基次谐波上的自发辐射转变为相干辐射的电子器件。FECL 和 FEL 相比,具有三个吸引人的优点: 1) 电子注的可使用半径受外加磁场影响小,因而大大增加了自发辐射波-电子注相互作用体积,而在 FEL 中,周期磁场的横向梯度效应使得电子注的可使用半径通常只有  $0.1\lambda_w$  左右<sup>[15,28-30]</sup>; 2) 由于波的传播方向和电子注垂直,消除了光波和电子注之间的相对滑移 (slippage), 因而不存在 FEL 中那种令人烦恼的边带不稳定性<sup>[31-33]</sup>; 3) 镜间距离短,光束传播质量好,因而不需要光导行<sup>[34-36]</sup>。此外,由于  $v_{\perp} \approx c$ , 有效地增强了电子和光电场之间的能量交换,因此 FECL 是一种很有前途的高效大功率激光器。

作者衷心感谢刘盛纲教授的关心。

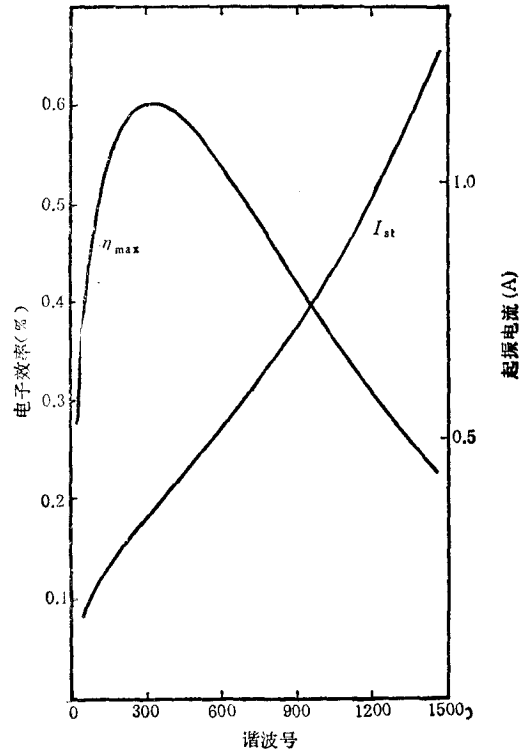


图6 当  $\gamma_{\parallel} = 25$ ,  $\gamma_{\perp} = 20$ ,  $B_0 = 80 \text{ kG}$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $L = 20 \text{ cm}$ ,  $R = 0.9$ ,  $\langle g_{\perp}^2 \rangle = 0.5$ ,  $E_0/B_0 c = 4.2 \times 10^{-4}$  时,  $\eta_{\max}$  和  $I_{st}$  对  $l$  的依赖关系

- [1] J. L. Hirshfield and J. M. Wachtel, *Phys. Rev. Lett.*, **12**(1964), 533.
- [2] L. R. Elias, W. M. Fairbank, J. M. J. Madey, H. A. Schwettman and T. I. Smith, *Phys. Rev. Lett.*, **36**(1976), 717.
- [3] T. Shintake, K. Huke, J. Tanaka, I. Sato and I. Kumabe, *Jpn. J. Appl. Phys.*, **22**(1983), 844.
- [4] H. A. Davis, R. R. Bartsch, L. E. Thode, E. G. Sherwood and R. M. Stringfield, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2293.
- [5] A. V. Gaponov, A. L. Gol'denberg, D. P. Grigor'ev, T. B. Pankratova, M. I. Petelin and V. A. Flyagin, *Izv. VUZov Radiofizika*, **18**(1975), 280.
- [6] D. A. G. Deacon, L. R. Elias, J. M. J. Madey, G. J. Ramian, H. A. Schwettman and T. I. Smith, *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977), 892.
- [7] A. Sh. Fix, V. A. Flyagin, A. L. Goldenberg, V. I. Khiynyak, S. A. Malygin, Sh. E. Tsimring and V. E. Zaperalov, *Int. J. Electron.*, **57**(1984), 821.
- [8] K. E. Kreischer and R. J. Temkin, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 547.

- [9] S. N. Voronkov, V. I. Kremontsov, P. S. Strelkov and A. G. Shkvarunets, *Sov. Phys. -Tech. Phys.*, **27** (1982), 68.
- [10] I. E. Botvinnik, V. L. Bratman, A. B. Volkov, G. G. Denisov, B. D. Kol'chugin and M. M. Ofitserov, *Sov. Tech. Phys. Lett.*, **8**(1982), 596.
- [11] S. H. Gold, A. W. Fliflet, W. M. Manheimer, W. M. Black, V. L. Granatstein, A. K. Kinkead, D. L. Hardesty and M. Sucey, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **PS-13**(1985), 374.
- [12] M. Billardon, P. Elleaume, J. M. Ortega, C. Bazin, M. Bergher, M. Velghe, Y. Petroff, D. A. G. Deacon, K. E. Robinson and J. M. J. Madey, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 1652.
- [13] S. H. Gold, D. L. Hardesty, A. K. Kinkead, L. R. Barnett and V. L. Granatstein, *Phys. Rev. Lett.*, **52** (1984), 1218.
- [14] J. Fajans, J. S. Wurtele, G. Bekefi, D. S. Knowles and K. Xu, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 597.
- [15] B. E. Newnam, R. W. Warren, R. L. Sheffield, W. E. Stein, M. T. Lynch, J. S. Fraser, J. C. Goldstein, J. E. Sollid, T. A. Swann, J. M. Watson and C. A. Brau, *IEEE J. Quantum Electron.*, **21**(1985), 867.
- [16] T. J. Orzechowski, B. R. Anderson, J. C. Clark, W. M. Fawley, A. C. Paul, D. Prosnitz, E. T. Scharlemann, S. M. Yarema, D. B. Hopkins, A. M. Sessler and J. S. Wurtele, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 2172.
- [17] 刘盛纲, 相对论电子学, 科学出版社, (1987).
- [18] P. Sprangle and A. T. Drobot, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-25**(1977), 528.
- [19] Wang Changbiao, *Int'l. J. IR & MM Waves*, **7**(1986), 1177.
- [20] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John, Wiley & Sons, New York, (1976).
- [21] J. L. Hirshfield, *Int'l. J. IR & MM Waves*, **2**(1981), 695.
- [22] N. A. Ebrahim, Z. Ling and J. L. Hirshfield, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 1556.
- [23] Z. Ling, N. A. Ebrahim and J. L. Hirshfield, *Int'l. J. IR & MM Waves*, **4**(1983), 423.
- [24] P. Sprangle, J. L. Vomvoridis and W. M. Manheimer, *Appl. Phys. Lett.*, **38**(1981), 310.
- [25] 刘盛纲, 电子学报, **12**(1984), 12.
- [26] P. Sprangle, C. M. Tang and P. Serafim, *Appl. Phys. Lett.*, **49**(1986), 1154.
- [27] S. Riyopoulos, C. M. Tang and P. Sprangle, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 197.
- [28] R. K. Parker, R. H. Jackson, S. H. Gold, H. P. Freund, V. L. Granatstein, P. C. Efthimion, M. Herndon and A. K. Kinkead, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 238.
- [29] J. Fajans, G. Bekefi, Y. Z. Yin and B. Lax, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 246.
- [30] T. J. Orzechowski, B. Anderson, W. M. Fawley, D. Prosnitz, E. T. Scharlemann, S. Yarema, D. Hopkins, A. C. Paul, A. M. Sessler and J. Wurtele, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 889.
- [31] N. M. Kroll, P. L. Morton and M. N. Rosenbluth, *IEEE J. Quantum Electron.*, **17**(1981), 1436.
- [32] R. W. Warren, B. E. Newnam and J. C. Goldstein, *IEEE J. Quantum Electron.*, **21**(1985), 882.
- [33] J. Masud, T. C. Marshall, S. P. Schlesinger, F. G. Yee, W. M. Fawley, E. T. Scharlemann and S. S. Yu, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 763.
- [34] E. T. Scharlemann, A. M. Sessler and J. S. Wurtele, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1925.
- [35] P. Sprangle, A. Ting and C. M. Tang, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 202.
- [36] F. Hartemann, K. Xu, G. Bekefi, J. S. Wurtele and J. Fajans, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 1177.

## FREE ELECTRON CYCLOTRON RESONANCE LASER

WANG CHANG-BIAO

Chengdu Institute of Radio Engineering

(Received 16 May 1988)

### ABSTRACT

A new kind of oscillator configuration of free electron laser, the free electron cyclotron resonance laser, is proposed and analyzed. The expressions for electron efficiency and start-up current are given.