

激光束在 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体中的 异常衍射现象 (I)

e 光入 e 光出的衍射

蒋毅坚 廖理几 陈为群

北京工业大学应用物理系, 北京, 100022

张鹏翔 刘玉龙

中国科学院物理研究所, 北京, 100080

1989年9月28日收到

根据 Степанов 的相位光栅各向异性衍射理论, 应用顾世杰、李荫远发展的方法, 对于激光束在厚的 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体 (厚度 $\approx 1\text{cm}$) 中的异常衍射现象作了计算. 如果晶体中被照射后有无规的电荷富集分布, 则 Fourier 分解后可得到无穷个相位光栅, 衍射图形决定于光栅的衍射效率. 计算结果表明, 对 e 光入 e 光出的衍射图形, 可以解释中央光斑 (由透镜效应所决定) 两边的光瓣. 结果与实验基本符合.

PACC: 7820; 4265

一、引 言

激光束通过 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 晶体时, 产生种种复杂的衍射图样, 文献中已屡有报道^[1-9]. 这种现象与 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 中的光折变效应有密切联系, 但在某些方面又有重大的不同点, 其机制并没有完全弄清楚. 本文和文献 [22] 主要讨论厚晶体中异常衍射现象的物理机制. 根据研究结果, 我们认为: 空间相位光栅的各向异性衍射是这些现象的主要机制.

射入晶体的光束如为 e 光, 则衍射光也是 e 光, 称这种 e 光入 e 光出的衍射为 $e \rightarrow e$ 衍射, 如图 1(a), 图 1(b) 所示. 本文主要讨论 $e \rightarrow e$ 衍射. 射入晶体的光束如为 o 光, 则衍射光为 o 光与 e 光的混合, 称这种衍射为 $o \rightarrow e$ 衍射. $o \rightarrow e$ 衍射将在文献 [22] 中讨论.

1977 年 Nippus 等人^[11]研究 e 光通过掺铁铌酸锂后的衍射现象时, 发现在屏幕上得到一个在 c 轴方向延伸的光斑. 他们把这种现象解释为光束在一个折射率随空间变化的晶体中的弯曲, 可用光线的微分方程来计算, 即所谓透镜效应^[12]. 而照射区的折射率的改变是由于光折变现象产生的 (光折变效应已有大量文献报道, 如文献 [16, 17] 等).

后来 Guibaly 等人^[13]进一步研究了 $e \rightarrow e$ 衍射现象. 他指出, Nippus 讨论的光折

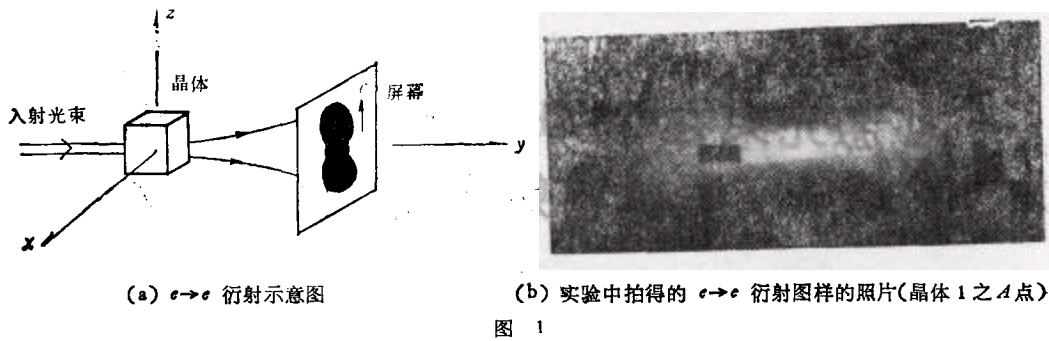
(a) $e \rightarrow e$ 衍射示意图(b) 实验中拍得的 $e \rightarrow e$ 衍射图样的照片(晶体 1 之 A 点)

图 1

变效应产生的一个折射率变化的被照射区域的透镜效应,只在屏幕中央产生一个光斑(这光斑的照度较强)。他们的理论计算和实验指出,这个中央光斑在 c 轴方向的延伸,相当于 4° 左右(晶体外)的偏离。而沿 c 轴方向在中央光斑两侧还有两个光瓣,光瓣的最外侧相当于 17° 左右(晶体外)的偏离。图 1(a) 为 $e \rightarrow e$ 衍射示意图,图 1(b) 为我们在实验中拍摄的这种衍射在屏幕上形成的图样的照片,它和文献 [3] 中所描述的情形大致相同。拍摄此照片的实验条件为:入射光波长, 5145 \AA ; 入射光功率, 10 mW ; LiNbO_3 晶体掺铁浓度, 0.05% ; 入射光用长焦距透镜聚光,照射时间约为 1 s ; 晶体至屏幕距离为 0.85 m ; 照片中黑条长度约为 5 cm 。

Guibaly 等人的解释是,晶体中有大量的体缺陷和表面缺陷,它们使光束一部分集中起来并偏离原光束,这些强的偏离的光束产生一些寄生光栅,从而使光束越加发散。他们没有作具体的定量的计算。

Степанов 等人^[13,14]推广了 Kogelnik^[15] 的厚位相光栅的耦合波理论,研究了各向异性光栅的衍射效应。顾世杰、李荫远^[10,11]研究 $\alpha\text{-LiIO}_3$ 中衍射现象时发展了这个方法,处理了 $\alpha\text{-LiIO}_3$ 晶体和 KTP 晶体中的衍射现象。张光寅等人^[8]研究了薄(厚度 $\approx 1 \text{ mm}$)的 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 中衍射光强分布和照射光束尺寸的关系,并确定了弥散光斑的大小和照射光束大小的关系,确定了这种薄晶体中的位相光栅是入射光和缺陷引起的次级波相干产生的。刘思敏等人^[9]研究了与位相光栅导致的衍射现象不同的、透镜效应导致的光的偏转和干涉产生的现象,并命名为“自衍射”现象。对于厚晶体,光照射产生的位相光栅,可以认为是和无规分布的富集电荷小区相联系的,从而 Степанов 和顾世杰、李荫远的方法可以应用于本文讨论的 $e \rightarrow e$ 衍射现象和 $o \rightarrow e$ 衍射现象^[22,1]。

二、 $e \rightarrow e$ 衍射的物理机制与计算

一般认为,光折变晶体 $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ 中,主要施主和陷阱为 Fe^{2+} 和 Fe^{3+} 离子。在被照射区内存在着一个大区域的均匀的正电荷分布。设这个大区域为一圆柱形,长为 $2l$,半径为 a 。但是,这种分布不可能是绝对均匀的,其中某些小体积内可能有大量的富集的正电荷。另外在被照射区外面存在大区域的负电荷分布区。这个大区域半径也为

1) 本文中的“衍射”,就是文献[8,9]提到的“散射”。

a , 是一个与上述大区域相切的圆柱形, 并在它的正 c 向上方 (c 为 LiNbO₃ 晶体三次对称轴)。此大区域中某些小体积内也可能有大量的富集的负电荷, 这些电荷富集区和文献 [3,8] 中讨论的缺陷及其产生的光强集中区域可能有密切关系。实际上两个大区域的形状尺寸对我们的情况并不重要。

这些带着富集正负电荷的区域的分布是随机的。假设这些正负电荷小区域都包含一个或多个边长为 2Δ 的立方体, 这些立方体内电荷密度大小是一样的。设正电荷有 N 个, 负电荷有 $M-N$ 个, 则(富集的)电荷密度的空间分布为

$$\rho(x, y, z) = \rho_1(x, y, z) + \cdots + \rho_N(x, y, z) + \rho_{N+1}(x, y, z) + \cdots + \rho_M(x, y, z) + \rho'(x, y, z), \quad (1)$$

式中 ρ_1, \cdots, ρ_M 为各立方体中的电荷密度, $\rho'(x, y, z)$ 为小立方体以外的电荷密度(以后将看到, 富集小区的形状及其电荷密度大小, 实际上无关紧要)。

令

$$\rho_n = \begin{cases} \varepsilon_n C & (\text{立方体内}); \\ 0 & (\text{立方体外}), \end{cases} \quad (2)$$

$$\varepsilon_n = +1 \quad n = 1, \cdots, N,$$

$$\varepsilon_n = -1 \quad n = N+1, \cdots, M,$$

而 C 为电荷密度。作 Fourier 变换

$$\begin{aligned} Q(K_x, K_y, K_z) &= \iiint \rho(x, y, z) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) dx dy dz \\ &= \sum_{i=1}^M C \varepsilon_i \iiint_{V_i} \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) dx dy dz \\ &\quad \cdot \exp[-i(K_x \xi_i + K_y \eta_i + K_z \zeta_i)] \\ &\quad + \iiint \rho'(x, y, z) \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) dx dy dz \\ &= q_0 \prod_{\alpha=x,y,z} \left(\frac{\sin K_\alpha \Delta}{K_\alpha \Delta} \right) \left\{ \sum_{n=1}^M \varepsilon_n \exp[-i(K_x \xi_n^0 + K_y \eta_n^0 + K_z \zeta_n^0)] \right\} \\ &\quad + \iiint \rho'(x, y, z) \exp[i(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})] dx dy dz, \quad (3) \end{aligned}$$

式中 $q_0 = C \cdot 8\Delta^3$ 为小体积中的电荷; 花括号 $\{ \}$ 中为复数, 它的绝对值的平方为

$$\begin{aligned} \{ \} \cdot \{ \}^* &= \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M \varepsilon_n \varepsilon_m \exp[-iK_x(\xi_n^0 - \xi_m^0) \\ &\quad - iK_y(\eta_n^0 - \eta_m^0) - iK_z(\zeta_n^0 - \zeta_m^0)]. \end{aligned}$$

由于各小体积(立方体)是随机分布的, 所以上式中 $m \neq n$ 的交叉项之和为零, 而 $m = n$ 各项之和为 M , 所以

$$\{ \} = \sqrt{M} \exp(i\beta \mathbf{K}).$$

显然 \mathbf{K} 换成 $-\mathbf{K}$ 时, $\{ \}$ 中的复数换成它的共轭复数, 即 $\{ \}^* = \sqrt{M} \exp(-i\beta \mathbf{K})$, 所以

$$\beta_{-\mathbf{K}} = -\beta \mathbf{K}. \quad (4)$$

$$Q(\mathbf{K}) = q_0 H(\mathbf{K}) \sqrt{M} \exp(i\beta \mathbf{K}) + Q'(\mathbf{K}),$$

式中 $H(\mathbf{K}) = \prod_{\alpha=1,2,3} \left(\frac{\sin K_{\alpha} \Delta}{K_{\alpha} \Delta} \right)$, $\varrho'(\mathbf{K})$ 即 (3) 式等号右端末项. $\beta_{\mathbf{K}}$ 代表一个与 \mathbf{K} 值有关的位相因数 (\mathbf{K} 即 (K_x, K_y, K_z)).

求逆变换, 可得电荷密度

$$\begin{aligned} \rho(x, y, z) &= Q_0 \iiint \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} - \beta_{\mathbf{K}}) H(\mathbf{K}) d\mathbf{K} \\ &= Q_0 \iiint \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \alpha_{\mathbf{K}}) H(\mathbf{K}) d\mathbf{K}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $Q_0 = q_0 \sqrt{M}/(8\pi^3)$, $\alpha_{\mathbf{K}} = \frac{\pi}{2} - \beta_{\mathbf{K}}$, ρ 为实数. 推导上式时用了 (4) 式, 还忽略了一个无穷小项.

对 (5) 式可以这样理解, 在 \mathbf{K} 空间小体积 $d\mathbf{K}$ 中, 空间光栅 (其光栅矢量为 \mathbf{K} , 位相因数为 $\alpha_{\mathbf{K}}$) 的个数为 $H(\mathbf{K})d\mathbf{K}$. 即 \mathbf{K} 点的光栅密度为 $H(\mathbf{K})$.

Степанов 等人^[13,14]得到了相位光栅光的衍射效率公式¹⁾

$$\eta = \sin^2 \left[\left(\frac{\pi}{\lambda_0} \right)^2 \frac{|e_{11}\Delta e_{ij}e_{2j}|}{\sqrt{k_1, k_2}} d \right]. \quad (6)$$

这种光栅对于光的衍射, 叫做各向异性衍射. 在各向异性晶体中, 入射光电矢量 (单位矢量为 \mathbf{e}_1) 和出射光电矢量 (单位矢量为 \mathbf{e}_2) 可以是不同性质的. 例如, 入射光若是 o 光, 出射光可以是 e 光. 上式中 e_{1i}, e_{2j} 是 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 的各分量, λ_0 为光在真空中的波长, d 为晶体厚度, k_1, k_2 为入射光和衍射光波矢 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ 的 y 分量, 透光面垂直于 y . 产生散射时, Bragg 条件必须满足

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{K}. \quad (7)$$

Δe_{ij} 在下面讨论. 衍射效率 η 一般很小, (6) 式可简化为

$$\eta = \left(\frac{\pi}{\lambda_0} \right)^4 d^2 [e_{1i}\Delta e_{ij}e_{2j}]^2 / k_1, k_2. \quad (8)$$

Δe_{ij} 为一个与空间光栅相联系的场强 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 通过电光效应引起的介电率增量的振幅. 光栅矢量为 \mathbf{K} 的一个光栅的电荷密度为 $\rho_{\mathbf{K}} = Q_0 \sin(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \alpha_{\mathbf{K}})$, 它与电位移矢量 \mathbf{D} (与 $\rho_{\mathbf{K}}$ 相联系的) 之间存在泊松方程

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\mathbf{K}}.$$

由此可得电场强度矢量的 i ($i = x, y, z$) 分量

$$E_i(\mathbf{r}) = - \frac{(\epsilon^{-1})_{ij} k_j}{|\mathbf{K}|} Q_0 \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \alpha_{\mathbf{K}}) = (E_{0i}) \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \alpha_{\mathbf{K}}), \quad (9)$$

式中 $\mathbf{k}(k_x, k_y, k_z)$ 为单位矢量 $\mathbf{K}/|\mathbf{K}|$. 由此得

$$\Delta e_{ij}(\mathbf{r}) = -\epsilon_{ih} r_{hkl} E_{0l} \epsilon_{kj} \quad (i, j, k, h, l = x, y, z). \quad (10)$$

取坐标轴沿介电主轴, 则

$$E_{0i} = - \frac{k_i}{\epsilon_i |\mathbf{K}|} Q_0. \quad (11)$$

1) 这是光栅的衍射效应, 所以本文遵从文献 [10, 11, 13—15], 称这些情况为衍射 (有些文献则称为散射).

LiNbO₃ 晶体的电光系数矩阵 r_{ij} 为^[18]

$$\begin{aligned} r_{11} = r_{21} = r_{31} = r_{41} = r_{43} = r_{52} = r_{53} = r_{62} = r_{63} = r_{32} = 0, \\ r_{12} = -r_{22} = r_{61} \approx 0, r_{13} = r_{23} \approx 0, r_{33} \approx 0, r_{42} = r_{51} \approx 0. \end{aligned} \quad (12)$$

将 (11) 和 (12) 式代入 (10) 式可得

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{11} &= Q_0(-r_{22}k_y \varepsilon_0 + r_{13}k_z \varepsilon_0^2 / \varepsilon_e) / |\mathbf{K}|, \\ \Delta \varepsilon_{22} &= Q_0(r_{22}k_x \varepsilon_0 + r_{13}k_z \varepsilon_0^2 / \varepsilon_e) / |\mathbf{K}|, \\ \Delta \varepsilon_{33} &= Q_0(r_{33}k_x \varepsilon_e) / |\mathbf{K}|, \Delta \varepsilon_{23} = Q_0(r_{51}k_x \varepsilon_e) / |\mathbf{K}|, \\ \Delta \varepsilon_{13} &= Q_0(r_{51}k_x \varepsilon_e) / |\mathbf{K}|, \Delta \varepsilon_{12} = -Q_0(r_{22}k_x \varepsilon_0) / |\mathbf{K}|. \end{aligned} \quad (13)$$

注意 $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_0$, $\varepsilon_{33} = \varepsilon_e$. 对 $e \rightarrow e$ 衍射, 入射光波矢平行于 y 轴, $\mathbf{k}_1 = k_1 \mathbf{j}$; 其偏振方向单位矢量, $\mathbf{e}_1 = (0, 0, 1)$. 如果衍射光波矢 \mathbf{k}_2 和 \mathbf{c} 即 z 轴夹角为 θ , 其在 xy 平面的投影与 x 轴夹角为 φ , 则 \mathbf{k}_2 方向单位矢量为 $(\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$, 其偏振方向电矢量的单位矢量为 $\mathbf{e}_2 = (-\cos \theta \cos \varphi, -\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta)$, 见图 2. 用以上 ε_{ij} , ε_{2j} 及有关各式再代入 (8) 式, 得到

$$\begin{aligned} \eta = \left(\frac{\pi^4}{\lambda_0^4} d^2 \right) Q_0^2 \left[\frac{-\cos \theta \cos \varphi r_{51} k_x \varepsilon_e}{|\mathbf{K}|} - \frac{\cos \theta \sin \varphi r_{51} k_x \varepsilon_e}{|\mathbf{K}|} \right. \\ \left. + \frac{\sin \theta r_{33} k_z \varepsilon_e}{|\mathbf{K}|} \right]^2 \frac{1}{k_1, k_2}. \end{aligned}$$

因为 \mathbf{k}_2 偏离 \mathbf{k}_1 很少(晶体内约几度), 所以有 $|\mathbf{k}_1| \approx |\mathbf{k}_2| \approx k_e = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_e$. $Q_0^2 = q_0^2 M / (2\pi)^6$, $\mathbf{K} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, 经过一些代数运算, 最后得

$$\eta = \left(\frac{\pi^4}{\lambda_0^4} d^2 Q_0^2 \right) \left(\frac{\varepsilon_e^2 r_{51}^2}{4k_e^4} \right) \frac{\cos^2 \theta (\alpha \sin \theta - \sin \varphi)^2}{\sin \theta \sin \varphi (1 - \sin \theta \sin \varphi)^2}, \quad (14)$$

式中 $\alpha = (1 - r_{33}/r_{51}) \approx -0.1$ ^[18].

下面再考虑晶体后面屏幕上的照度. 因为 $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 = \mathbf{K}$, \mathbf{k}_1 是常量, 所以 $\Delta \mathbf{k}_2 = +\Delta \mathbf{K}$. 在晶体内,

$$\Delta \mathbf{K} = \Delta \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_2 \delta k_2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (15)$$

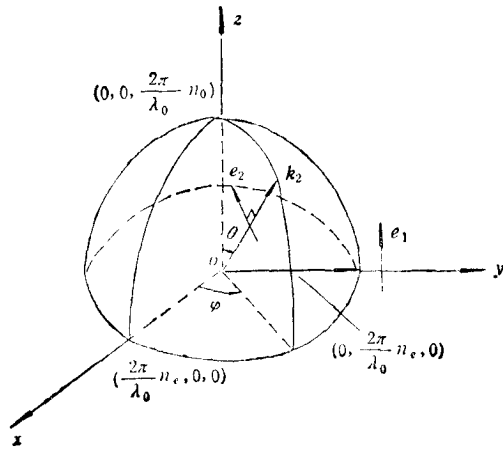


图 2 LiNbO₃ 的 e 光波矢量图

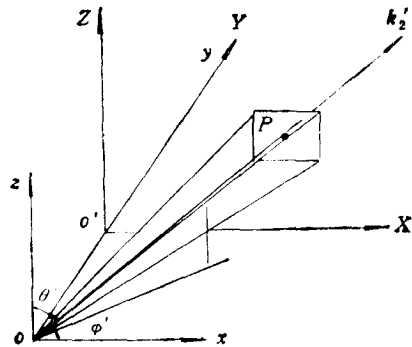


图 3 晶体外衍射光立体角示意图

δk_2 为激光不是纯单色引起的波矢绝对值的变化。由前面可知, $\Delta \mathbf{K}$ 中的波矢为 \mathbf{K} 的光栅个数为 $H(\mathbf{K})\Delta \mathbf{K}$, 总的衍射效率为

$$\eta = F \frac{\cos^2\theta(-0.1 \sin\theta - \sin\varphi)^2}{\sin\theta \sin\varphi(1 - \sin\theta \sin\varphi)^2} H(\mathbf{K}) k_2^2 \delta k_2 \sin\theta d\theta d\varphi, \quad (16)$$

式中 $F = \left(\frac{\pi^4}{\lambda_0^4} d^2 Q_0^2\right) \left(\frac{\epsilon_z^2 r_{31}^2}{4k_c^4}\right)$. 在晶体外, 衍射光与坐标轴之间的角度为 θ', φ' , 则立体角 $\sin\theta d\theta d\varphi$ 变成 $\sin\theta' d\theta' d\varphi'$, 如图 3 所示. 这个立体角的光照射在屏幕上的面积为

$$\Delta\sigma = (OP)^2 \sin\theta' d\theta' d\varphi' / (\sin\theta' \sin\varphi') = (OP)^2 d\theta' d\varphi' / \sin\varphi', \quad (17)$$

$$OP = OO' / \sin\theta' \sin\varphi'. \quad (18)$$

所以如果入射光束光强为 I_0 , 则屏幕上的照度(单位面积上的光强) R_1 应为

$$R_1 = \frac{I_0 \eta}{\Delta\sigma} = \left[I_0 \left(\frac{\pi^4}{\lambda_0^4} d^2\right) Q_0^2 \left(\frac{\epsilon_z^2 r_{31}^2}{4k_c^4}\right) \frac{k_2^2 \delta k_2}{(OO')^2} \right] H(\mathbf{K}) \cdot \frac{\cos^2\theta(0.1 \sin\theta + \sin\varphi)^2 \sin^2\theta' \sin^2\varphi'}{\sin\varphi(1 - \sin\theta \sin\varphi)^2} \frac{D(\theta, \varphi)}{D(\theta', \varphi')}, \quad (19)$$

式中 $H(\mathbf{K}) = \prod_{\alpha} \left(\frac{\sin K_{\alpha} \Delta}{K_{\alpha} \Delta}\right)$, 因为 Δ 非常小, 在一般条件下, 可以认为 $H(\mathbf{K}) \approx 1$. (19)

式等号右端方括弧中各量之积为一不变的因数, 定义为 A_0 , $\frac{D(\theta, \varphi)}{D(\theta', \varphi')} = \begin{vmatrix} \frac{\partial\theta}{\partial\theta'} & \frac{\partial\varphi}{\partial\varphi'} \\ \frac{\partial\theta}{\partial\varphi'} & \frac{\partial\varphi}{\partial\theta'} \end{vmatrix}$ 即雅

可比行列式.

实际上, 假设所有电荷富集小区域是一小立方体, 这并非必要. 只要都是同一形状的非常小的体积, 其分布是无规的, 结果照样成立. 如果有不同的小区域存在, 则它们的效果也是光强相叠加, 对于照度的几何分布没有影响.

为了求出与晶体内 \mathbf{k}_2 方向相应的屏幕上的照射点的坐标 (X, Z) , 先要求出 e 光折射出晶体后的方向, 即 \mathbf{k}'_2 和 z 轴的夹角 θ' 以及它在 xy 平面上的投影与 x 轴的夹角 φ' , 如图 4 所示.

在各向异性晶体中, 光的折射本来是个复杂问题, 但一般可用惠更斯原理处理^[19,20]. e 光等位相面即射线面在 e 光偏离 y 轴甚小的情况下, 可以近似地用一个半径为 $1/n_e$ 的球面代替. 所以折射定律可用通常的折射定律代替, 折射系数为 n_e . 由图 4, 设 $\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'_2$ 为折射前后的 e 光波矢. 显然, \mathbf{k}'_2 和 \mathbf{k}_2 以及 y 轴同在一平面内. 设入射光 \mathbf{k}_2 与 y 轴成 Θ 角, 出射 \mathbf{k}'_2 与 y 轴成 Θ' , \mathbf{k}_2 及 \mathbf{k}'_2 在 xz 平面的投影与 x 轴成 Φ 角, 则有

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_2 / |\mathbf{k}_2| &= (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta) \\ &= (\sin\Theta \cos\Phi, \cos\Theta, \sin\Theta \sin\Phi), \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}'_2 / |\mathbf{k}'_2| &= (\sin\theta' \cos\varphi', \sin\theta' \sin\varphi', \cos\theta') \\ &= (\sin\Theta' \cos\Phi', \cos\Theta', \sin\Theta' \sin\Phi'). \end{aligned} \quad (20b)$$

由 (20a), (20b) 式及折射定律可得

$$\Theta = \arccos(\sin\theta \sin\varphi), \quad \Theta' = \arcsin(n_e \sin\Theta),$$

$$\Phi = \Phi' = \arccos \left[\frac{\sin\theta \sin\varphi}{\sqrt{\sin^2\theta \cos^2\varphi + \cos^2\theta}} \right],$$

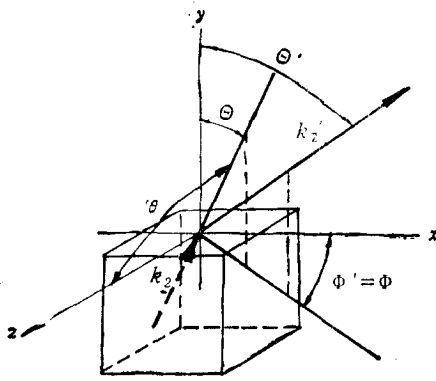
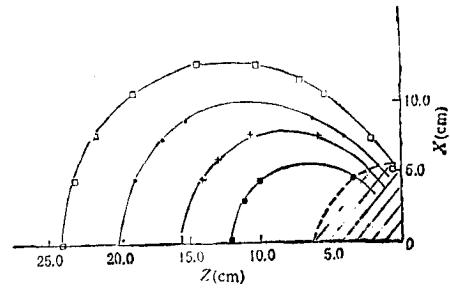


图4 晶体内外波矢方向示意图

图5 计算得到的 $e \rightarrow e$ 衍射等照度图 \square 为 $R_1 = 50.0A_0$; \bullet 为 $R_1 = 77.5A_0$; $+$ 为 $R_1 = 130.0A_0$; \blacksquare 为 $R_1 = 232.5A_0$

$$\begin{aligned}\theta' &= \arcsin(\sin^2\theta' \cos^2\Phi' + \cos^2\theta')^{\frac{1}{2}}, \\ \varphi' &= \arccos(\sin\theta' \cos\Phi' / \cos\theta').\end{aligned}\quad (21)$$

更可以求得屏幕上照射点的坐标(图4及图3)

$$X = OP \sin\theta' \cos\Phi', \quad Z = OP \sin\theta' \sin\Phi', \quad OP = 0.85 / (\sin\theta' \sin\varphi'). \quad (22)$$

由(19),(22)式,可以求出对应于不同的 θ, φ 值屏幕上不同照射点 (X, Z) 的照度(包括一个不变因数 A_0)。计算了大量光照点的值,又用差值法求出了屏幕上的等照度线。全部计算只用到了 $n_e = 2.24$, $\alpha = 1 - r_{33}/r_{51} = -0.1$ 两个实验数据^[18]。计算结果如图5所示。

三、讨 论

1. 实验中, e 光入 o 光出的衍射效应甚微。实际上,根据(8)式可以计算 e 光入 o 光出的衍射效应 $\eta(e \rightarrow o)$ 。从图3看到,如衍射光为 o 光,则有 $\mathbf{k}_1 = (0, 0, k_e)$, $\mathbf{k}_2 = k_o \cdot (\sin\theta \cos\varphi, \sin\theta \sin\varphi, \cos\theta)$, 令 $\mathbf{K} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, $\mathbf{k} = \mathbf{K}/|\mathbf{K}|$, 入射光 $\mathbf{e}_1 = (0, 0, 1)$, 衍射光 $\mathbf{e}_2 = (\sin\varphi, -\cos\varphi, 0)$ 。代入衍射效率(8)式,经过一些代数运算可以得到

$$\eta(e \rightarrow o) = \left(\frac{\pi^4}{\lambda_0^4} d^2 Q_0^2\right) \left(\frac{\epsilon_r r_{51}^2}{k_e^4}\right) \frac{n_0^2 \cos^2\theta}{n_e^2 [n_0^2/n_e^2 + 1 - 2(n_0/n_e) \sin\theta \sin\varphi]^2 \sin^2\theta \sin\varphi}.$$

显然,在 θ, φ 均接近 90° 时, $\eta(e \rightarrow o) \ll \eta$ (η 为本文(14)式的 e 光入 e 光出的衍射效率)。

2. 富集小区的具体形式,我们没有具体的知识。但是,富集小区的大小和尺寸,肯定与衍射图形的细部结构有关。无论是 $e \rightarrow e$ 衍射或者 $o \rightarrow e$ 衍射^[22], 衍射图形都是由许多弥漫斑组成。文献[3,8]中认为入射波和缺陷发出的次级球面波干涉而导致光能量集中,因而产生了电荷集中。文献[8]中更论证了薄晶体被截面尺寸不同的激光束照射时,弥漫斑等与截面尺寸的关系。但是,我们认为,对于厚晶体(厚度 ≈ 1 cm) 的情况,似乎尚需更深入的实验工作和理论考虑才有可能作出某些进一步的结论。

3. 从我们的计算结果(图5)可以看出:虚线以外部分的空间光栅效应产生的衍射图样和透镜效应产生的中央光斑加在一起,形状与实验结果(图1(b))非常接近。

从计算结果来看,光线能量有向中心集中的趋势,这与实验结果是符合的.与文献[22]的结果比较,如果认为在 $\lambda \approx 5145 \text{ \AA}$, o 光和 e 光都能产生同样的无规的电荷富集小区分布(光照时间 $\approx 1 \text{ s}$ 或更多),为了同时满足两个实验现象的数据,取 $R_1 = 50 A_0$ 作为光斑边缘.此时图 1(b) 中偏离角为 $\alpha = \arctan \frac{23.9}{85.0} = 16.4^\circ$, 与本实验结果一致,与文献[3]中的实验结果 17° 也是符合的.用类似的计算方法,文献[22]中的 $o \rightarrow e$ 衍射两边光瓣边缘则为 20 cm 和 2.8 cm , 与实验结果(见文献[22]的图 11)基本相符.

另外, $e \rightarrow e$ 衍射光斑的 X 向延伸计算结果(图 5)为 12.8 cm 左右,实验结果只能估计为 9 cm 左右,两者相差较大.

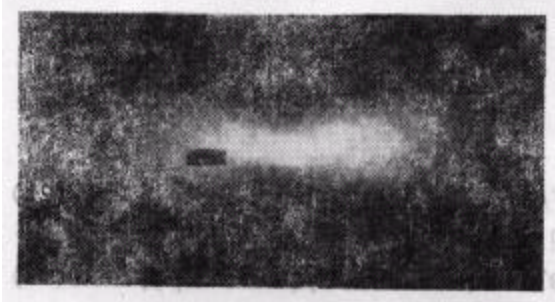


图 6 $e \rightarrow e$ 衍射图(晶体 3 之 A 点) 入射光 5145 \AA ; 功率 10 mW ; 晶体至屏幕距离 850 mm , 掺 0.05% Fe, 曝光时间 1 s

4. 从以上理论来看,衍射图样的两个光瓣应是对称的.但是,有时可以得到沿 z 轴方向两边延伸不对称的衍射图样(图 6).对于此点,可以这样解释.我们的晶体是用直拉法制备的,晶体中的生长层本是螺旋曲面^[21],如果晶体的旋转轴和切割的中心轴一致,则晶体中的生长层如图 7 所示.可以近似地用一系列球面代替螺旋面,各球面的半径 $R \approx$

20 cm (根据样品粗略地估计),如果切割晶体时, $OO' // z$ 轴在晶体正中,则球心在 OO' 轴即 c 轴上.此时,因为生长层对电荷分布的调制,晶体内有一附加的相位光栅,光栅矢量 ΔK 垂直于各处的球面.生长层的间距为附加光栅波矢的倒数,估计为 $2 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ 时,附加光栅的波矢 $|\Delta K| \approx 0.5 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$.

衍射光的波矢在 z 轴方向有附加的偏离(图 7),则由于 Bragg 条件 $k' = k \pm \Delta K$, k_1, k_2 产生的 k'_1, k'_2 仍是沿 z 轴方向对称,都更向外偏离.如果切取的晶体偏向一边,则生长层与晶体中间截面的交线可能如图 8 所示.此时,可以大致地作如下计算.

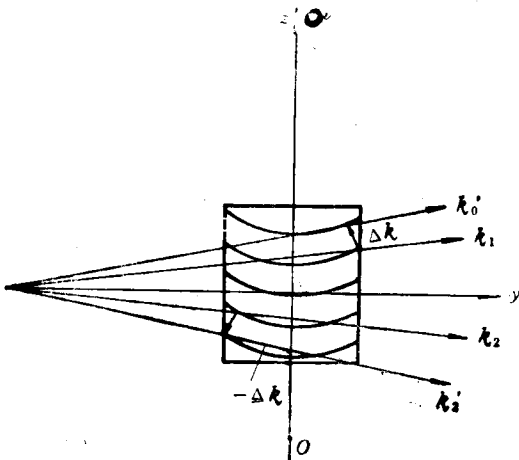


图 7 晶体的生长层(正切割)

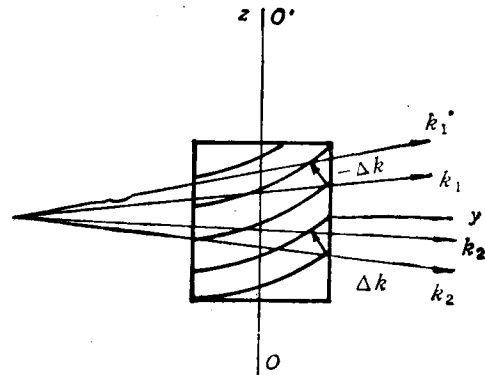


图 8 晶体的生长层(偏切割)

由图 8, 在晶体内, 生长层产生的 ΔK 可使最大偏离的 k_{22} 波矢再向外偏离 $\Delta\theta$ 角

$$\Delta\theta \approx \frac{|\Delta K|}{|k|} = \frac{0.5 \times 10^4 \text{cm}^{-1}}{2\pi n_e / \lambda_0} = \frac{0.5 \times 10^4}{2\pi \times 2.24} \times 4.880 \times 10^{-5} \approx 0.02 \text{rad.}$$

在晶体外, 附加偏离将达 $0.02 \times 2.24 \approx 0.045 \text{rad.}$

所以一边的伸长将更长出 $85 \text{cm} \times 0.045 \approx 3.8 \text{cm}$, 这与实验结果的数量级相符 (见图 6).

四、结 论

本文计算了 e 光的光折变效应引起的电荷分布中, 小区域的富集电荷产生的空间相位光栅产生的各向异性衍射效应。按计算结果画出照度曲线, 这些曲线中央部分被透镜效应引起的照度区所掩盖, 其余部分便是两边(沿 e 方向)的光斑。如果对强度公式中的不变因数作一合理假定, 可以由计算得到 $e \rightarrow e$ 衍射和 $o \rightarrow e$ 衍射^[22]的强度分布, 这样计算的光斑形状和尺寸, 都与实验结果基本符合。另外, 生长层的不对称产生衍射图样的不对称, 大致的估计与实验结果在数量级上是符合的。考虑到样品的制备、光照条件、照片洗印条件等很难精确控制, 可以认为这种理论的计算结果是满意的。

- [1] N. Nippus, R. Claus, *Z. Naturforschung*, **33a**(1978), 924.
- [2] 张鹏翔, 刘玉龙, 第二届全国光散射学术会议论文集, (1983), 56 页.
- [3] F. Guibaly, L. Young, *Ferroelectrics*, **46**(1983), 201.
- [4] Э. М. Авакин, С. А. Алаверян, К. Г. Белабаев, В. Х. Саркисов, К. М. Туманов. *Физ. тверд. тел.*, **20**(1978), 2428.
- [5] А. Е. Семенов, И. В. Филипов, *Оптика и спектроскопия*, **56**(1984), 833.
- [6] 刘思敏, 张光寅, 吴仲康, 李冠告, 冯尚婷, 张家民, 赵家楠, 徐良瑛, *物理学报*, **33**(1984), 105.
- [7] Р. Н. Дмитрик, П. А. Коротков, П. С. Радченко, *Оптика и спектроскопия*, **58**(1985), 1355.
- [8] Guang-yin Zhang, Qing-xin Li, Ping-pei Ho, Si-min Liu, Zhong-kang Wu & Robert R. Alfau, *Applied Optics*, **25**(1986), 2955.
- [9] 刘思敏, 张光寅, 武原庆, *物理学报*, **37**(1988), 268.
- [10] 顾世杰, 李荫远, *物理学报*, **32**(1983), 888; *Chinese Phys. (AIP)*, **4**(1984), 260.
- [11] Y.-Y. Li, *Solid State Ionics*, **31**(1988), 99.
- [12] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, (1975)
- [13] С. И. Степанов, А. А. Кашири, М. П. Петров, IX всесоюзной школы по голографии, материалы, (1977), Стр. 365.
- [14] М. Р. Петров, Т. Г. Реушева, С. И. Степанов, *J. Optics*, **12**(1981), 287.
- [15] Н. Kogelnik, *Bell Sys. Tech. J.*, **48**(1969), 2909.
- [16] F. S. Chen, *J. Appl. Phys.*, **40**(1969), 3389.
- [17] M. E. Lines, A. M. Glass, *Principles and Applications of Ferroelectrics and Related Materials*, Clarendon Press, (1977).
- [18] A. Rüber, *Current Topics in Material Science*, Vol. 1, editor, E. Kaldis, North Holland, (1978).
- [19] M. Born, *Optik*, Springer-Verlag (1933), 239.
- [20] Л. Л. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, физматгиз, (1959).
- [21] 闵乃本, *晶体生长的物理基础*, 上海科学技术出版社, (1982), 168 页.
- [22] 廖理凡, 陈为群, 刘燕, 蒋毅坚, 张鹏翔, 刘玉龙, 本刊本期.

THE ANOMALOUS DIFFRACTION OF A LASER BEAM
IN $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ CRYSTAL (I)
 $e \rightarrow e$ DIFFRACTION

JIANG YI-JIAN LIAO LI-JI CHEN WEI-QUN

Department of Applied Physics, Beijing Polytechnic University, Beijing, 100022

ZHANG PENG-XIANG LIU YU-LONG

Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing, 100080

(Received 28 September 1989)

ABSTRACT

Based on the anisotropic diffraction theory of phase gratings of Stepanov *et al.*, using the method developed by Gu and Li, we have made a detail calculation of the effect of anomalous diffraction of a laser beam passing through a cube of $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ crystal. Fourier transform of the chaotic distribution of electric charge excessively accumulated in small regions shows the existence of infinite number of phase gratings. The diffraction pattern is determined by the diffraction efficiency of these gratings. The results of calculation show that the two lobes on both sides of the central spot the shapes of which are determined by the lense effect can be interpreted. Theory and experimental data fit fairly well.

PACC: 7820; 4265