

# 铁磁薄膜中非线性静磁表面波的传播\*

A. D. Boardman

*Department of Pure and Applied physics, University of Salford, UK*

鲍家善 王 奇 蔡英时

上海科学技术大学物理系, 上海, 201800

S. A. Nikitov

*Institute of Radio Engineering and Electronics USSR Academy*

*of Science, Moscow USSR*

1990年11月19日收到

本文用微扰理论导出了横向磁化条件下铁磁薄膜中非线性静磁表面波满足的运动方程和它的解析解。获得非线性色散关系,揭示了传播功率致使静磁表面波频带压缩。研究了群色散和非线性频移随频率和薄膜厚度的变化规律。证明了横向磁化时非线性 MSSW 不能以静磁孤子的形式存在。

PACC: 7550G; 7570

## 一、引言

铁磁薄膜波导中静磁表面波(MSSW)的传播特性是人们感兴趣的课题,有关的理论分析和实验研究已屡见报道<sup>[1-5]</sup>。但这些理论和实验的研究对象都是线性的 MSSW。实际上,很小的微波注入功率就能在铁磁材料中激发起非线性效应。由于问题的复杂性和理论分析上的难度,还没有很好地了解铁磁材料的非线性导波特性和理论分析上的难度,国际上开始重视对铁磁材料中的非线性效应的研究,现已取得不少理论和实验方面的进展<sup>[6-8]</sup>,并预言了新一代微波和光信号处理器件的诞生。事实上,按外偏置磁场相对于膜层的取向,可将静磁导波大致分成三类:表面波、前向体波和后向体波。当它们的强度足够大时,材料中磁化强度矢量满足的 Landau-Lifshitz 方程不能再取线性近似,必须计及非线性项。但迄今为止尚未严格地获得各类非线性静磁波所满足的运动方程,无法在理论上对非线性静磁波作定量的研究。

本文运用微扰理论推导出横向磁化情况下非线性 MSSW 的磁标势满足的波动方程和它的解析解,获得了非线性 MSSW 的色散方程,并在此基础上研究了群速度色散和非线性频移,证明了 MSSW 不能以孤子的形式存在。

\* 国家自然科学基金资助的课题。

## 二、非线性 MSSW 满足的基本方程

假设图 1 所示的铁磁薄膜是二维无限大, 具有非铁磁衬底和真空覆盖层, 并且所有材料都是弹性各向同性的. 静磁表面波可以在静磁近似下由 Maxwell 方程组与 Landau-Lifshitz 方程联合求解导出.

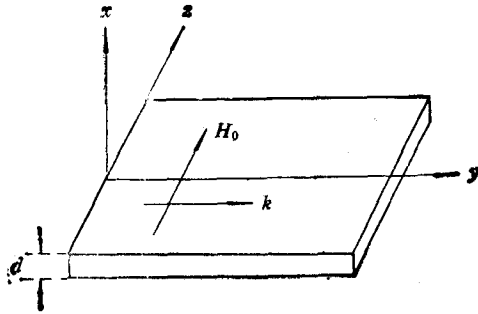


图 1

如图 1 所示, 外偏置直流磁场  $H_0$  在膜层平面内沿  $z$  方向施加, 使膜层达到磁饱和, 一简谐微波场  $h e^{-i\omega t}$  入射, 波矢为  $k$ . 在一定的人射角度下和特定的频率  $\omega$  取值范围内, 此微波场将以 MSSW 的形式传播. 膜层中总有效磁场强度是

$$H_{\text{eff}} = H + H_d + H_{ex} + H_a,$$

有效磁场等于材料中起源于各种相互作用的磁场的总和,  $H$  是外加磁场,  $H_d$  是退磁场,  $H_{ex}$  和  $H_a$  分别是磁矩交换能等效场和各向异性场. 由于本文假设膜层为二维无限大而且  $H_0$  沿膜层平面施加, 可认为退磁场  $H_d = 0$ . 本文研究的 MSSW 波数取值范围约为  $10\text{cm}^{-1} < k < 10^3\text{cm}^{-1}$ , 波长远大于材料的晶格常数, 这时磁离子间的相互作用场可以忽略不计, 有  $H_{ex} = 0$ . 另外, 一些优良的铁磁材料, 例如 YIG, 相对于外磁场导致的各向异性来说,  $H_a$  极为微小, 可以忽略不计. 这样, 有  $H_{\text{eff}} = H$ . 实际上取这样的近似与 Damon 和 Eshbach 的理论相一致<sup>[4]</sup>. 因此, 膜层中磁场强度和磁化强度可分别表示为

$$H = H_0 e_z + h e^{-i\omega t}, \quad (1a)$$

$$M = M_0 e_z + m e^{-i\omega t}, \quad (1b)$$

式中  $M_0$  是饱和磁化强度,  $e_z$  是坐标  $z$  向的单位方向矢量,  $M$  的运动满足 Landau-Lifshitz 进动方程

$$dM/dt = -\gamma M \times H, \quad (2a)$$

式中  $\gamma$  是旋磁比. 在静磁条件下, Maxwell 方程组化为

$$\nabla \times H = 0, \quad (2b)$$

$$\nabla \cdot B = 0. \quad (2c)$$

考虑到

$$2M \cdot \frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} |M|^2 = 0,$$

$$|M|^2 = M_0^2,$$

可得对一个弱非线性系统, 磁化强度  $m_z$  分量可表示为

$$m_z = (M_0^2 - m_x^2 - m_y^2)^{1/2}, \quad (3)$$

式中  $m_x^2$  和  $m_y^2$  是非线性项,  $m_x \ll M_0$ ,  $m_y \ll M_0$ . 由于  $\nabla \times H = 0$  可以引入势函数  $\phi$ , 使得  $H = \nabla \phi$ .

根据微扰理论,  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{M}$  可按各阶小量展开

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = H_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{r}, t) + \dots, \quad (4a)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = M_0 \mathbf{e}_z + \mathbf{m}^{(1)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{m}^{(2)}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{m}^{(3)}(\mathbf{r}, t) + \dots, \quad (4b)$$

式中

$$\mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}^{(1)}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \text{c.c.}, \quad (5a)$$

$$\mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{r}, 0) + \mathbf{h}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) e^{-i2\omega t} + \text{c.c.}, \quad (5b)$$

$$\mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \mathbf{h}^{(3)}(\mathbf{r}, 3\omega) e^{-i3\omega t} + \text{c.c.}, \quad (5c)$$

$$\mathbf{m}^{(1)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}^{(1)}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \text{c.c.}, \quad (6a)$$

$$\mathbf{m}^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}^{(2)}(\mathbf{r}, 0) + \mathbf{m}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) e^{-i2\omega t} + \text{c.c.}, \quad (6b)$$

$$\mathbf{m}^{(3)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}^{(3)}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} + \mathbf{m}^{(3)}(\mathbf{r}, 3\omega) e^{-i3\omega t} + \text{c.c.}, \quad (6c)$$

式中( $j$ )表示第  $j$  阶小量,  $j = 1, 2, 3$ ,  $j > 1$  的项为非线性项. 把(4a), (4b) 式(5a)至(5c)式和(6a)至(6c)式代入方程(2a), 考虑  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$  情况, 即 MSSW 的传播方向与外磁场正交,  $h_z = 0$ , 可得

$$\begin{aligned} -i\omega m_x^{(3)}(\omega) &= -\omega_H m_y^{(3)}(\omega) + \omega_M h_y^{(3)}(\omega) + \gamma m_x^{(2)}(0) h_y^{(1)}(\omega) \\ &\quad + \gamma m_x^{(2)}(2\omega) h_y^{(1)*}(\omega), \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} -i\omega m_y^{(3)}(\omega) &= \omega_H m_x^{(3)}(\omega) - \omega_M h_x^{(3)}(\omega) - \gamma m_x^{(2)}(0) h_x^{(1)}(\omega) \\ &\quad - \gamma m_x^{(2)}(2\omega) h_x^{(1)*}(\omega), \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} -i\omega m_z^{(3)}(\omega) &= \frac{\gamma}{2} [m_y^{(2)}(0) + m_y^{(2)*}(0)] h_x^{(1)}(\omega) - \frac{\gamma}{2} [m_x^{(2)}(0) + m_x^{(2)*}(0)] h_y^{(1)}(\omega) \\ &\quad + \gamma m_y^{(2)}(2\omega) h_x^{(1)*}(\omega) - \gamma m_x^{(2)}(2\omega) h_y^{(1)*}(\omega), \end{aligned} \quad (7c)$$

式中  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $m_i$  的宗量中已略去坐标  $\mathbf{r}$ , 仅保留频率  $\omega$ .  $m_x^{(2)}(0)$  和  $m_x^{(2)}(2\omega)$  的表达式可由(3)式和(6b)式得

$$m_x^{(2)}(0) = -\frac{1}{M_0} (|m_x^{(1)}(\omega)|^2 + |m_y^{(1)}(\omega)|^2), \quad (8a)$$

$$m_x^{(2)}(2\omega) = -\frac{1}{2M_0} [m_x^{(1)2}(\omega) + m_y^{(1)2}(\omega)]. \quad (8b)$$

假设 MSSW 在沿外偏场方向分布均匀, 有  $\partial/\partial z = 0$ , 可以证明,  $m_x^{(3)}(\omega) = 0$ . 至此, 借助(8a)和(8b)式对方程(7a)和(7b)联立求解可得

$$\begin{aligned} m_x^{(3)}(\omega) &= \chi_1(\omega) h_x^{(3)}(\omega) - i\chi_2(\omega) h_y^{(3)}(\omega) \\ &\quad \times \frac{|m_x^{(1)}(\omega)|^2 + |m_y^{(1)}(\omega)|^2}{M_0^2} [\chi_1 h_x^{(1)}(\omega) - i\chi_2 h_y^{(1)}(\omega)] \\ &\quad - \frac{[m_x^{(1)}(\omega)]^2 + [m_y^{(1)}(\omega)]^2}{2M_0^2} [\chi_1 h_x^{(1)*}(\omega) - i\chi_2 h_y^{(1)*}(\omega)], \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} m_y^{(3)}(\omega) &= \chi_1(\omega) h_y^{(3)}(\omega) + i\chi_2(\omega) h_x^{(3)}(\omega) \\ &\quad - \frac{|m_x^{(1)}(\omega)|^2 + |m_y^{(1)}(\omega)|^2}{M_0^2} [\chi_1 h_y^{(1)}(\omega) + i\chi_2 h_x^{(1)}(\omega)] \\ &\quad - \frac{[m_x^{(1)}(\omega)]^2 + [m_y^{(1)}(\omega)]^2}{2M_0^2} [\chi_1 h_y^{(1)*}(\omega) + i\chi_2 h_x^{(1)*}(\omega)]. \end{aligned} \quad (9b)$$

此两式的最后两项都是非线性项,  $\chi_1 = \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}$ ,  $\chi_2 = \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}$ . 考虑精确到三阶小量的非线性项  $m_x^{NL}(\omega)$  和  $m_y^{NL}(\omega)$  应该是  $m_i^{NL}(\omega) = m_i^{(1)}(\omega) + m_i^{(3)}(\omega)$ ,  $i = x, y$ , 其中

$$m_x^{(1)}(\omega) = \chi_1 h_x^{(1)}(\omega) - i\chi_2 h_y^{(1)}(\omega), \quad (10a)$$

$$m_y^{(1)}(\omega) = \chi_1 h_y^{(1)}(\omega) + i\chi_2 h_x^{(1)}(\omega) \quad (10b)$$

是 Landau-Lifshitz 方程的线性解, 因为  $m_i^{(2)}$  在  $h_x = 0$  时对  $\omega$  频率的 MSSW 无贡献, 可以不予考虑. 借用静磁标势  $\phi$ ,  $m_x^{NL}(\omega)$  和  $m_y^{NL}(\omega)$  可表为

$$\begin{aligned} m_x^{NL}(\omega) = & \chi_1 \frac{\partial \phi^{NL}}{\partial x} - i\chi_2 \frac{\partial \phi^{NL}}{\partial y} \\ & - \frac{\chi_1}{2M_0^2} \left\{ 2(\chi_1^2 + \chi_2^2) \left( \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right. \\ & \left. + (\chi_1^2 - \chi_2^2) \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \right\} \\ & + i \frac{\chi_2}{2M_0^2} \left\{ 2(\chi_1^2 + \chi_2^2) \left( \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 \right) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right. \\ & \left. + (\chi_1^2 - \chi_2^2) \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial \phi^*}{\partial y} \right\}, \quad (11a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_y^{NL}(\omega) = & \chi_1 \frac{\partial \phi^{NL}}{\partial y} + i\chi_2 \frac{\partial \phi^{NL}}{\partial x} \\ & - \frac{\chi_1}{2M_0^2} \left\{ 2(\chi_1^2 + \chi_2^2) \left( \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 \right) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right. \\ & \left. + (\chi_1^2 - \chi_2^2) \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial \phi^*}{\partial y} \right\} \\ & - i \frac{\chi_2}{2M_0^2} \left\{ 2(\chi_1^2 + \chi_2^2) \left( \left| \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right. \\ & \left. + (\chi_1^2 - \chi_2^2) \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \right\}, \quad (11b) \end{aligned}$$

式中非线性磁标势  $\phi^{NL} = \phi^{(1)} + \phi^{(3)}$ ,  $\phi^{(1)} = \phi$ . 值得注意的是  $m_x^{NL}(\omega)$  和  $m_y^{NL}(\omega)$  并不是把(10)式中线性项  $m_x^{(1)}(\omega)$  和  $m_y^{(1)}(\omega)$  表达式中的  $\phi$  改成  $\phi^{NL}$  即可得到, 而是还要加上复杂的诸项. 由条件  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  和  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$  可得铁磁薄膜中非线性 MSSW 静磁标势满足的方程

$$\frac{\partial^2 \phi^{NL}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{NL}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^{NL}}{\partial z^2} = -\frac{\partial m_x^{NL}}{\partial x} - \frac{\partial m_y^{NL}}{\partial y} - \frac{\partial m_z^{NL}}{\partial z}. \quad (12a)$$

在衬底和覆盖层中线性磁标势满足 Laplace 方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (12b)$$

在铁磁膜层界面上, 非线性 MSSW 的磁场强度切向分量和磁感应强度法向分量连

续, 对应于满足下列边界条件:

$$\phi^{NL} = \phi_{1,3} \Big|_{x=0,-d}, \quad \frac{\partial \phi^{NL}}{\partial x} + m_x^{NL} = \frac{\partial \phi_{1,3}}{\partial x} \Big|_{x=0,-d}, \quad (13)$$

式中  $\phi_{1,3}$  分别是覆盖层和衬底中的磁标势.

### 三、色散方程

由方程(12a)求解膜层中的  $\phi^{NL}$ , 需要先知道线性标势  $\phi$ , 借助 (10a), (10b) 式, 方程(12a)很容易蜕化成  $\phi$  满足的方程

$$(1 + \chi_1) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (14)$$

在  $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$  情况下, 此方程的解是

$$\phi = A(e^{\rho x} + \alpha e^{-\rho x})e^{iky} + A^*(e^{\rho x} + \alpha e^{-\rho x})e^{-iky}, \quad (15)$$

式中  $\alpha = \frac{\mu_1 + \mu_2 - 1}{\mu_1 - \mu_2 + 1}$ ,  $\mu_1 = 1 + \chi_1$ ,  $\mu_2 = \chi_2$ , 这里  $\rho^2 = k^2$ , 并且  $\text{Re} \rho > 0$ . 值得注意的是, 在用  $\phi$  来求解方程(12)时,  $\phi$  的共轭项不能轻易忽略. 在铁磁薄膜外, 方程(12b)的解可表为

$$\phi_1 = C e^{-\rho x} e^{iky} + C^* e^{-\rho x} e^{-iky} (x > 0), \quad (16a)$$

$$\phi_3 = D e^{\rho x} e^{iky} + D^* e^{\rho x} e^{-iky} (x < -d), \quad (16b)$$

式中  $C, D$  是待定常数. 把(15), (16a), (16b)式代入与(13)式相似的线性 MSSW 的边界条件可得线性 MSSW 的色散方程:

$$e^{2\rho d} = \frac{(\mu_1 + \mu_2 - 1)(\mu_1 - \mu_2 - 1)}{(\mu_1 + \mu_2 + 1)(\mu_1 - \mu_2 + 1)}, \quad (17a)$$

或

$$\omega^2 = \omega_H^2 + \omega_H \omega_M + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2kd}). \quad (17b)$$

当  $\mu_2$  变号时, (17a)式保持不变, 这说明线性 MSSW 的传播特性是互易的, 即沿  $+y$  和  $-y$  方向传播的 MSSW 具有相同的波数、相同的相速度和群速度的绝对值. 实际上, 当外偏置场沿  $z$  方向施加时, 沿  $+y$  方向传播的 MSSW 仅能在膜层上表面形成表面波, 沿  $-y$  方向传播的仅能在下表面形成表面波, 即 MSSW 的传播方向由叉乘  $\mathbf{H}_0 \times \mathbf{n}$  的方向决定,  $\mathbf{n}$  是铁磁膜表面的外法向矢量<sup>[4]</sup>. 由此色散方程可得线性 MSSW 的频带宽度为  $(\omega_H^2 + \omega_H \omega_M)^{1/2} \leq \omega \leq \omega_H + \frac{\omega_M}{2}$ .

把(11)式代入方程(12a), 利用(15)式, 经过比较复杂的运算可得铁磁薄膜中  $\phi^{NL}$  满足的具体方程为

$$\frac{\partial^2 \phi^{NL}}{\partial x^2} - k^2 \phi^{NL} = \frac{4k^2 A |A|^2 (\chi_1^2 - \chi_2^2)}{\mu_1 M_0} \left\{ -2\alpha \chi_1^2 \frac{\chi_1 - \chi_2}{\chi_1^2 + \chi_2^2} e^{kx} - 2\alpha^2 \chi_1^2 \frac{\chi_1 + \chi_2}{\chi_1^2 + \chi_2^2} e^{-kx} + (\chi_1 + \chi_2) e^{3kx} + \alpha^2 (\chi_1 - \chi_2) e^{-3kx} \right\}, \quad (18)$$

式中  $A$  是线性磁标势  $\psi$  的振幅。此方程的解可以严格求出

$$\begin{aligned} \phi^{NL} = A \{ & (1 + \xi_1 kx) e^{kx} + \alpha(1 + \xi_2 kx) e^{-kx} + \xi_3 e^{-3kx} \\ & + \xi_4 e^{3kx} \} e^{iky} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (19)$$

式中

$$\begin{aligned} \xi_1 &= -\frac{4\chi_1^2(\chi_1 - \chi_2)\alpha k^2 |A|^2}{\mu_1 M_0^2}, \\ \xi_2 &= \frac{4\chi_1^2(\chi_1 + \chi_2)\alpha k^2 |A|^2}{\mu_1 M_0^2}, \\ \xi_3 &= \frac{(\chi_1 - \chi_2)(\chi_1^2 + \chi_2^2)\alpha^3 k^2 |A|^2}{2\mu_1 M_0^2}, \\ \xi_4 &= \frac{(\chi_1 + \chi_2)((\chi_1^2 + \chi_2^2) k^2 |A|^2)}{2\mu_1 M_0^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

都是非线性系数,它们与 MSSW 的强度成正比。在零场极限之下  $\phi^{NL} \rightarrow \phi$ 。

将 (16a)(16b) 和(19)式代入边界条件(13)式可得非线性 MSSW 的色散方程

$$\omega^2 - \left[ \omega_H^2 + \omega_H \omega_M + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2kd}) \right] = G, \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned} G = \frac{\omega_H^2 - \omega^2}{4} e^{-kd} \{ & \eta_1 e^{kd} (\mu_1 - \mu_2 + 1) - \eta_2 (\mu_1 + \mu_2 - 1) e^{-kd} \\ & - \eta_3 (\mu_1 - \mu_2 - 1) + \eta_4 (\mu_1 + \mu_2 + 1) \}, \end{aligned} \quad (22)$$

而

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \mu_1 \xi_1 - (3\mu_1 - \mu_2 - 1)\xi_3 + (3\mu_1 + \mu_2 + 1)\xi_4 - \xi_5(0), \\ \eta_2 &= -\mu_1 \xi_2, \\ \eta_3 &= \{ \mu_1 - (\mu_1 + \mu_2 - 1)kd \} \xi_1 e^{-kd} - (3\mu_1 - \mu_2 + 1)\xi_3 e^{3kd} \\ & \quad + (3\mu_1 + \mu_2 - 1)\xi_4 e^{-3kd} - \xi_5(-d), \\ \eta_4 &= -\{ \mu_1 - (\mu_1 - \mu_2 + 1)kd \} \xi_2 e^{kd}, \\ \xi_5(0) &= \frac{2k^2 |A|^2}{M_0^2} \{ -2\alpha\chi_1^2(\chi_1 - \chi_2) + 2\alpha^2\chi_1^2(\chi_1 + \chi_2) \\ & \quad - \alpha^3(\chi_1 - \chi_2)(\chi_1^2 + \chi_2^2) + (\chi_1 + \chi_2)(\chi_1^2 + \chi_2^2) \}, \\ \xi_5(-d) &= \frac{2k^2 |A|^2}{M_0^2} \{ -2\alpha\chi_1^2(\chi_1 - \chi_2) e^{-kd} + 2\alpha^2\chi_1^2(\chi_1 + \chi_2) e^{kd} \\ & \quad - \alpha^3(\chi_1 - \chi_2)(\chi_1^2 + \chi_2^2) e^{3kd} + (\chi_1 + \chi_2)(\chi_1^2 + \chi_2^2) e^{-3kd} \}. \end{aligned} \quad (23)$$

图 2 示出由方程(17)决定的线性 MSSW 的色散曲线。选取的参量是  $H_0 = 5700\text{e}$ ,  $4\pi M_0 = 1750\text{G}$ , 膜厚  $d = 10\mu\text{m}$ 。图 3(a),(b) 中的曲线族是在相同参量情况下由传播功率引起的规一化频率偏差  $(\omega^L - \omega^{NL})/\omega_M$  随频率和波数的变化规律。 $\omega^L$  和  $\omega^{NL}$  分别是线性和非线性色散方程决定的频率,对应的传播功率  $P = 2, 4$  和  $6\text{mW/mm}$ 。曲线表明, MSSW 的频率越高,波数越大,频率的偏差就越大。在 MSSW 的频带低端,功率对色散的影响十分微小。

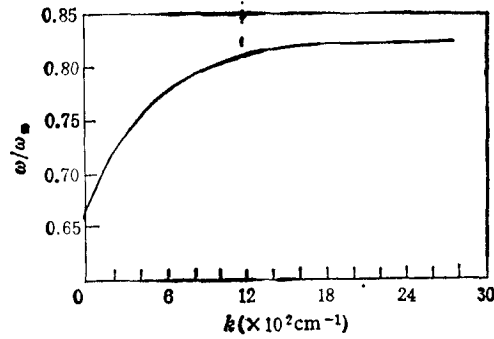


图 2

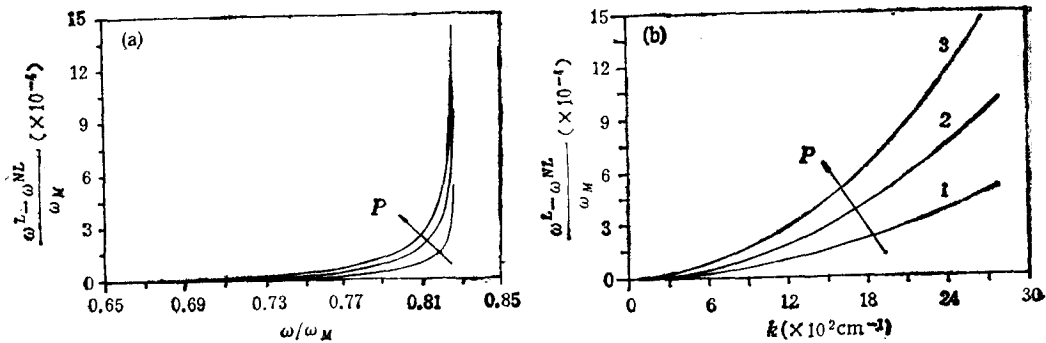


图 3

另外,波数的非线性频移可定义为  $\Delta k = k^{NL} - k^L$ ,  $k^{NL}$  和  $k^L$  分别是非线性和线性 MSSW 的波数。由色散方程可得

$$\Delta k = \frac{1}{2d} \ln \left\{ 1 - \frac{G e^{kd}}{(\mu_1 + \mu_2 - 1)(\mu_1 - \mu_2 - 1)} \right\}. \quad (24)$$

#### 四、脉冲包络静磁孤子的存在性判定

前述(19)式非线性 MSSW 的磁标势  $\psi^{NL}$  和(21)式非线性色散方程的导出,使得对铁磁薄膜中导波的非线性传播特性的具体和定量的研究变得可能和准确。作为一个例子,本文分析铁磁薄膜波导中的脉冲包络静磁孤子生成的可能性。

文献[9]曾在  $k \rightarrow 0$  的极限条件下导出了 MSSW 满足的非线性抛物型方程,证明了方程的解在传播横向具有不稳定性,并由此预言了波束孤子的存在。但铁磁波导中能否产生明脉冲包络静磁孤子一直是令人感兴趣而至今无法判定的问题。现在借助本文前述结果,可以很方便地解决此问题。

脉冲包络孤子存在的判据是 Lighthill 不等式<sup>[10]</sup>

$$\left[ \frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} \right] / \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right]_L < 0, \quad (25)$$

式中  $\frac{\partial\omega}{\partial|A|^2}$  是  $k$  一定时导波的非线性频移,  $\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\right)_L$  是线性群速度色散. 从数学上看, 孤子存在的条件是二项异号, 物理意义是当线性群速度色散效应有可能被非线性频移作用相抵消时, 孤子才能被激发. 由非线性和线性色散方程(21)和(17b)可以方便地导出

$$\frac{\partial\omega}{\partial|A|^2} = \frac{G}{2\omega|A|^2}, \quad (26a)$$

$$\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\right)_L = -\frac{d^2\omega_M^2}{2\omega} e^{-2kd} \left(\frac{\omega_M^2}{8\omega^2} e^{-2kd} - 1\right). \quad (26b)$$

图 4(a),(b) 示出在 MSSW 的整个频带范围内  $\frac{\partial\omega}{\partial|A|^2}$  和  $\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\right)_L$  随归一化频率  $\frac{\omega}{\omega_M}$  的变化趋势, 三条曲线对应的膜层厚度是 10, 11.5 和 13  $\mu\text{m}$ . 十分明显,  $\frac{\partial\omega}{\partial|A|^2}$  与  $\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial k^2}\right)_L$  的乘积大于零, 不满足判定式(25). 这样, 我们便从理论上证明了, 在  $k \perp H_0$  情况下, 铁磁薄膜中的 MSSW 不能以脉冲包络孤子的形式存在. 按我们所取的参量, MSSW 频宽的归一化频率上限是 0.825, 下限是 0.657. 图 4(a) 表明, 在频带范围内, MSSW 的非线性频移曲线是非线性的, 在频率上限附近频移量随频率有一急剧的变化, 膜层越厚, 变化越剧烈. 在频带下端, MSSW 的非线性频移较小. 由图 4(b) 可见, 线性 MSSW 的群速度色散随频率的变化几乎是线性的, 曲线的斜率取决于膜层厚度, 总的趋势是, 频率越高, 群速度色散越小.

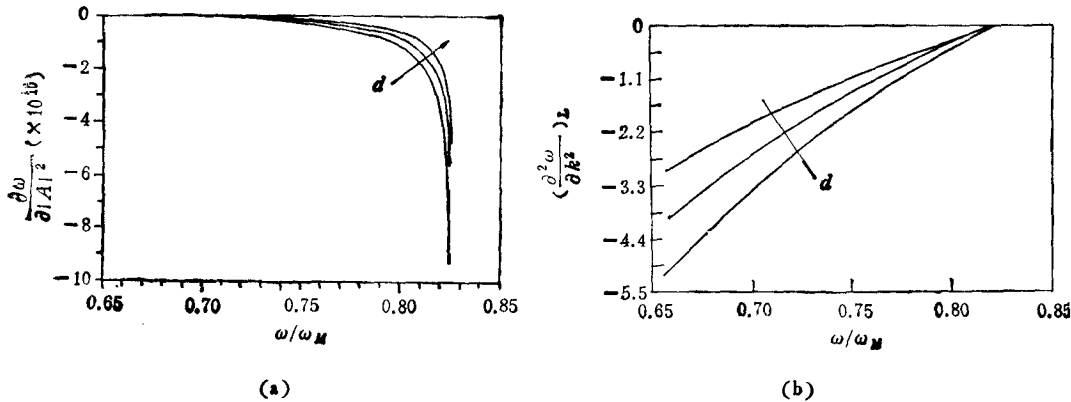


图 4

$H_0 = 570\text{Oe}$ ;  $M_0 = 1750\text{G}$ ;  $d = 10; 11.5; 13\mu\text{m}$

## 五、结 束 语

作为一种尝试, 本文用微扰理论比较严格地推导了在  $k \perp H_0$  情况下铁磁薄膜波导中非线性 MSSW 所满足的波动方程和它的解析解. 在此基础上获得了色散方程, 揭示了传播波功率导致 MSSW 频带压缩, 并研究了线性群速度色散和非线性频移随导波频率



和膜层厚度的变化规律,证明了脉冲包络静磁孤子不能存在。这些结论对具体定量地研究铁磁薄膜中导波的非线性效应,指导实验研究具有重要的意义。

上述微扰方法原则上也适用于研究于静磁前向体波和后向体波。实际上,我们还导出了在薄膜平面内满足 MSSW 存在的角度范围内  $k$  与  $H_0$  成任意角度时的非线性波动方程和 MSSW 的色散方程。由于篇幅所限,我们将另文介绍。

本文对非线性 MSSW 的研究忽略了衰减特性,如果计及衰减,将使计算变得非常繁琐。在实际情况下,铁磁材料(例如 YIG)在较大的微波频率范围内几乎是透明的, MSSW 的衰减确实可以忽略不计。

- [1] R. D. Damon and J. R. Eshbach, *J. Phys. Chem. Solids*, **19**(1961), 308.
- [2] R. E. Camley, *J. Appl. Phys.*, **50**(1979), 5272.
- [3] R. L. Stamps and R. E. Camley, *J. Magn. Magn. Mat.* **54—57**(1986), 803.
- [4] Yu. V. Culyaev, S. A. Nikitov and V. P. Plesskii, *Sov. Phys. Solid State*, **24**(1982), 1669.
- [5] 王奇,鲍家善,应用科学学报,**9**(1991),1.
- [6] A. G. Temiryazey, *Sov. Phys. Solid State*, **29**(1987), 179.
- [7] A. D. Boardman and S. A. Nikitov, *Phys. Rev.*, **B38**(1988), 1144.
- [8] A. D. Boardman, S. A. Nikitov and Wang Qi, *Phys. Rev.*, to be published.
- [9] A. K. Zvedin and A. F. Popkov, *Sov. Phys. JETP*, **57**(1983), 350.
- [10] V. I. Karpman, *Nonlinear Waves in Dispersive Media*, Pergamon Press, Oxford, (1974).

## PROPAGATION OF NONLINEAR MAGNETOSTATIC SURFACE WAVES ON FERROMAGNETIC FILM

A. D. BOARDMAN

*Department of Pure and Applied Physics, University of Salford, UK*

BAO JIA-SHAN    WANG QI    CAI YING-SHI

*Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai, 201800*

S. A. NIKITOV

*Institute of Radio Engineering and Electronics, USSR Academy of Science, Moscow, USSR*

(Received 19 November 1990)

### ABSTRACT

The wave equation for nonlinear magnetostatic surface waves (MSSW) on ferromagnetic film is derived with perturbation theory under the condition of transverse magnetisation, and its solution is found. The nonlinear dispersion relation shows that a high wave power results in a reduction of frequency band of MSSW. The variations of group velocity dispersion and nonlinear frequency shift with the wave frequency and film thickness are also studied. The results show that the bright pulse envelope solitons can not exist in our case.

**PACC:** 7550G; 7570