第 40 卷 第 11 期　　物 理 学 报　　Vol. 40, No. 11
1991 年 11 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Nov., 1991

$^{164}Er_{96}$ 与 $^{166}Er_{98}$ 核推转壳模型波函数的 K 结构新探

廖伯琴　　林辛未

西南师范大学物理系，重庆，630715

1990 年 12 月 18 日收到；1991 年 3 月 15 日收到修改稿

在一组新的表象空间中，对轴对称变形核$^{164}Er_{96}$与$^{166}Er_{98}$的推转壳模型（CSM）波函数的K结构进行了分析．随转动角频率ω增大，CSM 波函数不再具有单一的K结构，原子核逐渐偏离轴对称．计算表明，$^{164}Er_{96}$与$^{166}Er_{98}$的晕带K结构极其相似，但第一激发带的K结构却有较大不同．

PACC: 2160E; 0230

一、引　　言

在讨论原子核结构在高自旋下的变化时，通常采用的模型之一是推转壳模型(CSM)，其哈密顿量为[1]

$$H_{\mathrm{CSM}}=\sum_{\mu,\nu}\left[\langle\mu|H_{sp}|\nu\rangle a_\mu^+ a_\nu-\omega\langle\mu|J_x|\nu\rangle a_\mu^+ a_\nu\right]-G\sum_{\mu,\nu}a_\mu^+ a_{\bar{\mu}}^+ a_{\bar{\nu}} a_\nu. \tag{1}$$

在求解(1)式时，一般都用 Hartree-Fock-Bogoluobov（以下缩写为 HFB）方法．由于 HFB 方法本身存在一些缺陷[2,3]，所以有些文献[4-6]采用粒子数守恒方法（PNC）来处理H_{CSM}的本征值问题，进而讨论原子核 CSM 波函数的K结构．在以前的文献中[7]，选择的表象为

$$N,\ \pi,\ r,\ \nu,\ E_i, \tag{2}$$

N为体系的粒子数；π为宇称；$r=e^{-i\pi\alpha}$为$R_x(\pi)$（体系绕x轴旋转 180°）的本征值，称为 signature 量子数；ν为 seniority 量子数（即被拆散粒子的个数），其值为$\nu=N, N-2, N-4, \cdots, 1$（$N$为奇数）或者 0（$N$为偶数）；$E_i$则称为体系的组态能量．

在文献[4]中，为了便于研究波函数的K结构，采用了一种更为方便的表象，即

$$N,\ \pi,\ r,\ \nu,\ K,\ E_i. \tag{3}$$

这里考虑到$[J_x, J_z^2]\neq 0$，所以将量子数α换成量子数r．由于$[J_x, R_x(\pi)]\neq 0$，$[J_z^2, R_x(\pi)]=0$，所以可以找J_z^2和$R_x(\pi)$的共同本征态，相应的本征值为K^2和r．(3)式中约定$K>0$．

在文献[4]中，已用此表象对单 j 模型的 CSM 波函数的 K 结构作了分析．由于单 j 模型过于理想，因而本文选择较为典型的实际变形核 $^{164}Er_{96}$ 和 $^{166}Er_{98}$ 的中子系进行分析，仔细地研究它们的晕带和第一激发带的 K 结构随转动角频率变化的规律．计算中，采用国际上广泛使用的 Nilsson 能级作为单粒子能级．

二、理 论

(1)式等号右边第一项代表单粒子能量；第二项则为 Coriolis 作用；第三项为对相互作用，$\mu,(\nu)$ 为完全标记单粒子态的一组量子数，$\bar{\mu},(\bar{\nu})$ 则为相应的时间反演态，G 为对力平均强度．

在本文所选用的多粒子组态空间的新表象中，其基矢用 N,π,r,ν,K,E_i 标记．由于将旧表象中的量子数 α 换成量子数 r，新表象的组态空间扩大了．例如 $r=1$ 时，有 $\alpha=0,\pm2$．由于本文只对偶粒子体系的基带和低激发带($\pi=+,r=1$)感兴趣，同时考虑到 Coriolis 相应的选择定则

$$\Delta K=\pm1,\ \Delta\nu=0,\pm2,$$

所以不难写出 H_{CSM} 在所选表象中的矩阵元．

当转动频率 ω 为零时，推转哈密顿量只含单粒子能量和对相互作用能量，ν 和 K 都是好量子数．对于 N 为偶数的系统，内禀哈密顿量的基态是大量完全配对组态($\nu=0$，$K^\pi=0^+$) 的相干叠加．当 $\omega\neq0$ 时，由于 Coriolis 作用的加入，ν 和 K 不再是好量子数，$\nu\neq0$ 和 $K\neq0$ 的组态逐渐混入晕态．首先混入晕态的为 $K=1$ 的组态，随着 ω 的逐渐增大，由于 Coriolis 作用，$K=2,3,4,\cdots$ 的组态也将逐渐混入晕态．

对于 $2n$ 偶粒子体系的晕带和有关的低激发带 ($\pi=+$，$r=1$)，要考虑的组态如下[4]：

1) 完全配对态 ($\nu=0$，$K^\pi=0^+$)

$$|\rho_1\bar{\rho}_1\cdots\rho_n\bar{\rho}_n\rangle=b^+\rho_1b^+\bar{\rho}_1\cdots b^+\rho_nb^+\bar{\rho}_n|0\rangle=a^+\rho_1a^+\bar{\rho}_1\cdots a^+\rho_na^+\bar{\rho}_n|0\rangle,\tag{4}$$

式中

$$b^+_\nu=\frac{1}{\sqrt{2}}(a^+_{\bar{\nu}}+a^+_\nu),\quad b^+_{\bar{\nu}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(a^+_{\bar{\nu}}-a^+_\nu).\tag{5}$$

2) 对拆散态 ($\nu=2$)

$$\begin{aligned}&|(\nu_1\nu_2)\rho_1\bar{\rho}_1\cdots\rho_{n-1}\bar{\rho}_{n-1}\rangle\\&=\frac{1}{\sqrt{2}}[a^+_{\nu_1}a^+_{\nu_2}-a^+_{\bar{\nu}_1}a^+_{\bar{\nu}_2}]a^+_{\rho_1}a^+_{\bar{\rho}_1}\cdots a^+_{\rho_{n-1}}a^+_{\bar{\rho}_{n-1}}|0\rangle,\\&\qquad\pi_{\nu_1}\cdot\pi_{\nu_2}=+,\ K^2=(\Omega_{\nu_1}+\Omega_{\nu_2})^2;\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}&|(\nu_1\bar{\nu}_2)\rho_1\bar{\rho}_1\cdots\rho_{n-1}\bar{\rho}_{n-1}\rangle\\&=\frac{1}{\sqrt{2}}[a^+_{\nu_1}a^+_{\bar{\nu}_2}-a^+_{\bar{\nu}_1}a^+_{\nu_2}]a^+_{\rho_1}a^+_{\bar{\rho}_1}\cdots a^+_{\rho_{n-1}}a^+_{\bar{\rho}_{n-1}}|0\rangle,\\&\qquad K^2=(\Omega_{\nu_1}-\Omega_{\nu_2})^2.\end{aligned}\tag{7}$$

注意 $|(\bar{\nu}_1\nu_2)\rho_1\bar{\rho}_1\cdots\rho_{n-1}\bar{\rho}_{n-1}\rangle$，$|(\nu_1\nu_2)\rho_1\bar{\rho}_1\cdots\rho_{n-1}\bar{\rho}_{n-1}\rangle$ 所描述的组态分别与上两式相同．

3) $v \geqslant 4$ 的组态的构成与上述方法类似，详见文献[4].

根据选择定则，只有当两组态相差一个粒子态时，J_x 的矩阵元才可能不为零. 即

$$\langle \cdots \nu' | J_x | \nu \cdots \rangle = (j_x)\nu'\nu, \tag{8}$$

$$\langle \cdots \bar{\nu}' | J_x | \nu \cdots \rangle = (j_x)\bar{\nu}'\nu \delta_{\Omega_\nu,\frac{1}{2}} \delta_{\Omega_\nu \frac{1}{2}}. \tag{9}$$

例如，对于 $v = 0$ 和 $v = 2$ 的组态，其不为零的矩阵元为

$$\langle \cdots \bar{\rho}\rho | J_x | (12) \cdots \rangle = \langle \bar{\rho}\rho | J_x | (12) \rangle$$

$$= \sqrt{2}(j_x)T_2(\delta_{\rho_1} + \delta_{\rho_2})\delta_{\Omega_1,\frac{1}{2}}\delta_{\Omega_2,1/2}, \tag{10}$$

$$\langle \cdots \bar{\rho}\rho | J_x | (1\bar{2}) \cdots \rangle = \sqrt{2}(j_x)_{12}(\delta_{\rho_1} + \delta_{\rho_2}), \tag{11}$$

式中

$$(j_x)12 = \langle \chi_{\Omega_1} | j_x | \chi_{\Omega_2} \rangle, \tag{12}$$

$$(j_x)\bar{1}2 = \langle \chi_{\bar{\Omega}_1} | j_x | \chi_{\Omega_2} \rangle, \tag{13}$$

式中 χ_Ω 为 Nilsson 态. 在(8)—(11)式中(…)表示初组态与末组态中相同的部分.

三、计算结果与讨论

1. 参数的选取

在 PNC 方法中，采用的是组态截断，本文根据具体情况选用的组态截断能量为

$$E_c = 0.45\hbar\mathring{\omega}_0$$

$$\left(\hbar\mathring{\omega}_0 = \left(1 - \frac{N-z}{3A}\right) 41A^{-\frac{1}{3}}\text{meV}, \text{ 对于中子}\right).$$

中子对力强度 G 则根据实验观测到的奇偶质量差定出[8]，其值为

$^{164}Er_{96}$　　$G = 0.0596\hbar\mathring{\omega}_0$.

$^{166}Er_{98}$　　$G = 0.052\hbar\mathring{\omega}_0$.

Nilsson 势中的参数则完全按 Lund 系统学选取[9]

$^{164}Er_{96}$　　$\varepsilon_2 = 0.258$, $\varepsilon_4 = 0.001$, $\kappa = 0.0637$, $\mu' = 0.4216$;

$^{166}Er_{98}$　　$\varepsilon_2 = 0.267$, $\varepsilon_4 = 0.012$, $\kappa = 0.0637$, $\mu' = 0.4192$.

2. K 结构

有相当多的实验证明：大变形核的基态是轴对称的，即角动量沿对称轴的分量 K 是近似的好量子数.

图 1，图 2 分别为 $^{164}Er_{96}$ 与 $^{166}Er_{98}$ 中子的晕带 K 结构. 从图中可见，两个核的晕带 K 结构极为相似. 在 $\omega = 0$ 时，晕带的 $K = 0$. 由于对力的影响，晕态是由许多完全配对态 ($K^\pi = 0^+$, $v = 0$) 的相干迭加而构成. 当 ω 增大时，由于 Coriolis 作用，$K \neq 0$ 的成分逐渐混入. 但由于能隙的存在，$K \neq 0$ 的成分的混入比较缓慢. 首先混入晕态的应是 $K = 1$ 的组态. 其次才是 $K = 2$, $K = 3$, $K = 4$, …等组态的相继混入，相当于二级，三级，四级，…等微扰的影响. 在 $\omega/\mathring{\omega}_0 \approx 0.2$ 时，已经没有哪一个 K 值占绝对优势. 这就意味着随着 ω 的增大，原子核逐渐偏离轴对称.

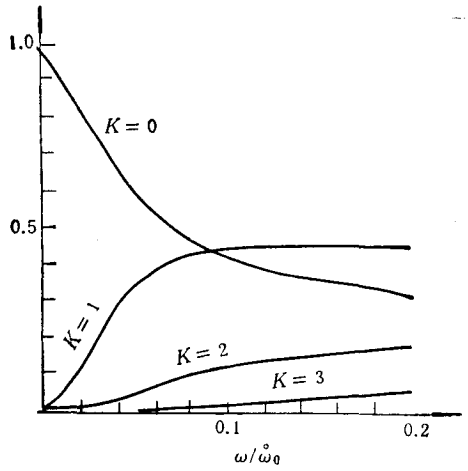

图 1 $^{164}Er_{96}$ 中子晕带 K 结构

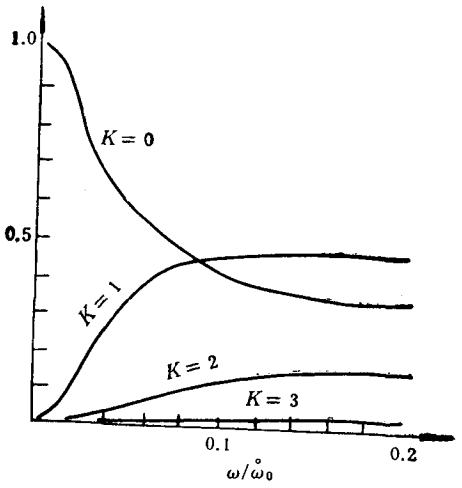

图 2 $^{166}Er_{98}$ 中子晕带 K 结构

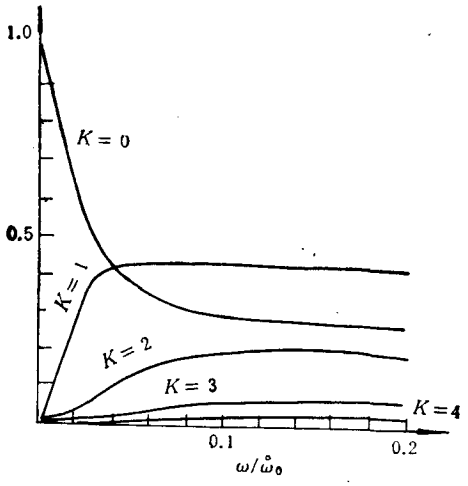

图 3 $^{164}Er_{96}$ 中子第一激发带 K 结构

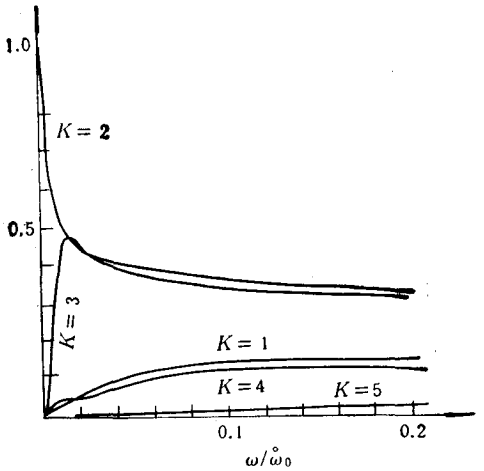

图 4 $^{166}Er_{98}$ 中子第一激发带 K 结构

图 3，图 4 分别为 $^{164}Er_{96}$ 与 $^{166}Er_{98}$ 中子的第一激发带的 K 结构. 从图 3 可见，$^{164}Er_{96}$ 第一激发带的 K 结构与晕带的 K 结构相似，不同的只是图 3 中的曲线的变化比图 1 中曲线随 ω 的变化要快些. 这是由于激发带中，相邻带比较靠近，因而相邻带之间比较容易混合的缘故. 在 $\omega=0$ 时，第一激发带(图 3)的 K 值仍为零，说明 $^{164}Er_{96}$ 的第一激发态是对激发态 ($K^{\pi}=0^{+}, \nu=0$). 随着 ω 的增大，各 K 值 ($K=1, K=2, K=3, \cdots$) 相继混入，最后不再有占绝对优势的 K 值. 图 4 中显示的 $^{166}Er_{98}$ 中子第一激发带的 K 结构与图 2 中晕带的 K 结构相比，有较大的不同. 当 $\omega=0$ 时，$^{166}Er_{98}$ 中子第一激发态(图 4)的 $K=2$，即它不是对激发态，而是对拆散态 ($\nu=2$)，它与第二激发态组成双重简并态 ($K=2, K=3$). 当 ω 增大时，$K=1$，$K=4$ 的组态也相继逐渐混入. $^{164}Er_{96}$ 和 $^{166}Er_{98}$ 的中子单粒子能级图(即 Nilsson 能级图)分别画在图 5 和图 6 的左侧，多粒子组态能量以及考虑对力后 $H_{lp}+H_{p}$ 的低激发能级也分别在图 5，图 6 中给出. 在图 3，图 4 中，已知当 $\omega=$

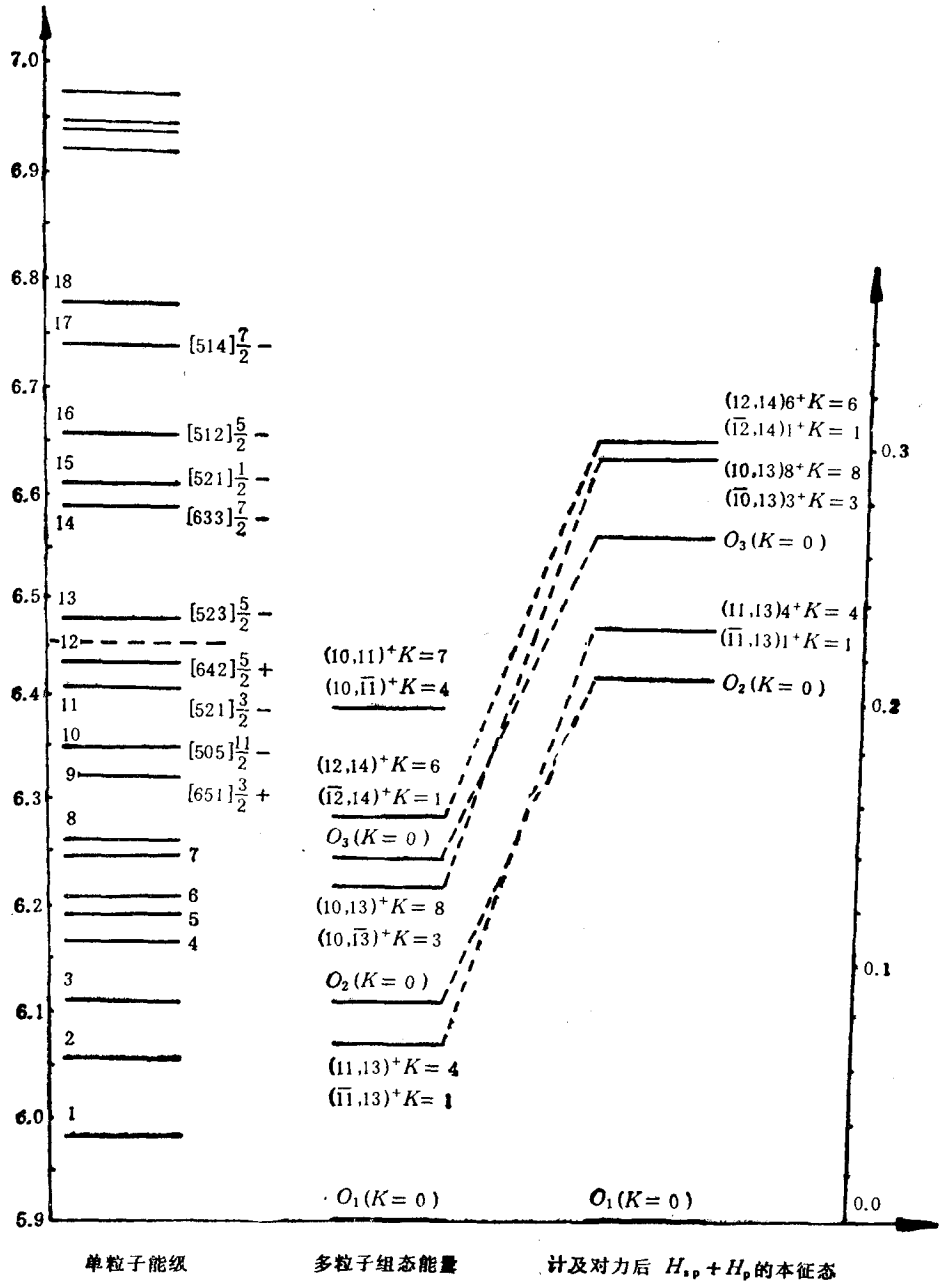

图 5　$^{164}Er_{96}$ 的中子 Nilsson 单粒子能级和多粒子组态能量(能量单位均取为 $\hbar\omega_0$)

0 时，$^{164}Er_{96}$ 中子的第一激发态为对激发态，而 $^{166}Er_{98}$ 中子的第一激发态则为对拆散态. 这通过对 $^{164}Er_{96}$ 和 $^{166}Er_{98}$ 的能级图的分析就可以看得比较清楚. 从图 5，图 6 的 H_N 能级图可知，$^{164}Er_{96}$ 的最靠近费密面的中子两能级间距为 $\Delta E = 0.04241\hbar\omega_0$，它远小于 $^{166}Er_{98}$ 的最靠近费密面中子的两能级间距 $\Delta E = 0.11217\hbar\omega_0$，因此在 $^{164}Er_{96}$ 中，一对粒子激发所需的最小能量为 $0.084824\hbar\omega_0$，而在 $^{166}Er_{98}$ 中，则为 $0.224335\hbar\omega_0$，所以在多粒子组态能量

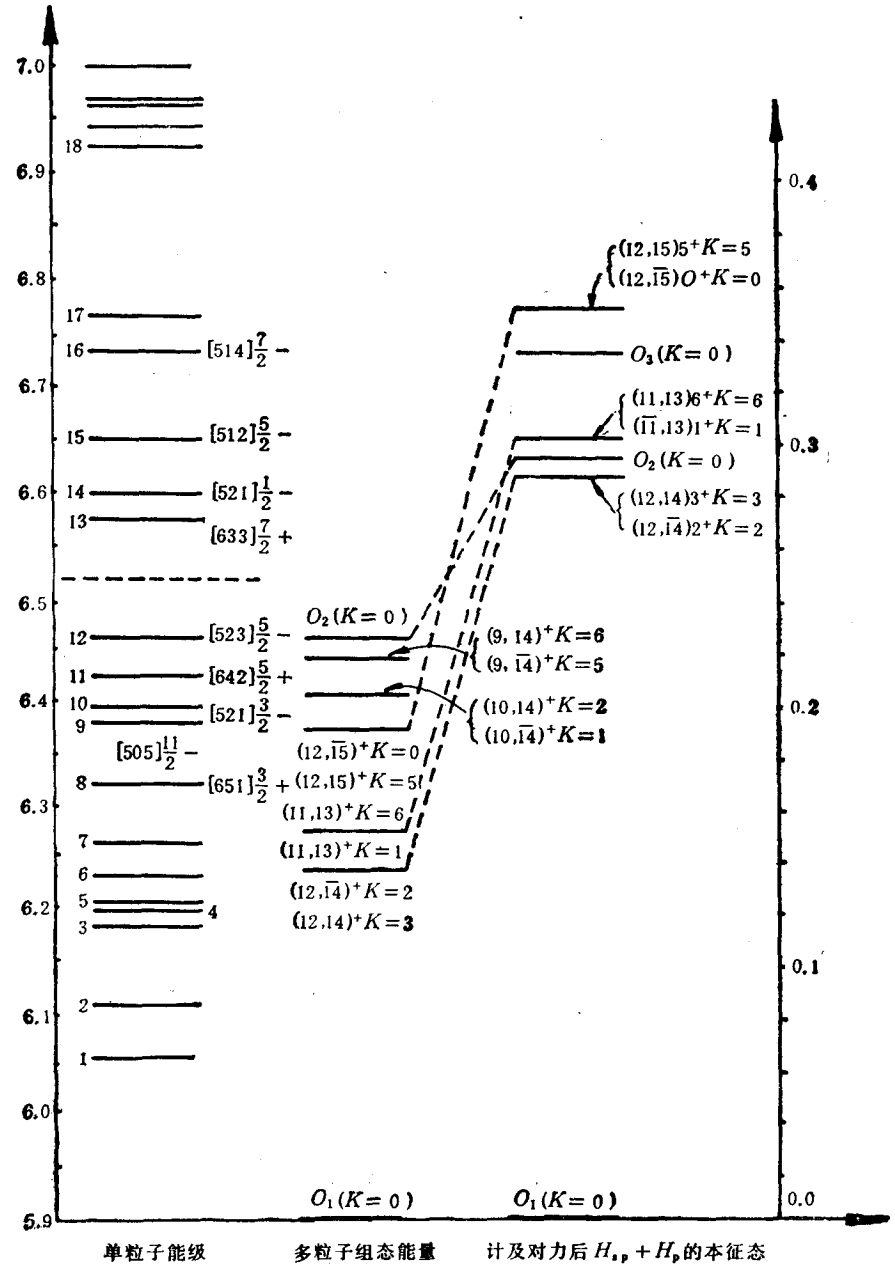

图 6 $^{166}Er_{98}$ 中子的 Nilsson 单粒子能级和多粒子组态能量(能量单位均取为 $\hbar\omega_0$)

图中,$^{164}Er_{96}$ 的对激发能级 O_2 远远地低于$^{166}Er_{98}$ 的对激发能级 O_2. 在考虑对相互作用后,最低对激发能级将下移,所以在图 5 的 $H_{sp}+H_p$ 的能级图中, O_2 能级(即对激发能级)成为第一激发能级. 即在 $\omega=0$ 时, $^{164}Er_{96}$ 的第一激发态为对激发态,而第二激发态和第三激发态则为双重简并态 ($K=1$, $K=4$; $\nu=2$). 在图 6 中,由于 O_2 组态能量太高,即使考虑了对相互作用 ($H_{sp}+H_p$), O_2 能级也只能降到第二激发能级. 所以在

$\omega = 0$ 时，$^{166}Er_{98}$ 中子的第一激发态与第二激发态为双重简并态($K = 2, K = 3; v = 2$)，而第三激发态才是对激发态．组态能量分布的这种特点，就导致它们第一激发态的 K 结构有很大不同．

3. 结论

从以上分析可见，当 ω 较小时，K 为好量子数，即原子核处于轴对称状态；但当 ω 增大时，由于 Coriolis 作用的加入，原子核的 K 量子数不再是好量子数．因此，当 ω 增大时，原子核远远地偏离轴对称．

从计算结果可见，$^{164}Er_{96}$，$^{166}Er_{98}$ 中子的晕带的 K 结构比较相似，但第一激发带的 K 结构却有较大的不同．这与单粒子能级分布有着密切的关系，尤其与费密面附近的能级分布关系重大．从实验中[10]已知道 $^{164}Er_{96}$ 有回弯，而 $^{166}Er_{98}$ 无回弯，它们是两个性质差别较大的同位素核．

本文还对其它核(为节约篇幅未一一列出)进行了计算，结论是：几乎我们讨论的所有核(如 Er 和 Yb 的所有同位素核)的晕带的 K 结构都比较相似，而对于第一激发带的 K 结构，有尖锐回弯的核与无尖锐回弯的核却完全不一样．它们之间的差异与 $^{164}Er_{96}$ 和 $^{166}Er_{98}$ 之间的差异类似．

[1] R. Bengtsson and S. Frauendorf, *Nucl. Phys.*, **A**, **327**(1979), 139.
[2] I. Hamamoto, *Nucl. Phys.*, **A**, **271** (1976), 15.
[3] C.G. Andersson and J. Krumlinde, *Nucl. Phys.*, **A**, **334** (1980), 486.
[4] C.S. Wu and J.Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C** **41**(1990), 1822.
[5] 林辛未、廖伯琴、唐向宏、吴崇试、曾谨言，高能物理与核物理，**12**(1988)，807.
[6] 廖伯琴，西南师范大学学报，研究生专刊(1988)，54页．
[7] C.S. Wu and J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C**, **40**(1989), 998.
[8] A.H. Wapstra, *Nucl. Phys.*, **A**, **432**(1985), 1.
[9] R. Bengtsson, S.Frauendorf and F.R. May, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **35**(1),(1986), 6.
[10] I. Hamamoto, High Angular Momentum Phenomena in Treatise on Heavy Ion Science Vol. **3**,ed. by D.A. Bromley Plenum Publishing Coporation (1985), p. 70.

K-STRUCTURES OF THE CSM WAVE FUNCTIONS OF $^{164}Er_{96}$ AND $^{166}Er_{98}$

LIAO BO-QIN LIN XIN-WEI

Southwest China Teachers University, Chongqing, 630715

(Received 18 December 1990; revised manuscript received 15 March 1991)

ABSTRACT

The *K*-structures of the CSM wave functions in $^{164}Er_{96}$ and $^{166}Er_{98}$ were analyzed in the represention, the bases of which are characterized by the quantum numbers N,π,r,v,K,E_1. The *K*-structure becomes complex as ω increases and the system becomes axially asymmetric. The calculation shows that the *K*-structure of the yrast band in $^{164}Er_{96}$ is very similar to that in $^{166}Er_{98}$, but the *K*-structure of the yrare band in $^{164}Er_{96}$ is quite different from that in $^{166}Er_{98}$.

PACC: 2160E; 0230