

# 考虑自作用后二能级原子的 共振荧光谱\*

刘仁红 谭维翰

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海, 201800

1991年3月1日收到

本文考虑了在驱动场及原子辐射场作用下, 二能级原子的共振荧光谱。这样计算得的荧光谱与只考虑驱动场作用的荧光谱比较有许多新的特点。其中很重要的是由自作用引起的中峰的真空场 Rabi 分裂, 以及由边峰作用出现的中峰。

PACC: 4250

## 一、引 言

共振荧光的研究最早开始于 Weisskopf 用量子力学微扰论方法求解弱场作用下原子的共振荧光<sup>[1]</sup>。当驱动场很强时, Mollow 证明二能级原子共振荧光有三峰结构, 并为后来实验所证实<sup>[2-5]</sup>。共振频率处的中峰具有自发辐射的谱线宽度, 而边峰宽度为中峰宽度的 1.5, 高度为中峰高度的 1/3。文献 [6, 7] 计算了在总光子数较低微腔中的二能级原子的共振荧光, 中峰宽度比边峰窄很多。当用压缩态光场驱动原子, 计算得的共振荧光谱<sup>[8]</sup>, 其中峰、边峰宽度和高度随压缩态光场参量在调变, 可以是中峰窄而高, 也可以是中峰变宽并与边峰并在一起。

注意到 Mollow 理论模型中, 仅包括了加在原子的外场亦即驱动场与原子的相互作用, 而原子的辐射场与原子的相互作用, 亦即自作用则是忽略了。本文仍假定驱动场为经典的相干场, 同时考虑原子辐射场的自作用, 计算二能级原子的共振荧光。计算结果表明, 由于自相互作用的引进, 中峰已表现出明显的 Rabi 分裂。这在实质上就是文献 [6] 说的真空场的 Rabi 分裂。

## 二、二能级原子与辐射场系统的 Langevin 方程及其解

设二能级原子的跃迁频率为  $\omega_0$ , 单模场的模式频率为  $\omega_s$ , 则包括原子、辐射场及其相互作用在内的哈密顿量为

$$H_1 = \hbar\omega_0\sigma_z + \hbar\omega_s(b^\dagger b + 1/2) + \hbar(gb^\dagger\sigma^- + g^*b\sigma^+). \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助的课题。

又设驱动场频率为  $\omega_1$ , 振幅为  $b_1, b_1^*$  为经典的, 则 Rabi 频率为  $\Omega^* = 2gb_1^*e^{i\omega_1 t}, \Omega = 2g^*b_1e^{-i\omega_1 t}$ , 驱动场与原子的相互作用为

$$H_2 = \hbar/2(\Omega^*\sigma^- + \Omega\sigma^+). \quad (2)$$

(1),(2)式中  $\sigma_x, \sigma^\pm$  为二能级原子的自旋算子,  $b, b^+$  为辐射场的湮没与产生算子, 它们分别满足下列对易关系:

$$\begin{aligned} \sigma^+\sigma^- - \sigma^-\sigma^+ &= 2\sigma_z, \quad \sigma^+\sigma^- + \sigma^-\sigma^+ = 1, \\ \sigma^\pm\sigma_x - \sigma_x\sigma^\pm &= \mp\sigma^\pm, \quad \sigma^\pm\sigma_z + \sigma_z\sigma^\pm = 0, \\ \sigma^{-2} = \sigma^{+2} &= 0, \quad \sigma_z^2 = 1/4, \end{aligned} \quad (3)$$

$$bb^+ - b^+b = 1. \quad (4)$$

根据(1),(2)式即可求出原子及场算符的 Heisenberg 运动方程

$$\frac{dO}{dt} = \frac{i}{\hbar}[H_1 + H_2, O]. \quad (5)$$

将(1),(2)式代入(5)式, 并应用对易关系(3),(4)式, 得

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dt} &= -igb^+\sigma^- + ig^*b\sigma^+ - i\Omega^*/2\sigma^- + i\Omega/2\sigma^+, \\ \frac{d\sigma^-}{dt} &= -i\omega_0\sigma^- - i2g^*\sigma_z b - i\Omega\sigma_z, \\ \frac{d\sigma^+}{dt} &= i\omega_0\sigma^+ + i2gb^+\sigma_z + i\Omega^*\sigma_z; \\ \frac{db}{dt} &= -i\omega_c b + ig\sigma^-, \\ \frac{db^+}{dt} &= i\omega_c b^+ - ig^*\sigma^+. \end{aligned} \quad (6)$$

$$(7)$$

注意到(6)和(7)式是不计及原子在能级间的弛豫及辐射场的损耗得到的。如计及弛豫与损耗就应加上无规力的作用, 使得对易关系(3)和(4)式在对无规力求统计平均的意义下得以满足。

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dt} &= -\gamma_1(\sigma_x - \bar{\sigma}_x) - igb^+\sigma^- + ig^*b\sigma^+ - i\Omega^*/2\sigma^- + i\Omega/2\sigma^+ + \Gamma_x, \\ \frac{d\sigma^-}{dt} &= -(\gamma_2 + i\omega_0)\sigma^- - i2g^*\sigma_z b - i\Omega\sigma_z + \Gamma^-, \\ \frac{d\sigma^+}{dt} &= -(\gamma_2 - i\omega_0)\sigma^+ + i2gb^+\sigma_z + i\Omega^*\sigma_z + \Gamma^+, \\ \frac{db}{dt} &= (-x - i\omega_c)b + ig\sigma^- + F^-, \\ \frac{db^+}{dt} &= (-x + i\omega_c)b^+ - ig^*\sigma^+ + F^+. \end{aligned} \quad (8)$$

$$(9)$$

注意到  $\Omega, \Omega^*$  中包含因子  $e^{-i\omega_1 t}, e^{i\omega_1 t}$ , 故可将(8)和(9)式作旋波变换

$$\begin{aligned} \Omega, \Omega^* &\rightarrow \Omega e^{-i\omega_1 t}, \Omega^* e^{i\omega_1 t}, \\ b, b^+ &\rightarrow b e^{-i\omega_1 t}, b^+ e^{i\omega_1 t}, \\ \sigma^-, \sigma^+ &\rightarrow \sigma^- e^{-i\omega_1 t}, \sigma^+ e^{i\omega_1 t}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Gamma^{\pm} \rightarrow \Gamma^{\pm} e^{\pm i\omega_1 t}, \quad F^{\pm} \rightarrow F^{\pm} e^{\pm i\omega_1 t},$$

于是有

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dt} &= -\gamma_1(\sigma_x - \bar{\sigma}_x) - igb^+\sigma^- + ig^*b\sigma^+ - i\Omega^*/2\sigma^- + i\Omega/2\sigma^+ + \Gamma_x, \\ \frac{d\sigma^-}{dt} &= -(\gamma_2 + i\Delta\omega)\sigma^- - i2g^*\sigma_x b - i\Omega\sigma_x + \Gamma^-, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{d\sigma^+}{dt} = -(\gamma_2 - i\Delta\omega)\sigma^+ + i2gb^+\sigma_x + i\Omega^*\sigma_x + \Gamma^+;$$

$$\frac{db}{dt} = -(x + i\Delta\omega_c)b + ig\sigma^- + F^-, \quad (12)$$

$$\frac{db^+}{dt} = -(x - i\Delta\omega_c)b^+ - ig^*\sigma^+ + F^+.$$

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega_i, \quad \Delta\omega_c = \omega_c - \omega_1,$$

$\Delta\omega, \Delta\omega_c$  分别为驱动场与原子跃迁频率的失谐, 与谐振腔频率的失谐。

引进无规力后对谱的计算, 可参照文献[6]和文献[9]中的办法进行。将(11), (12)式中的无规力项去掉, 求解在没有无规力作用时的解, 各参量加下脚标“s”标记。方程(11)和(12)即为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{x_s}}{dt} &= -\gamma_1(\sigma_{x_s} - \bar{\sigma}_{x_s}) - igb_s^+\sigma_{s^-} + ig^*b_s\sigma_{s^+} - i\Omega^*/2\sigma_{s^-} + i\Omega/2\sigma_{s^+}, \\ \frac{d\sigma_{s^-}}{dt} &= -(\gamma_2 + i\Delta\omega)\sigma_{s^-} - i2g^*\sigma_{x_s} b_s - i\Omega\sigma_{x_s}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{d\sigma_{s^+}}{dt} = -(\gamma_2 - i\Delta\omega)\sigma_{s^+} + i2gb_s^+\sigma_{x_s} + i\Omega^*\sigma_{x_s};$$

$$\frac{db_{s^-}}{dt} = -(x + i\Delta\omega_c)b_{s^-} + ig\sigma_{s^-}, \quad (14)$$

$$\frac{db_{s^+}}{dt} = -(x - i\Delta\omega_c)b_{s^+} - ig^*\sigma_{s^+}.$$

将(13)式中的第 2 个方程对  $t$  求微分, 得

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d\sigma_{s^-}}{dt} + (\gamma_2 + i\Delta\omega)\sigma_{s^-} \right) = -i2g^*\sigma_{x_s} \frac{db_{s^-}}{dt} - i2g^* \frac{d\sigma_{x_s}}{dt} b_{s^-} - i\Omega \frac{d\sigma_{x_s}}{dt}.$$

当原子的辐射场  $b$  与驱动场  $\Omega$  相比很小时, 上式中  $-i2g^* \frac{d\sigma_{x_s}}{dt} b_{s^-}$  便可略去, 则

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{d\sigma_{s^-}}{dt} + (\gamma_2 + i\Delta\omega)\sigma_{s^-} \right) \simeq -i2g^*\sigma_{x_s} \frac{db_{s^-}}{dt} - i\Omega \frac{d\sigma_{x_s}}{dt}.$$

定义  $y_{s^-} = \sigma_{x_s} b_{s^-}$ , 上式又可写为

$$\frac{dy_{s^-}}{dt} = -(\gamma_2 + i\Delta\omega)\sigma_{s^-} - i2g^*y_{s^-} - i\Omega\sigma_{x_s}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_{s^-}}{dt} &\simeq \sigma_{x_s} \frac{db_{s^-}}{dt} = \sigma_{x_s} (-(x + i\Delta\omega_c)b_{s^-} + ig\sigma_{s^-}) \\ &= -(x + i\Delta\omega_c)y_{s^-} - ig/2\sigma_{s^-}. \end{aligned}$$

同样定义  $y_i^+ = b_i^+ \sigma_{z_i}$ ,  $y_{z_i} = b_i^+ \sigma_i^- - b_i \sigma_i^+$ , 方程(13),(14)中

$$\frac{d\sigma_i^+}{dt} = -(\gamma_2 - i\Delta\omega)\sigma_i^+ + i2gy_i^+ + iQ\sigma_{z_i}, \quad (16)$$

$$\frac{dy_i^+}{dt} = -(x - i\Delta\omega_c)y_i^+ + ig^*/2\sigma_i^+;$$

$$\frac{d\sigma_{z_i}}{dt} = -\gamma_1(\sigma_{z_i} - \sigma_z) - igy_{z_i} - iQ/2(\sigma_i^- - \sigma_i^+), \quad (17)$$

$$\frac{dy_{z_i}}{dt} = -xy_{z_i} - ig.$$

对于共振情形,  $\Delta\omega = \Delta\omega_c = 0$ , 由这些方程可得

$$\frac{d\sigma_{z_i}}{dt} = -\gamma_1(\sigma_{z_i} - \sigma_z) - igy_{z_i} - iQ/2(\sigma_i^- - \sigma_i^+),$$

$$\frac{d}{dt}(\sigma_i^- - \sigma_i^+) = -\gamma_2(\sigma_i^- - \sigma_i^+) - i2g(y_i^- + y_i^+) - i2Q\sigma_{z_i}, \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt}(y_i^- + y_i^+) = -x(y_i^- + y_i^+) - ig/2(\sigma_i^- - \sigma_i^+),$$

$$\frac{dy_{z_i}}{dt} = -xy_{z_i} - ig;$$

$$\frac{d}{dt}(\sigma_i^- + \sigma_i^+) = -\gamma_2(\sigma_i^- + \sigma_i^+) - i2g(y_i^- - y_i^+), \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt}(y_i^- - y_i^+) = -ig/2(\sigma_i^- + \sigma_i^+) - x(y_i^- - y_i^+).$$

这两组线性微分方程的特征根方程分别为

$$(\lambda + x)[(\lambda + \gamma_1)(\lambda + \gamma_2)(\lambda + x) + g^2(\lambda + \gamma_1) + Q^2(\lambda + x)] = 0, \quad (20)$$

$$(\lambda + \gamma_2)(\lambda + x) + g^2 = 0. \quad (21)$$

对于无腔的情形, 相当于  $x \rightarrow \infty$ , 便过渡到 Mollow 共振荧光理论。(20) 和 (21) 式分别给出共振荧光的边峰与中峰特征根

$$(\lambda + \gamma_1)(\lambda + \gamma_2) + Q^2 = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2} \pm i \sqrt{Q^2 - \left(\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\right)^2}, \quad (22)$$

$$\lambda + \gamma_2 = 0;$$

$$\lambda_0 = -\gamma_2. \quad (23)$$

如果有腔,  $x$  为有限, 中峰的根不再由(23)式给出, 而是由(21)式给出, 亦即文献[6]与[10]讨论过的真空场的 Rabi 分裂。这两个根分别用  $\lambda_4, \lambda_5$  标记

$$\lambda_{4,5} = -\frac{\gamma_2 + x}{2} \pm i \sqrt{g^2 - \left(\frac{\gamma_1 - x}{2}\right)^2}. \quad (24)$$

比较(22)和(24)式, 自作用偶合系数  $g$  起着与驱动场 Rabi 频率  $Q$  同样的作用, 即真空场的 Rabi 分裂。与此同时, 边峰的根也不再是特征根方程(22)所给出的, 而是由方程(20)得到

$$(\lambda + \gamma_1)(\lambda + \gamma_2)(\lambda + x) + g^2(\lambda + \gamma_1) + \Omega^2(\lambda + x) = 0, \quad (25)$$

$$\lambda + x = 0. \quad (26)$$

(25)式给出一个中峰(实根),两个边峰(共轭复根),分别用  $\lambda_{1,2,3}$  标记。(26)式给出一个中峰的根  $-x$ 。

在方程(18)中,由第4式可直接解得

$$y_{z,t} = -\frac{ig}{x} + \left(y_{z,0} + \frac{ig}{x}\right)e^{-xt}. \quad (27)$$

从方程(14)易于看出,当取初值  $\left(\frac{db_i}{dt}\right)_0 = \left(\frac{db_i^+}{dt}\right)_0 = 0$  时,对于共振情形有

$$b_0 = \frac{ig}{x}\sigma_0^-, \quad b_0^+ = -\frac{ig^*}{x}\sigma_0^+,$$

于是

$$y_{z,0} = (b^+\sigma^- - b\sigma^+)_0 = -\frac{ig}{x}(\sigma^+\sigma^- + \sigma^-\sigma^+)_0 = -\frac{ig}{x}. \quad (28)$$

由(27)和(28)式得

$$y_{z,t} = -ig/x.$$

代入方程(18)第1式,得

$$\frac{d\sigma_{z,t}}{dt} = -\gamma_1(\sigma_{z,t} - \bar{\sigma}_z) - i\Omega/2(\sigma_t^- - \sigma_t^+) - g^2/x,$$

令  $\gamma_1\sigma_z - \frac{g^2}{x} \rightarrow \gamma_1\bar{\sigma}_z$ , 当驱动场  $\Omega \rightarrow 0$ ,  $t \rightarrow \infty$  时,粒子处于基态,  $\sigma_{z,t} \rightarrow \bar{\sigma}_z = -1/2$ ,

则方程(18)为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{z,t}}{dt} &= -\gamma_1(\sigma_{z,t} - \bar{\sigma}_z) - i\Omega/2(\sigma_t^- - \sigma_t^+), \\ \frac{d}{dt}(\sigma_t^- - \sigma_t^+) &= -i2\Omega\sigma_{z,t} - \gamma_2(\sigma_t^- - \sigma_t^+) - i2g(y_t^- + y_t^+), \\ \frac{d}{dt}(y_t^- + y_t^+) &= -ig/2(\sigma_t^- - \sigma_t^+) - x(y_t^- + y_t^+). \end{aligned} \quad (29)$$

解(29),(19)这两组方程,将  $\sigma_{z,t}$ ,  $\sigma_t^- - \sigma_t^+$ ,  $y_t^- + y_t^+$ ;  $y_t^- - y_t^+$ ,  $\sigma_t^- + \sigma_t^+$  的解表示成如下形式的展开式,并由初值  $\sigma_{z,0}, \sigma_0^\pm, y_0^\pm$  确定展开式的系数  $\alpha_i$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{z,t} &= q_1 + \sum_{i=1}^3 \alpha_{1i} e^{\lambda_i t}, \\ \sigma_t^- - \sigma_t^+ &= q_2 + \sum_{i=1}^3 \alpha_{2i} e^{\lambda_i t}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} y_t^- + y_t^+ &= q_3 + \sum_{i=1}^3 b_i \alpha_{3i} e^{\lambda_i t}; \\ y_t^- - y_t^+ &= \sum_{i=1}^3 \alpha_{2i} e^{\lambda_i t}, \\ \sigma_t^- + \sigma_t^+ &= \sum_{i=1}^3 c_i \alpha_{2i} e^{\lambda_i t}, \end{aligned} \quad (31)$$

式中  $q_1, q_2, q_3; a_j, b_j, c_j$  的值分别为

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{\gamma_1 \bar{\sigma}_z}{\gamma_1 + \frac{Q^2}{\gamma_2 + g^2/x}}, \\ q_2 &= \frac{-i2Q\gamma_1 \bar{\sigma}_z}{\gamma_1(\gamma_2 + g^2/x) + Q^2}, \\ q_3 &= \frac{-gQ/x \gamma_1 \bar{\sigma}_z}{\gamma_1(\gamma_2 + g^2/x) + Q^2}; \\ a_j &= \frac{-i2Q}{\lambda_j + \gamma_2 + g^2/\lambda_j + x}, \\ b_j &= \frac{-ig/2}{\lambda_j + x} \cdot \frac{-i2Q}{\lambda_j + \gamma_2 + g^2/\lambda_j + x}, \\ c_j &= \frac{-i2g}{\lambda_j + \gamma_2}. \end{aligned}$$

将  $\alpha_{1j}, \alpha_{2j}$  分别表示为

$$\begin{aligned} \alpha_{1j} &= A_j \sigma_{x_0} + B_j (\sigma_0^- - \sigma_0^+) + c_j (y_0^- + y_0^+) + D_j, \\ \alpha_{2j} &= E_j (\sigma_0^- + \sigma_0^+) + F_j (y_0^- - y_0^+), \end{aligned}$$

代入(30),(31)式,比较系数即可定出  $A_j, B_j, C_j, D_j$  和  $E_j, F_j$ . 于是得到解

$$\begin{aligned} \sigma_{x_0}(t) &= q_1 + \sum_{j=1}^3 \alpha_{1j} e^{\lambda_j t}, \\ \sigma_0^-(t) &= \frac{1}{2} \left[ q_2 + \sum_{j=1}^3 \alpha_j \alpha_{1j} e^{\lambda_j t} + \sum_{j=1}^5 c_j \alpha_{2j} e^{\lambda_j t} \right], \\ \sigma_0^+(t) &= -\frac{1}{2} \left[ q_2 + \sum_{j=1}^3 \alpha_j \alpha_{1j} e^{\lambda_j t} - \sum_{j=1}^5 c_j \alpha_{2j} e^{\lambda_j t} \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

经整理,令  $p(t) = \sum_{j=1}^3 a_j A_j e^{\lambda_j t}$ ,

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{j=1}^3 a_j B_j e^{\lambda_j t}, \quad u_1(t) = \sum_{j=1}^5 c_j E_j e^{\lambda_j t}, \\ v(t) &= \sum_{j=1}^3 a_j C_j e^{\lambda_j t}, \quad v_1(t) = \sum_{j=1}^5 c_j F_j e^{\lambda_j t}, \\ w(t) &= \sum_{j=1}^3 a_j D_j e^{\lambda_j t}. \end{aligned}$$

(32)式写为

$$\begin{aligned} \sigma_{x_0}(t) &= q_1 + p(t) \sigma_{x_0} + u(t) (\sigma_0^- - \sigma_0^+) + v(t) (y_0^- + y_0^+) + w(t), \\ \sigma_0^-(t) &= \frac{1}{2} [q_2 + p(t) \sigma_{x_0} + (u(t) + u_1(t)) \sigma_0^- - (u(t) - u_1(t)) \sigma_0^+ + (v(t) \\ &\quad + v_1(t)) y_0^- + (v(t) - v_1(t)) y_0^+ + w(t)], \\ \sigma_0^+(t) &= -\frac{1}{2} [q_2 + p(t) \sigma_{x_0} + (u(t) - u_1(t)) \sigma_0^- - (u(t) + u_1(t)) \sigma_0^+ \\ &\quad + (v(t) - v_1(t)) y_0^- + (v(t) + v_1(t)) y_0^+ + w(t)], \end{aligned} \quad (33)$$

$$+ (v(\tau) - v_1(\tau))y_0^- + (v(\tau) + v_1(\tau))y_0^- + w(\tau)].$$

### 三、二能级原子系统的共振荧光谱

上节求得了在不计无规力情况下的解  $\sigma_i$ 。当考虑到无规力作用后,  $\sigma = \sigma_i + L$ ,  $L$  表示对无规力的积分。根据文献[9]的讨论及(33)式,可写出量子回归关系如下:

$$\begin{aligned} \langle \sigma^+(\tau)\sigma^-(\tau + \tau) \rangle = & \frac{1}{2} [q_2 \langle \sigma^+(\tau) \rangle + p(\tau) \langle \sigma^+(\tau)\sigma_x(\tau) \rangle + w(\tau) \langle \sigma^+(\tau) \rangle \\ & + (u(\tau) + u_1(\tau)) \langle \sigma^+(\tau)\sigma^-(\tau) \rangle - (u(\tau) - u_1(\tau)) \langle \sigma^+(\tau)\sigma^+(\tau) \rangle \\ & + (v(\tau) - v_1(\tau)) \langle \sigma^+(\tau)y^-(\tau) \rangle + (v(\tau) + v_1(\tau)) \langle \sigma^+(\tau)y^+(\tau) \rangle], \end{aligned} \quad (34)$$

式中  $\langle \sigma^+(\tau) \rangle$ ,  $\langle \sigma^+(\tau)\sigma_x(\tau) \rangle$ ,  $\langle \sigma^+(\tau)\sigma^+(\tau) \rangle$ ,  $\langle \sigma^+(\tau)y^\pm(\tau) \rangle$  为对无规力求平均,应用对易关系(3)式又考虑到  $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_i + L \rangle = \langle \sigma_i \rangle$ ,  $\sigma_i$  可用  $t \rightarrow \infty$  时的稳态值  $q$  等来表示,即

$$\begin{aligned} \langle \sigma^+ \rangle = \langle \sigma_i^+ \rangle = & -q_2/2, \\ \langle \sigma^+\sigma_x \rangle = -\langle \sigma^+ \rangle/2 = & -\langle \sigma_i^+ \rangle/2 = q_2/4, \\ \langle \sigma^+\sigma^- \rangle = \left\langle \frac{1}{2} + \sigma_x \right\rangle = & \frac{1}{2} + \langle \sigma_x \rangle = \frac{1}{2} + q_1, \\ \langle \sigma^+\sigma^+ \rangle = & 0, \\ \langle \sigma^+y^- \rangle = \left\langle \sigma^+\sigma_x \frac{ig\sigma^-}{\lambda + x} \right\rangle = & -\frac{ig/2}{\lambda + x} \langle \sigma^+\sigma^- \rangle \\ = -\frac{ig/2}{\lambda + x} \left( \frac{1}{2} + q_1 \right), \\ \langle \sigma^+y^+ \rangle = \left\langle \sigma^+ \frac{-ig\sigma^+}{\lambda + x} \sigma_x \right\rangle = & 0. \end{aligned}$$

代入(34)式,得

$$\begin{aligned} \langle \sigma^+(\tau)\sigma^-(\tau + \tau) \rangle = & \frac{1}{2} \left[ -\frac{q_2}{2} (q_2 + w(\tau)) + \frac{q_2}{4} p(\tau) \right. \\ & + \left( \frac{1}{2} + q_1 \right) (u(\tau) + u_1(\tau)) \\ & \left. + \frac{-ig/2}{\lambda + x} \left( \frac{1}{2} + q_1 \right) (v(\tau) - v_1(\tau)) \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

参照谱密度的定义<sup>[11]</sup>,可得共振荧光谱的非相干散射部分为

$$\begin{aligned} G(\omega) = & \frac{1}{\pi i} \operatorname{Re} \int_0^i e^{-s\tau} d\tau \int_0^{i-\tau} \langle \sigma^+(i')\sigma^-(i' + \tau) \rangle di' \\ = & \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \frac{q_2}{8} \tilde{p}(s) + \left( \frac{1}{2} + q_1 \right) (\tilde{u}(s) + \tilde{u}_1(s)) \right. \\ & \left. + \frac{-ig/2}{\lambda + x} \left( \frac{1}{2} + q_1 \right) (\tilde{v}(s) - \tilde{v}_1(s)) \right] \Big|_{s=i\omega}, \end{aligned}$$

式中

$$\tilde{p}(s) = \sum_{j=1}^4 a_j A_j / (s - \lambda_j),$$

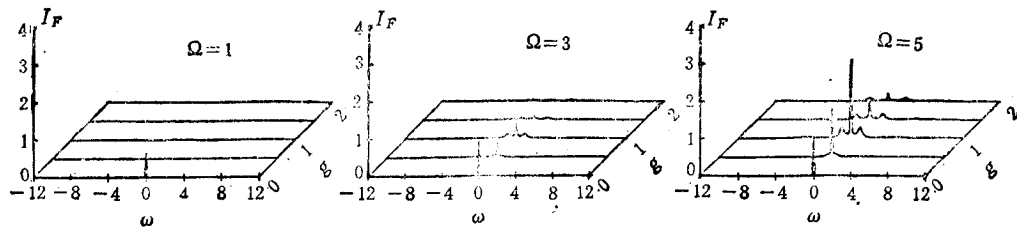
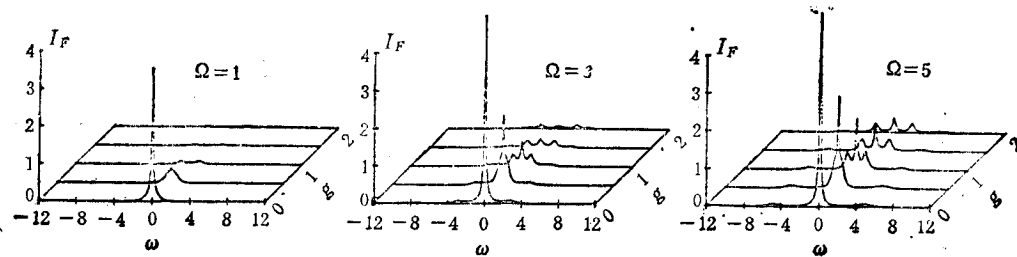
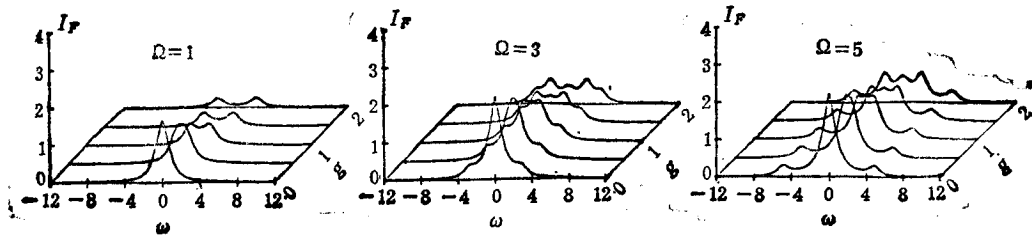
$$\tilde{u}(s) = \sum_{j=1}^3 a_j B_j / (s - \lambda_j), \quad \tilde{u}_1(s) = \sum_{j=4}^5 c_j E_j / (s - \lambda_j),$$

$$\tilde{v}(s) = \sum_{j=1}^3 a_j C_j / (s - \lambda_j), \quad \tilde{v}_1(s) = \sum_{j=4}^5 c_j F_j / (s - \lambda_j).$$

#### 四、计算结果与讨论

图 1 至图 3 分别给出  $x = 0.01, 0.1, 1$  时的二能级原子的共振荧光谱曲线。为了看出当  $x$  继续增大, 荧光谱向 Mollow 的三峰谱过渡趋势, 我们作了图 4。表 1 至表 3 给出了对应图中的每一组谱曲线的泵浦强度  $\Omega$ , 耦合系数  $g$ , 以及每一条曲线的相对强度比例因子  $\mu$ , 各个峰值的宽度 ( $\lambda_r$ ), 频移 ( $\lambda_i$ )。每一谱线的相对强度  $I$  即为图中标明的强度  $I_F$  除以表中的比例因子  $\mu$ , 亦即  $I = I_F / \mu$ 。

对于图 1,  $x = 0.01$  情形, 当  $g = 0.01$  时, 有很尖锐的中峰, 其宽度远小于自然线宽  $\gamma_2$ , 所有边峰, 包括中峰的 Rabi 分裂均被抑制, 具体数值见表 1 中  $\lambda_r$ 。当  $g$  增至 1—2

图 1  $x = 0.01$ 图 2  $x = 0.1$ 图 3  $x = 1$



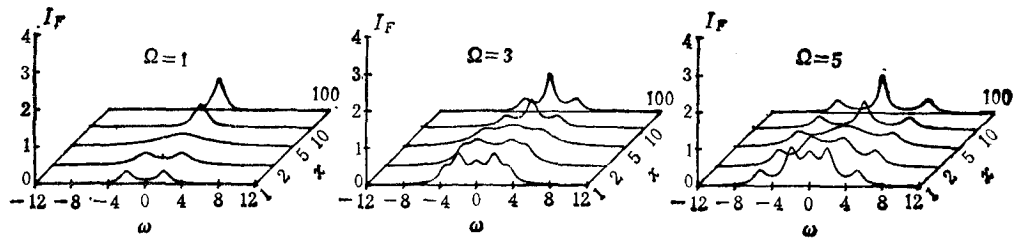
时,  $Q = 1$  现象很弱, 几乎看不出来.  $Q = 3, 5$  除了中峰外, 还能看到中峰的 Rabi 分裂, 以及由驱动场作用产生的弱的边峰. 对于  $g = 2, Q = 3$  情形, 仅能看到中峰的 Rabi 分

表 1  $x = 0.01$ 

$g \backslash Q$	1		3		5		相对强度比例因子
	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\mu$
0.01	-0.75	$\pm 0.97$	-0.75	$\pm 2.98$	-0.75	$\pm 4.99$	1
	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00	
	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00	
	-0.50	0.00	-0.50	0.00	-0.50	0.00	
0.50	-0.67	$\pm 1.04$	-0.74	$\pm 3.03$	-0.75	$\pm 5.02$	10
	-0.17	0.00	-0.04	0.00	-0.02	0.00	
	-0.25	$\pm 0.44$	-0.25	$\pm 0.44$	-0.25	$\pm 0.44$	
1.00	-0.50	$\pm 1.32$	-0.70	$\pm 3.14$	-0.73	$\pm 5.09$	100
	-0.51	0.00	-0.11	0.00	-0.05	0.00	
	-0.25	$\pm 0.97$	-0.25	$\pm 0.97$	-0.25	$\pm 0.97$	
1.50	-0.40	$\pm 1.74$	-0.65	$\pm 3.33$	-0.71	$\pm 5.21$	100
	-0.71	0.00	-0.20	0.00	-0.09	0.00	
	-0.25	$\pm 1.48$	-0.25	$\pm 1.48$	-0.25	$\pm 1.48$	
2.00	-0.35	$\pm 2.20$	-0.60	$\pm 3.58$	-0.68	$\pm 5.37$	100
	-0.81	0.00	-0.31	0.00	-0.15	0.00	
	-0.25	$\pm 1.98$	-0.25	$\pm 1.98$	-0.25	$\pm 1.98$	

表 2  $x = 0.1$ 

$g \backslash Q$	1		3		5		相对强度比例因子
	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\mu$
0.01	-0.75	$\pm 0.97$	-0.75	$\pm 2.98$	-0.75	$\pm 4.99$	50
	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00	
	-0.01	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.00	
	-0.50	0.00	-0.50	0.00	-0.50	0.00	
0.50	-0.67	$\pm 1.05$	-0.74	$\pm 3.03$	-0.75	$\pm 5.02$	50
	-0.26	0.00	-0.12	0.00	-0.11	0.00	
	-0.30	$\pm 0.46$	-0.30	$\pm 0.46$	-0.30	$\pm 0.46$	
1.00	-0.52	$\pm 1.34$	-0.71	$\pm 3.14$	-0.73	$\pm 5.09$	50
	-0.56	0.00	-0.19	0.00	-0.13	0.00	
	-0.30	$\pm 0.98$	-0.30	$\pm 0.98$	-0.30	$\pm 0.98$	
1.50	-0.43	$\pm 1.75$	-0.66	$\pm 3.33$	-0.71	$\pm 5.21$	50
	-0.74	0.00	-0.28	0.00	-0.17	0.00	
	-0.30	$\pm 1.49$	-0.30	$\pm 1.49$	-0.30	$\pm 1.49$	
2.00	-0.39	$\pm 2.20$	-0.61	$\pm 3.58$	-0.69	$\pm 5.37$	50
	-0.83	0.00	-0.38	0.00	-0.22	0.00	
	-0.30	$\pm 1.99$	-0.30	$\pm 1.99$	-0.30	$\pm 1.99$	

图4  $g=2$ 表3  $x=1.0$ 

$g$	$1$		$3$		$5$		相对强度比例因子 $\mu$
	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	$\lambda_r$	$\lambda_i$	
0.01	-0.75	$\pm 0.97$	-0.75	$\pm 2.99$	-0.75	$\pm 4.99$	150
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	
	-0.50	0.00	-0.50	0.00	-0.50	0.00	
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	
0.50	-0.75	$\pm 1.09$	-0.75	$\pm 3.03$	-0.75	$\pm 5.02$	150
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	
	-0.75	$\pm 0.43$	-0.75	$\pm 0.43$	-0.75	$\pm 0.43$	
1.00	-0.75	$\pm 1.39$	-0.75	$\pm 3.15$	-0.75	$\pm 5.09$	150
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	
	-0.75	$\pm 0.97$	-0.75	$\pm 0.97$	-0.75	$\pm 0.97$	
1.50	-0.75	$\pm 1.78$	-0.75	$\pm 3.34$	-0.75	$\pm 5.21$	150
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-1.00	0.00	
	-0.75	$\pm 1.48$	-0.75	$\pm 1.48$	-0.25	$\pm 1.48$	
2.00	-0.75	$\pm 2.20$	-0.75	$\pm 3.60$	-0.75	$\pm 5.38$	150
	-1.00	0.00	-1.00	0.00	-0.15	0.00	
	-0.75	$\pm 1.98$	-0.75	$\pm 1.98$	-0.75	$\pm 1.98$	

裂。这里很强的中峰乃是原来的边峰与原子的辐射场相互作用产生的，而原来的中峰已 Rabi 分裂为双峰了。文献[7]虽然也提到中峰的变窄，但边峰及 Rabi 分裂均未涉及。对于图 2 和图 3,  $x$  增大，腔由良腔变为劣腔，可以看出此时 Rabi 分裂占有较为突出的位置，中峰被压抑，增宽，且磨平。图 4 中  $g=2$ ,  $x=1, 2, 5, 10, 100$ ，很明显随着  $x$  增加，谱线逐渐过渡到 Mollow 的结果：三峰谱结构。

本课题还得到本所量子光学实验室的资助。

- [1] V. G. Weisskopf and E. Wigner, *Z. Phys.*, **63**(1930), 54.
- [2] B. R. Mollow, *Phys. Rev.*, **188**(1969), 1969.
- [3] Wu. F. Y. Grove, R. E. Ezekiel, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 426.
- [4] H. Walther, 1978 Multiphoton Process and J. H. Eberly and P. Lambropoulos (New York, Wiley).
- [5] F. Schuda, C. R. Stroud and H. Walther, *Z. Phys. A*, **205**(1976), 278.
- [6] J. J. Sanchez-Mondragon, N. B. Narozhny and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 550;

- G. S. Agarwal, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 1732
- [7] C. M. Savage, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 1376; *ibid.*, **60**(1988), 1828.
- [8] Zhang Weiping and Tan Weihan, *Opt. Commun.*, **69**(1988), 128.
- [9] 谭微思、谭维翰、赵东升、刘仁红, 物理学报, 待发表.
- [10] 谭维翰、刘仁红, 物理学报, **40**(1991), 555.
- [11] C. W. Gardiner, *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*. Springer-Verlag, Berlin, (1983), pp. 16, 17.

## RESONANCE FLUORESCENCE SPECTRUM OF TWO-LEVEL ATOM IN CONSIDERATION OF SELF-REACTION

LIU REN-HONG TAN WEI-HAN

*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai, 201800*

(Received 1 March 1991)

### ABSTRACT

In this paper, the resonance fluorescence spectrum of two level atom is investigated under the influence of both the driving field and the emission field from the atom itself. Some new features are revealed. The most important one the disappearance of the central peak resulting from the vacuum Rabi splitting, and the presence of the new central peak resulting from the interaction between side peak and self emission at the same time.

**PACC:** 4250