

两个双能级原子与辐射场的喇曼相互作用

罗 振 飞 徐 至 展

中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

徐 磊

中国科学院上海原子核研究所, 上海 201800

1991 年 12 月 23 日收到

研究了两个双能级原子与单模辐射腔场的喇曼相互作用。分别计算了两个原子与光场之间具有不同耦合常数和两个原子虽与光场具有相同耦合常数但同时考虑了原子间偶极-偶极相互作用两种情形下的辐射谱。分析了两个原子与辐射场之间耦合常数的相对大小和两原子间偶极作用的计入对辐射谱的影响。

PACC: 4250, 3150

一、引 言

光与 Rydberg 原子相互作用的实验研究揭示了辐射与物质相互作用的许多量子特性, 并大大促进了量子光学的发展^[1]。一些重要的非经典特性, 如原子反转度振荡的塌缩和恢复^[2]、光场的压缩^[3]、原子单光子辐射谱在真空场中的 Rabi 劈裂^[4] 及在光子数很大时的三峰结构^[5,6] 等都得到了细致的研究。对原子的单光子辐射谱, 文献[5]计算了单个双能级原子的情形, 发现其辐射谱在光子数很大(强场)时呈现出对称的三峰结构; 文献[6]计算了两个双能级原子与光场具有相同的耦合常数但没有计及两原子之间相互作用的情形, 发现其辐射谱在光子数很大时具有与单原子情况下类似的三峰结构, 但两个边峰的高度则从中心峰高度的 1/2(单原子情形)变为中心峰高度的 3/4。

在两原子情况下, 当两个原子相距较远时, 两原子间的相互作用可以忽略; 这时两个原子可以与光场之间具有不同的耦合常数。当两个原子彼此靠得很近时, 两原子与光场之间应具有相同的耦合常数; 但应同时考虑原子之间的相互作用, 例如两原子间通过交换虚光子产生的偶极-偶极相互作用。过去, 人们一般讨论两原子与光场间具有相同的耦合常数的情形却忽略了原子间的相互作用。Joshi 等人^[7]最近的研究表明原子间的偶极作用对原子反转度的塌缩和恢复现象具有重要的贡献。本文将研究两原子与单模光场的双光子喇曼相互作用并着重讨论其辐射谱。将分析两个原子与光场间耦合常数的相对大小及原子间偶极作用的计入对辐射谱的影响。

二、两原子与光场的喇曼相互作用及辐射谱

考虑两个原子与单模腔场的共振喇曼相互作用^[7a], 即具有两简并能级 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 的原

子从一个能级通过吸收(或发射),一个光子(跃迁到一个虚能级 $|J\rangle$) 并发射(或吸收)一个共振光子跃迁到另一能级而与单模场发生的相互作用(见图 1)。在两个原子与光场之间具有不同的耦合常数或两原子与光场具有相同的耦合常数但同时计及原子间偶极作用两种情况下,“两原子-光场”系统的哈密顿量分别为

$$H_1 = \omega_0 a^\dagger a + \sum_{i=1}^2 g_i a^\dagger a (\sigma_i^\dagger + \sigma_i), \quad (1a)$$

$$H_2 = \omega_0 a^\dagger a + \sum_{i=1}^2 g a^\dagger a (\sigma_i^\dagger + \sigma_i) + g_a (\sigma_1^\dagger \sigma_2 + \sigma_2^\dagger \sigma_1), \quad (1b)$$

式中 a^\dagger 和 a 是频率为 ω_0 的光子的产生和湮没算符; σ_i^\dagger 和 σ_i 是第 i 个原子的赝自旋算符; g_i 是第 i 个原子与光场作用的耦合常数; g_a 是原子间偶极作用的耦合常数。

哈密顿量(1)式的本征方程可写为

$$1 + |\phi_i\rangle = E_i |\phi_i\rangle. \quad (2)$$

因共振喇曼过程不改变腔场中光子的数目,在下面的计算中将略去上标 n , 将 $|\phi_i\rangle (i=1,2,3,4)$ 按完备基矢 $|\phi_1\rangle = |ee, n\rangle, |\phi_2\rangle = |eg, n\rangle, |\phi_3\rangle = |ge, n\rangle, |\phi_4\rangle = |gg, n\rangle$ 展开,即

$$|\phi_i\rangle = \sum_{j=1}^4 C_{ij} |\phi_j\rangle, \quad (3)$$

并代入(2)式,可得

$$\sum_{j=1}^4 (\langle \phi_i | H | \phi_j \rangle - E_i \delta_{ij}) C_{ij} = 0. \quad (4)$$

由此可求出与(1a)和(1b)式对应的本征值和本征函数

$$E_i - n\omega_0 = (n(g_1 - g_2), -n(g_1 - g_2), n(g_1 + g_2), -n(g_1 + g_2)),$$

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5a)$$

和

$$E_i - n\omega_0 = \left(0, -g_a, \frac{g_a + \Delta}{2}, \frac{g_a - \Delta}{2} \right),$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{2ng}{\Delta \sqrt{1+g_a/\Delta}} & \frac{\sqrt{1+g_a/\Delta}}{2} & \frac{\sqrt{1+g_a/\Delta}}{2} & \frac{2ng}{\Delta \sqrt{1+g_a/\Delta}} \\ \frac{2ng}{\Delta \sqrt{1-g_a/\Delta}} & -\frac{\sqrt{1-g_a/\Delta}}{2} & -\frac{\sqrt{1-g_a/\Delta}}{2} & \frac{2ng}{\Delta \sqrt{1-g_a/\Delta}} \end{pmatrix}, \quad (5b)$$

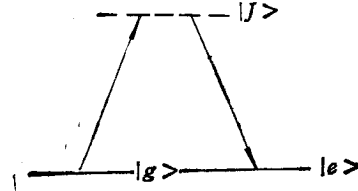


图 1 两原子与单模光场的共振喇曼相互作用
 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 是原子的两简并能级, $|J\rangle$ 是原子跃迁的中间虚能级

式中 $i, j = 1, 2, 3, 4$, $\Delta = \sqrt{g_0^2 + 16n^2g^2}$.

原子辐射谱通过下式计算^[8]:

$$\zeta(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] \times \langle \phi(0) | D^+(t') D(t) | \phi(0) \rangle, \quad (6)$$

其中 Γ 和 T 分别是谱仪带宽和测量时间; $D^+ = \sigma_1^+ + (g_2/g_1)\sigma_2^+$, $D = \sigma_1 + (g_2/g_1)\sigma_2$; $|\phi(0)\rangle$ 是“两原子-光场”系统的初态. 若初始时刻两个原子均处于 $|e\rangle$ 态且光场处于 Fock 态 $|n\rangle$ (若初始时刻光场处于任意态 $\sum_n q_n |n\rangle$), 计算的辐射谱的许多重要特征可由初始处于 Fock 态的结果看出^[8], 即 $|\phi(0)\rangle = |ee, n\rangle$, 从(3), (4), (6)式以及反变换(3)式, 得到

$$\zeta(\omega) = 2\Gamma \sum_{l=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{kl} Z_{kl}(\omega) \right|^2, \quad (7)$$

$$G_{kl} = C_{kl} \left\{ C_{l_1}^* \left[C_{l_1} + \frac{g_2}{g_1} C_{l_2} \right] + \left[C_{l_2}^* + \frac{g_2}{g_1} C_{l_1}^* \right] C_{l_1} \right\},$$

$$Z_{kl}(\omega) = \frac{\exp[-i(\omega - E_k + E_l)T] - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma - i[\omega - E_k + E_l]}.$$

从上式可知, 辐射谱中峰的位置和相对高度分别由 $\omega = E_k - E_l$ 和 $\sum_{l=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{kl} \right|^2$ 决定.

表 1 两原子与光场具有不同耦合常数时(包括 $g_2 = g_1$)的辐射谱

当 $g_2 \neq g_1$ 时		当 $g_2 = g_1$ 时	
峰 位	相对峰高	峰 位	相对峰高
0	$\frac{1 + (g_2/g_1)^2}{4}$	0	$\frac{1}{2}$
$\pm 2ng_2$	$\frac{(g_2/g_1)^2}{8}$	$\pm 2ng_1$	$\frac{3}{8}$
$\pm 2ng_1$	$\frac{1}{8}$		

表 2 两原子与光场具有相同耦合常数并计及原子间偶极作用 (g_0) 时的辐射谱(表中

$\Delta = \sqrt{g_0^2 + 16n^2g^2}$, 两边的正负号一一对应)

峰 位	相对峰高
0	$\frac{8n^2g^2}{\Delta^2}$
$\frac{g_0 \pm \Delta}{2}$	$\frac{2n^2g^2}{\Delta^2}$
$\frac{-g_0 \pm \Delta}{2}$	$\frac{1 \mp g_0/\Delta}{4}$
$\pm \Delta$	$\frac{4n^2g^2g_0^2}{\Delta^2(1 \pm g_0/\Delta)}$

利用本征解(5a)和(5b)式,求得由(1a)和(1b)式描述的“两原子-光场”系统的辐射谱的峰位和相对峰高表达式,并将结果分别列于表 1 和表 2 中。可以注意到,在表 1 中,当 g_2 从 $g_2 \neq g_1$ 趋向于 $g_2 = g_1$ 时,位于 $2ng_1$ 和 $2ng_2$ (以及 $-2ng_1$ 和 $-2ng_2$) 的两峰将合并为一峰;但由于峰高的求和特性,这个合成峰(当 $g_2 = g_1$ 时)的高度不等于合并前两峰高度之和,而必须从(7)式通过计算得到。

三、讨 论

表 1 给出辐射谱随 g_1 和 g_2 变化的关系。一般情况下,谱具有对称的 5 峰结构。当 $g_2 = 0$ 时,即单原子情况,谱显示 3 峰;左右对称的两个边峰的高度为中心峰高度的 $1/2$ 。当 g_2 从零逐渐增加到 g_1 时,位于内侧的两峰(位置为 $\omega = \pm 2ng_2$) 的峰位和峰高将逐渐接近位于外侧的两峰。当 $g_2 = g_1$ 时,即等同的 (identical) 两原子情况,谱又显示出与 $g_2 = 0$ 时相似的 3 峰结构;但左右对称的两个边峰的高度为中心峰高度的 $3/4$ 。这种单原子和双原子与光场通过双光子共振喇曼相互作用的辐射谱分别与其对应的单光子辐射谱在强场中的行为^[5,6]一致。

表 2 列出 $g_1 = g_2 = g$,且考虑原子间偶极作用(g_a)的辐射谱。一般地,谱具有不对称的 7 峰结构; $\omega \neq 0$ 的 6 峰的位置和高度随 g_a 的增大逐渐偏离左右对称性。当 $g_a = 0$ 时,辐射谱即表 1 中 $g_2 = g_1$ 情况下的 3 峰结构。

在真空场 $|0\rangle$ 中,辐射谱只剩下位于 $\omega = -g_a$ 的一个峰。显然,峰位从 $\omega = 0$ (不计 g_a 时)到 $\omega = -g_a$ 的移动来自原子间偶极作用的贡献。在强场近似下 ($n \gg 1$), 表 2 中第 4 行两峰的高度趋于零;第二、三行的 4 峰合并为关于 $\omega = 0$ 对称的两峰,且高度均为中心峰高度的 $3/4$ 。故在强场中的辐射谱与 $g_a = 0$ 时的辐射谱相同。

四、结 论

通过对两个双能级原子与单模腔场的双光子共振喇曼相互作用特别是对其辐射谱的研究,我们得到下述结论。首先,当两原子与光场具有不同耦合常数时,原子辐射谱一般显示出关于 $\omega = 0$ 对称的 5 峰结构。若腔场中只有一个原子或有两个等同原子,辐射谱呈现出相似的 3 峰结构,但原子数目的增加使峰的相对高度发生了变化。其次,在两等同原子情况下,原子间偶极作用的计入使辐射谱显示出不对称的 7 峰结构。在强场近似下,原子间偶极作用的影响可以忽略。

- [1] R. Loudon *et al.* *J. Mod. Opt.*, **34**(6/7) (1987).
- [2] J. H. Eberly, J. J. Sanchez-Mondragon and N. B. Narozhny, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 1323.
- [3] P. Meystre and M. S. Zubairy, *Phys. Lett.*, **A89**(1982), 390.
- [4] G. S. Agarwal, *J. Opt. Soc. Am.*, **B2**(1985), 480.
- [5] J. Gea-Banacloche, R. R. Schlicher and M. S. Zubairy, *Phys. Rev.*, **A38**(1988), 3514.
- [6] C. L. Chai, F. L. Li and Z. M. Zhang, *Phys. Lett.*, **A150**(1990), 85.
- [7] A. Joshi *et al.*, a) *J. Mod. Opt.*, **38**(1991), 1407; b) *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 2135.
- [8] J. H. Eberly and K. Wodkiewicz, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**(1977), 1252.

RAMAN INTERACTION OF A PAIR OF TWO-LEVEL ATOMS WITH A RADIATION FIELD

LUO ZHEN-FEI XU ZHI-ZHAN

Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800

XU LEI

Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai 201800

(Received 23 December 1991)

ABSTRACT

The Raman interaction of a pair of two-level atoms with the radiation field is studied. The emission spectra for two interacting processes are calculated in which either two atoms couple to the field with different constants or with the same constant but at the same time the dipole-dipole interaction between two atoms being included in the consideration. The effect of the relative value of two atom-field coupling constants and also that of atomic dipole-dipole interaction on the emission spectra are analyzed.

PACC: 4250; 3150