

储存环型自由电子激光器光场混沌的控制*

王文杰[†] 王光瑞[‡] 陈式刚

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

[†](中国工程物理研究院研究生部, 北京 100088)

[‡](中国科学院国际材料物理中心, 沈阳 110015)

(1994 年 4 月 21 日收到)

用唯象理论模型讨论了储存环型自由电子激光器光场混沌的控制问题. 提出了一种控制非自治常微分方程系统混沌的方法, 即“拍方法”. 理论分析和数值计算结果都表明: 当在激光共振腔内引入一个弱周期控制光场时, 随着控制光场振幅和周期的改变, 激光强度随时间的变化可以由混沌的变为周期的. 相应的最大 Lyapunov 特征指数由正数变为负数. 进一步的研究还发现: 只有当控制光场的周期是腔内原有增益调制周期的整数倍时, 光场混沌才能被控制住. 也就是说, 这种加一个“拍函数”的控制混沌方法实际上是一种无反馈的共振方法. 另外, 通过引入“演化算符本征值”的概念, 给出了确定最佳“拍击”位置的方法.

PACC: 4255T; 0540

1 引 言

自由电子激光(以下简记为 FEL) 中的混沌现象近年来已开始受到人们的重视^[1-4]. 由于 FEL 是一个非线性的光子—电子相互作用系统, 因此存在着电子轨道混沌运动和光场混沌两方面的问题. 其中光场的性质直接关系到 FEL 输出光束的质量, 是 FEL 理论中最为关注的. 早在 1985 年前后, Billardon 等^[5]在 Orsay 的储存环型 FEL 振荡器(以下简记为 SRFEL) 实验中发现: 通常实际测到的输出光场并不象理论所预期的那样为连续的, 而是脉冲状的. 只有在少数情况下才能得到连续的激光输出. 为了解释出现这种现象的原因, Billardon 利用一个唯象模型分析了 SRFEL 光场的性质, 指出: 当激光共振腔内加上一个弱周期振荡的增益调制时, 调制参数的变化可以使光场强度经过倍周期分叉进入混沌过程, 同时光场具有周期或非周期脉冲时间结构^[6-7]. 在此基础上, 本文作者曾仔细讨论过不同类型的增益调制函数对输出光场时间结构的影响, 并且讨论了调制参数空间中较大范围内系统的分叉结构^[8].

光场混沌现象的存在使得 FEL 输出光束的质量下降, 并且频谱也变得更宽了. 因此如何有效地抑制光场混沌, 是一个很有实际意义的课题. 1991 年, Iracane 和 Bamas^[9]

* 国家自然科学基金和国家基础性研究重大项目“非线性科学”资助的课题.

提出了一个利用双频摇摆器(简记为 TFU) 来提高 FEL 光谱单色性的方案, 并且指出这种方法的有效性可能与控制混沌理论有关系。本文的出发点则是直接利用控制混沌的方法来控制 FEL 光场混沌, 从而得到所需要的输出光谱。目前, 已经提出来的控制混沌方法有几种^[10-14]。其中 Ott 等^[10]的方法(即 OGY 方法) 主要是针对离散系统的。而 Lima 等^[11]、Braiman 等^[12]以及后来的 Chacón 等^[13]的方法则是针对连续系统的。本文所采用的是作者之一陈式刚等^[14]提出的“拍方法”。这是一种无反馈方法, 并且已经证明对离散映象系统有效。

以下首先将要简单介绍一下描述 SRFEL 的唯象理论模型。然后将讨论如何利用“拍方法”来得到稳定的周期脉冲输出光场。从中可以看出, 这种“拍方法”实际上是一种共振方法。最后通过引进“演化算符本征值”的概念, 来解决在相轨道什么位置加“拍击”较好的问题。

2 基本方程

采用文献[6]中的唯象模型来描述 SRFEL 系统:

$$\begin{aligned} dI/dt &= I(g - p)/\theta + i_b(t), \\ d(\sigma^2)/dt &= -(2/\tau_s)(\sigma^2 - \sigma_0^2) + \alpha I, \\ g &= g_0 \exp[-k(\sigma^2 - \sigma_0^2)][1 + F(t)], \\ \alpha &= \alpha(\sigma^2 - \sigma_0^2), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 I 为激光共振腔内的光场强度; σ^2 为约化电子束方均能散度, $\sigma = \Delta E/E_0$, 其中 E 为电子能量, E_0 为 E 的平均值, 而 ΔE 为 E 的方均根值; σ_0^2 是没有光场时的平衡电子束方均能散度; θ 为光场在腔内两次放大间隔时间, 它与储存环内电子脉冲的回转周期相同; g 和 p 分别为激光共振腔内的光场增益系数和损耗率; τ_s 为 σ^2 衰减到 σ_0^2 的特征时间; αI 项表示由光场引起的电子束能散度的增大 ($\alpha > 0$), 且 α 是 $\sigma^2 - \sigma_0^2$ 的函数; $i_b(t)$ 则表示为控制 SRFEL 光场混沌而在共振腔内外加的控制光场随时间的变化率。另外, 增益系数 g 的表达式中各量意义如下: g_0 为无场平衡增益系数; $1/k$ 为导致 g 指数下降的电子束方均能散度的特征量; $F(t)$ 为增益调制项。

不难看出, 方程(1)与通常利用原子、分子不同能级之间受激跃迁的激光器的速率方程意义相同, 是一个唯象方程。它能够较好地描述一般的 FEL 振荡器。这是因为: 从目前的理论和实验研究结果来看, 一方面光场随时间的增长率总是等于腔内增益与损耗速率之差; 而另一方面光场的增长又总是使电子束能散度进一步增大, 从而使腔内增益系数降低。

在没有外加控制光场的情况下, $i_b(t) = 0$ 。而若忽略掉增益 g 中的调制项 $F(t)$, 则当 I 和 σ^2 都不随时间变化时, 就得到 SRFEL 连续光场工作状态下的饱和条件。此时有: $dI/dt|_{\Sigma=\Sigma_0} = 0$, $d\Sigma/dt|_{\Sigma=\Sigma_0} = 0$, 其中 $\Sigma \equiv \sigma^2 - \sigma_0^2$ 。将 g 和 α 在 $\Sigma = \Sigma_0$ 处展开并代入方程(1), 立即得到

$$\begin{aligned} d\hat{I}/dt &= (1/\tau_0)\hat{I}[1 - \hat{\Sigma} + (1 + \beta - \hat{\Sigma})F(t)] + \hat{i}_b(t), \\ d\hat{\Sigma}/dt &= (2/\tau_s)(\hat{I} - \hat{\Sigma}), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\tau_0 \equiv \theta/(g_0 - p)$, $\beta \equiv 1/k\Sigma_0$, $\hat{I} = \tau_0 \alpha(\Sigma_0) I / 2\Sigma_0$, $\hat{\Sigma} = \Sigma / \Sigma_0$, $\hat{i}_b(t) = \tau_0 \alpha(\Sigma_0) i_b(t) / 2\Sigma_0$. (2)式是一个二维非自治常微分方程组.

3 无外加腔内控制光场 ($\hat{i}_b(t)=0$) 时 SRFEL 的行为

如果令 $\hat{i}_b(t)$ 为零,那么方程(2)描述的是一个没有外加腔内控制光场的 SRFEL 系统. 此时该方程解的性质与增益调制项 $F(t)$ 的具体形式有关. 文献[8]中已经证明: 当取 $F(t) = Am \sin(Qt)$ 时,随着调制参数 Am 和 Q 的改变, 方程(2)的解会出现经过倍周期分叉到混沌的过程. 例如,取 $\tau_0 = 5\text{ms}$, $\tau_s = 200\text{ms}$, $\beta = 135.63$, $Q = Q_R \equiv (2/\tau_0\tau_s - 1/\tau_s^2)^{1/2}$, 则当 Am 取为 0.00400, 0.00500, 0.00510, 0.00514, 0.00516 时, 由方程(2)分别得到一周期、二周期、四周期、八周期、及混沌解^[8]. 图 1 给出 $Am = 0.00516$ 时数值求解方程(2)得到的相空间轨道 $\hat{\Sigma}-\hat{I}$. 它是一个混沌解,其两个 Lyapunov 特征指数分别为 $\lambda_1 = 4.44 \times 10^{-4}$, $\lambda_2 = -6.25 \times 10^{-4}$ ^[8,15].

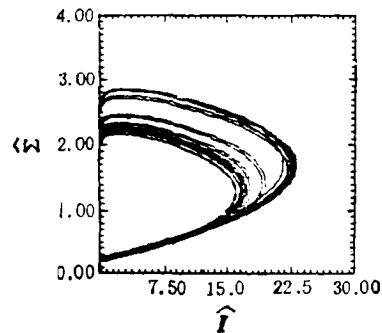


图 1 无腔内控制光场时的相轨道 $\hat{\Sigma}-\hat{I}$ $\tau_0 = 5\text{ms}$; $\tau_s = 200\text{ms}$; $\beta = 135.63$;
 $Q = Q_R \equiv (2/\tau_0\tau_s - 1/\tau_s^2)^{1/2}$; $Am = 0.00516$

4 有外加腔内控制光场 ($\hat{i}_b(t) \neq 0$) 时 SRFEL 的行为

当 $\hat{i}_b(t)$ 不为零时,方程(2)描述的是有外加腔内控制光场的 SRFEL 系统. 此时控制函数 $\hat{i}_b(t)$ 的具体形式将直接影响到对 SRFEL 光场混沌的控制效果. 实际上, 对于一般的二维非自治常微分方程系统, 通常可以通过加一个弱周期振荡项的办法来达到控制混沌的目的. 这一点在文献[11]和[12]中已经被讨论过. 这里所采用的是陈式刚等提出的“拍方法”, 即将 $\hat{i}_b(t)$ 取成周期脉冲型函数

$$\hat{i}_b(t) = \varepsilon_b \sum_{n=0}^{\infty} \delta((t - t_0) - n\tau_b). \quad (3)$$

适当选取控制参数 t_0 , ε_b , 及 τ_b 的值, 可以控制住方程(2)的混沌轨道, 得到周期解. 这种方法在离散映象系统中已经被证明是可行的^[14].

进一步讨论之前, 先简单介绍一下有关非线性常微分方程系统控制混沌的工作. 在

Ott 等提出主要针对非线性映象系统的控制混沌方法之前, 有关非线性常微分方程系统控制混沌问题的研究工作就已经开始进行了, 这就是 Lima 等^[11]的工作。在文献[11]中, Lima 等以 Duffing-Holmes 方程为例, 指出可以通过共振参数扰动的办法来抑制混沌运动。与 Ott 等的方法不同, Lima 等的方法是一种无反馈方法, 其关键是在参数上加弱周期振荡扰动。当扰动项频率与原方程强迫项频率成整数倍关系时, 就有可能控制住系统的混沌运动。从这一点上看, 这是一种共振方法。Braiman 等在 1991 年提出的控制混沌方法与 Lima 等的稍有不同, 其特点是所加的弱周期振荡扰动项与原方程的强迫项是并列的, 只是要比原来的强迫项弱得多^[12]。

相比之下, 本文的“拍方法”从物理原理上看更简单一些。从方程(2)和(3)不难看出, 由于将控制函数 $i_b(t)$ 取成周期脉冲型函数, 因此光场强度 I 每隔时间 τ_b 受到一次“拍击”, 增加 ε_b 。而在两次“拍击”之间, I 随时间的演化相当于方程(2)取 $i_b(t) = 0$ 的情况。适当选取方程(2)中的各个参数, 使方程在 $i_b(t) = 0$ 时的解为混沌的。这样由于混沌轨道的遍历性, 从初始点 $A(I_A, \Sigma_A)$ 出发的轨道, 总会回到初始点邻域内的一点 $B(I_B, \Sigma_B)$ 。并且存在这样的 B 点: 满足条件 $\Sigma_B = \Sigma_A$, 如图 2(a)。从直观上来讲, 如果此时对 I “拍击”一下, 使 $d \equiv I_A - I_B = \varepsilon_b$, 则轨道变成了封闭的周期轨道, 如图 2(b) 所示。也就是说, 只要 τ_b 正好等于从点 A 开始沿轨道变化到点 B 所需的时间, 就可以通过调节 ε_b 的大小来达到控制混沌的目的。值得注意的是, 由于轨道可以多次通过初始点 A 的邻域, 因此可以在 ε_b 的一个小区间内得到周期数相同的解。另外, 不同周期数的解是这样出现的: 倘若从初始点 $A(I_A, \Sigma_A)$ 出发的轨道第一次回到初始点邻域内一点 $B(I_B, \Sigma_B)$ 的时间是 T , 并且当 $\tau_b = T, \varepsilon_b = I_A - I_B$ 时, 刚好得到一周期解。那么取 $\tau_b = mT, \varepsilon_b = I_A - I_{m+1}$, 就会得到 m 周期解。这里 I_{m+1} 为轨道第 m 次回到初始点邻域时的 I 值。在同样的 $\tau_b = T$ 情况下, 也可以得到高于一周期的周期解, 不过此时 ε_b 的值不能简单地写出来。从以上讨论可以看出, 这种“拍方法”要求 τ_b 为 T 的整数倍, 因此这相当于一种共振。由于本文讨论的方程(2)是一个非自治方程, 因此可以很容易地从 $I-t$ 曲线得到

$$T = 2T_R \equiv 4\pi/\Omega_R. \quad (4)$$

这里 T_R 为强迫项周期。也就是说控制参数 τ_b 很容易确定。

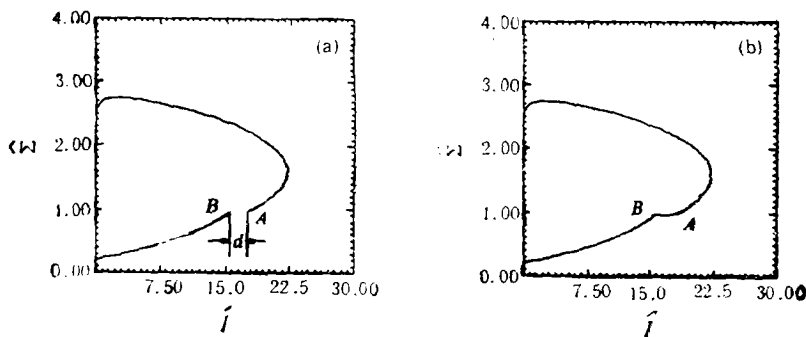
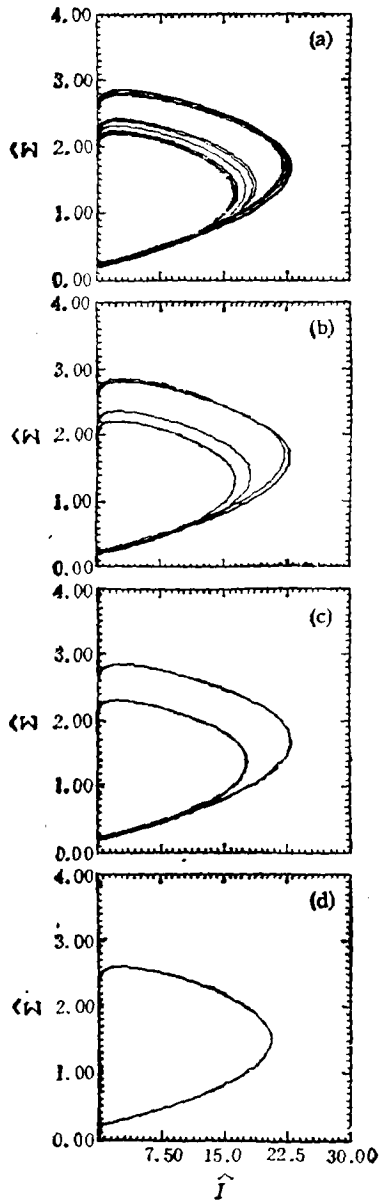
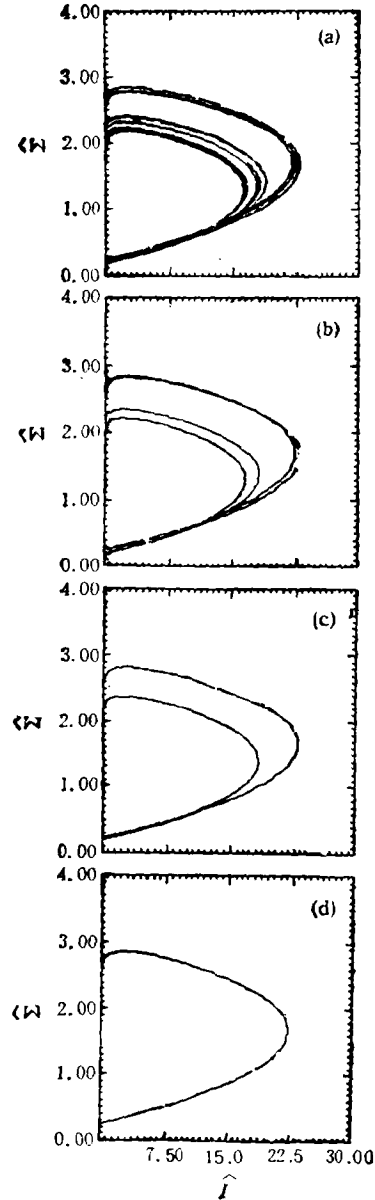


图 2 (a) 未加“拍击”时从 A 点出发到 B 点的混沌轨道“片段”;
(b) 加“拍击”后, 得到封闭的一周期轨道

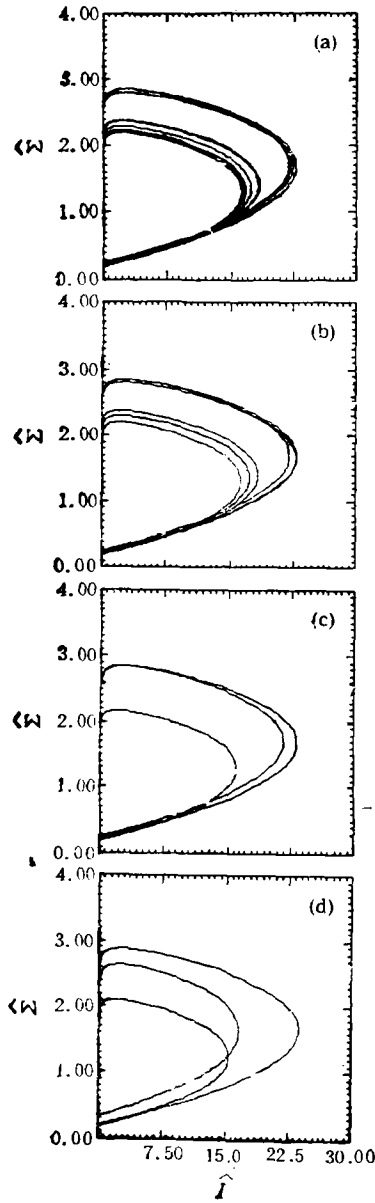
图3 $\tau_0 = 0, \tau_b = 1T_R$ 时不同 ε_b 得到的 $\hat{I}-\langle \dot{x} \rangle$ 相图

- (a) $\varepsilon_b = 5.0 \times 10^{-11}$, 混沌解;
 (b) $\varepsilon_b = 5.0 \times 10^{-10}$, 四周期解;
 (c) $\varepsilon_b = 3.0 \times 10^{-9}$, 二周期解;
 (d) $\varepsilon_b = 2.0 \times 10^{-8}$, 一周期解

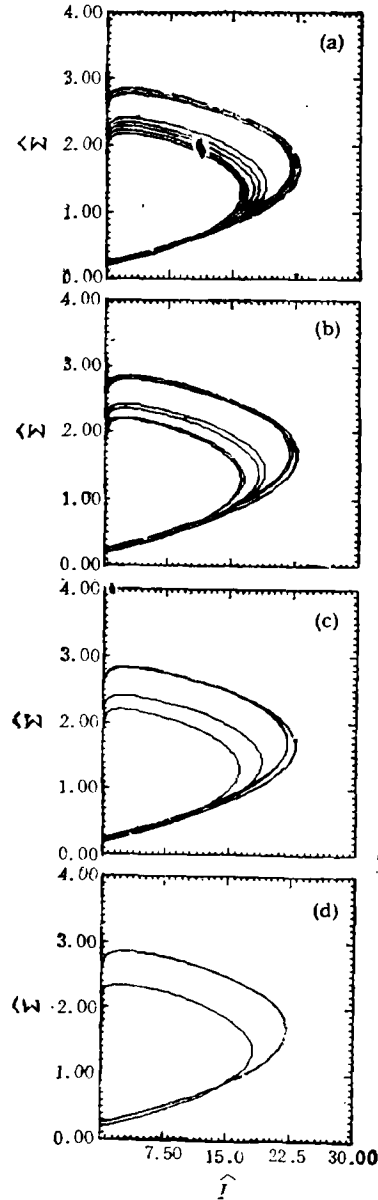
图4 $\tau_0 = 0, \tau_b = 2T_R$ 时不同 ε_b 得到的 $\hat{I}-\langle \dot{x} \rangle$ 相图

- (a) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-8}$, 混沌解;
 (b) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-6}$, 四周期解;
 (c) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-5}$, 二周期解;
 (d) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-2}$, 一周期解

考虑 $\tau_0 = 0$ 的情况。分别取 τ_b 为 $1T_R, 2T_R, 3T_R$, 及 $4T_R$, 数值求解方程 (2)。结果表明, 对于每一个 τ_b 值, 当 ε_b 变化时, 可以得到不同周期的周期解, 如图 3—6 所示。这一点与前面的讨论完全一致。另外还可以看出, 对于同一个 τ_b 值, 当 ε_b 由小到大变化时, 最先出现的总是高周期解, 然后才是周期数较低的解。而且由高周期解到低周期

图5 $t_b = 0, \tau_b = 3T_R$ 时不同 ε_b 得到的 $\langle \omega \rangle - \hat{I}$ 相图

- (a) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-10}$, 混沌解;
 (b) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-5}$, 六周期解;
 (c) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-7}$, 三周期解;
 (d) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-9}$, 三周期解

图6 $t_b = 0, \tau_b = 4T_R$ 时不同 ε_b 得到的 $\langle \omega \rangle - \hat{I}$ 相图

- (a) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-6}$, 混沌解;
 (b) $\varepsilon_b = 3.0 \times 10^{-4}$, 八周期解;
 (c) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-3}$, 四周期解;
 (d) $\varepsilon_b = 1.0 \times 10^{-2}$, 二周期解

解构成一个倒着的倍周期分叉结构。这一点是容易理解的,因为在去掉控制光场项 $i_b(t)$ 的情况下,高周期解对应的调制参数总是比低周期解对应的调制参数更靠近混沌轨道对应的参数。所以一旦加了控制光场,总是高周期解首先出现的。如果控制参数 ε_b 非常小,那么就有可能控制不住混沌运动,得不到周期解。图7给出 τ_b 取不同值时系统的 Lyapunov 指数 λ_1 与 λ_2 随 ε_b 的变化情况。不难看出,对于能够控制住光场混沌的参数值 ε_b ,

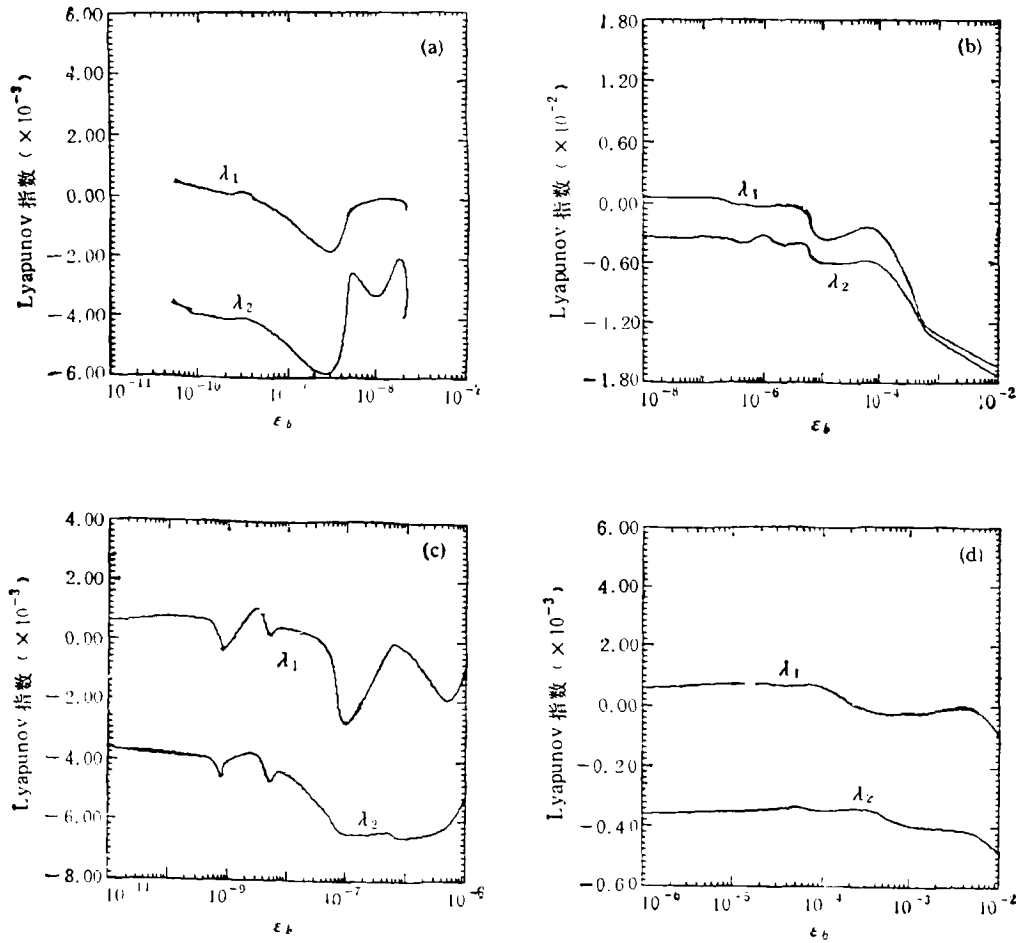


图7 $t_0 = 0$, τ_b 取不同值时 Lyapunov 指数 λ_1 与 λ_2 随 ε_b 的变化情况
 (a) $\tau_b = 1T_R$; (b) $\tau_b = 2T_R$; (c) $\tau_b = 3T_R$; (d) $\tau_b = 4T_R$

有 $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ 。这进一步证明利用“拍方法”确实能够达到控制非自治常微分方程系统混沌的目的。

对于 $t_0 \neq 0$ 的情况, 需要根据 t_0 的大小来适当调节 ε_b 的值, 才能得到稳定的周期解。实际上, 取不同的初始位相 t_0 相当于在相轨道的不同位置上加“拍击”。由于通常情况下都希望能够以较小的扰动来达到控制混沌的目的(见文献[10—14]), 因此有必要研究在相轨道的什么位置加“拍击”最好。也就是说, 为了使能够控制住方程(2)混沌运动的 ε_b 较小, t_0 应该取什么值。下面以 $\tau_b = 2T_R$ 为例来讨论这个问题。

首先必须弄清楚的是: 能够用“拍方法”稳定下来的混沌轨道“片段”应该满足什么条件。粗略地说, 如果一条混沌轨道“片段”附近的其它轨道“片段”都有逐渐向它靠近的趋势, 那么这条轨道“片段”就是稳定的。当加上“拍击”而使它变成封闭轨道以后, 就可以得到一条稳定的周期轨道。为了判断一条轨道“片段”是否稳定, 这里引入“演化算符本征值”的概念, 并以它的大小作为判断依据。具体做法是: 首先以相轨道上的初始点

$(\hat{I}_1, \hat{\Sigma}_1)|_{t=t_1}$ 为原点, 选取两个正交的小矢量 $(\delta\hat{I}_1(1), \delta\hat{\Sigma}_1(1))$ 和 $(\delta\hat{I}_1(2), \delta\hat{\Sigma}_1(2))$ 。然后将方程(2)由 $(\hat{I}_1, \hat{\Sigma}_1)|_{t=t_1}$ 点积分一步到点 $(\hat{I}_2, \hat{\Sigma}_2)|_{t=t_2}$, 相应地将两个小矢量的端点积分到以 $(\hat{I}_2, \hat{\Sigma}_2)|_{t=t_2}$ 为原点的矢量 $(\delta\hat{I}_2(1), \delta\hat{\Sigma}_2(1))$ 和 $(\delta\hat{I}_2(2), \delta\hat{\Sigma}_2(2))$ 的端点。为了保证小矢量为无穷小, 积分其端点时用方程(2)在点 $(\hat{I}_1, \hat{\Sigma}_1)|_{t=t_1}$ 处的线性化方程。重复上述过程, 直到所得到的相空间点 $(\hat{I}_n, \hat{\Sigma}_n)|_{t=t_n}$ 满足关系 $t_n - t_1 = 2T_R = \tau_b$ 。此时两个小矢量变成了 $(\delta\hat{I}_n(1), \delta\hat{\Sigma}_n(1))$ 和 $(\delta\hat{I}_n(2), \delta\hat{\Sigma}_n(2))$ 。如果在初始点将正交小矢量选成 $(\delta\hat{I}_1(1), \delta\hat{\Sigma}_1(1)) = (1, 0)$, $(\delta\hat{I}_1(2), \delta\hat{\Sigma}_1(2)) = (0, 1)$, 那么由方程

$$\begin{pmatrix} \delta\hat{I}_n \\ \delta\hat{\Sigma}_n \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \delta\hat{I}_1 \\ \delta\hat{\Sigma}_1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

可以立即求出矩阵 T :

$$T = \begin{pmatrix} \delta\hat{I}_n(1) & \delta\hat{I}_n(2) \\ \delta\hat{\Sigma}_n(1) & \delta\hat{\Sigma}_n(2) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

容易求出矩阵 T 的本征值 L_{\pm} 为

$$L_{\pm} = \frac{1}{2} [(\delta\hat{I}_n(1) + \delta\hat{\Sigma}_n(2)) \pm [(\delta\hat{I}_n(1) - \delta\hat{\Sigma}_n(2))^2 + 4\delta\hat{\Sigma}_n(1)\delta\hat{I}_n(2)]^{1/2}]. \quad (7)$$

我们将 L_{\pm} 称为“演化算符本征值”, 它体现了相空间一条轨道“片段”从整体上是吸引还是排斥其周围的其它轨道“片段”。实际上, 由 L_{\pm} 的模的最大值 $|L_{\pm}|_{\max}$ 就可以判断出轨道“片段”的性质。当 $|L_{\pm}|_{\max} \leq 1$ 时, 从初始点出发的小矢量沿相轨道“片段”转一周 ($t = 2T_R$) 后, 其长度将变小(或不变), 因此相轨道邻域内的点将被吸引而逐渐靠近这条相轨道“片段”(或与其保持不变的距离)。这表明该相轨道“片段”是稳定的。反之, 如果

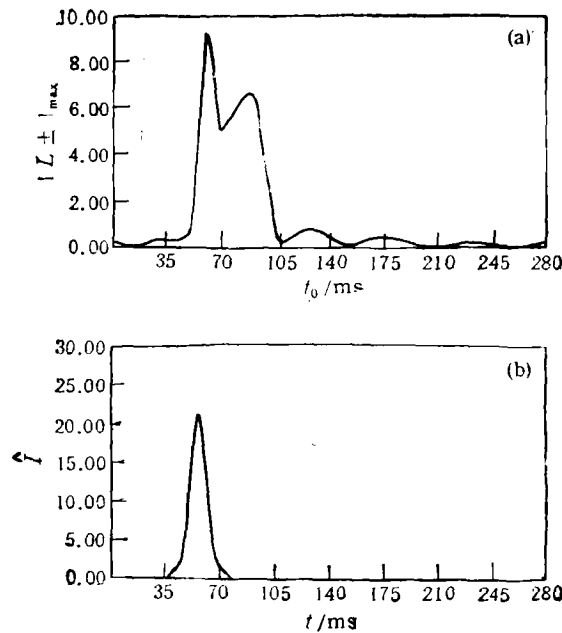


图8 (a) $|L_{\pm}|_{\max}$ 随 t_0 的变化曲线; (b) $\hat{I}-t$ 曲线

$|L_{\pm}|_{\max} > 1$, 那么从初始点出发的小矢量沿相轨道“片段”转一周之后其长度将变大, 因此相轨道邻域内的点将被排斥而逐渐离开这条相轨道“片段”。此时该相轨道“片段”是不稳定的。由以上讨论可知, $|L_{\pm}|_{\max} \leq 1$ 就是能够用“拍方法”稳定下来的混沌轨道“片段”所要满足的条件。

有了“演化算符本征值”的概念, 就可以确定出使能够控制住方程(2)混沌运动的 ε_b 较小的 τ_0 值。图 8(a) 给出 $|L_{\pm}|_{\max}$ 随 τ_0 的变化曲线。参照图 8(b) 的 $\dot{I}-t$ 曲线不难看出: 当 \dot{I} 较大时, $|L_{\pm}|_{\max}$ 基本上都大于 1。此时用“拍方法”得不到稳定的周期解。而当 \dot{I} 很小时, $|L_{\pm}|_{\max} < 1$, 此时可以得到稳定的周期解。从图 8(a) 还可以看出, 当 $\tau_0 < 20.0\text{ms}$ 或 $\tau_0 > 200.0\text{ms}$ 时, $|L_{\pm}|_{\max}$ 都比较小。因此在这些位置上加“拍击”可以使控制参数 ε_b 较小些。

5 结 论

至此, 本文利用唯象理论模型讨论了控制 SRFEL 光场混沌的问题。提出了一种控制非自治常微分方程系统混沌的方法, 即“拍方法”。这种方法相当于在混沌轨道上取一个稳定的“片段”, 然后通过加上一个对光场强度 \dot{I} 的“拍击”来使它变成封闭的周期解。数值模拟结果表明: 随着控制参数 ε_b 和 τ_b 的改变, 光场强度 \dot{I} 随时间的变化可以由混沌的变为周期的, 相应的最大 Lyapunov 特征指数由正数变成负数。本文的研究结果表明: 控制参数 τ_b 必须是原有腔内增益调制周期 T_R 的整数倍, 才能控制住 SRFEL 的光场混沌。也就是说, 本文的“拍方法”是一种无反馈的共振方法。通过引入“演化算符本征值”的概念, 本文进一步讨论了在相轨道不同位置加“拍击”时, 控制参数 ε_b 与加“拍击”位置的关系, 从而解决了在什么位置加“拍击”较好这一问题。

- [1] S. Riyopoulos and C. M. Tang, *Phys. Fluids*, **31**(1988), 3387.
- [2] C. Chen and R. C. Davidson, *Phys. Rev.*, **A43**(1991), 5541.
- [3] G. Spindler and G. Renz, *Phys. Fluids*, **B3** (1991), 3517.
- [4] S. J. Hahn and J. K. Lee, *Phys. Lett.*, **A176** (1993), 339.
- [5] M. Billardon, P. Elleaume, J. M. Ortega C. Bazin, M. Bergher, M. Velghe, D. A. G. Deacon and Y. Petroff, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-21** (1985), 805.
- [6] M. Billardon, *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990), 713.
- [7] M. Billardon, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A304**(1991), 37.
- [8] 王文杰、王光瑞、陈式刚, 计算物理, (待发表).
- [9] D. Iracane and P. Bamas, *Phys. Rev. Lett.*, **67**(1991), 3086.
- [10] E. Ott, C. Grebogi and J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.
- [11] R. Lima and M. Pettini, *Phys. Rev.*, **A41** (1990), 726.
- [12] Y. Braiman and I. Goldhirsch, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 2545.
- [13] R. Chacón and J. Diaz Bejarano, *Phys. Rev. Lett.*, **71**(1993), 3103.
- [14] Yan-xiang Cheng, Shi-gang Chen and Guang-rui Wang, “Controlling Chaos Using a Periodic Pulse”, to be published.
- [15] 陈式刚, 映象与混沌(北京: 国防工业出版社, 1992), 第 19 页.

CONTROLLING THE OPTICAL FIELD CHAOS IN STORAGE RING FREE-ELECTRON LASERS

WANG WEN-JIE[†] WANG GUANG-RUI[‡] CHEN SHI-GANG

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088)

[†] *(Graduate School of China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088)*

[‡] *(International Center for Material Physics, Academia Sinica, Shenyang 110015)*

(Received 21 April 1994)

ABSTRACT

The controlling of optical field chaos in a storage ring free-electron laser oscillator is discussed by using a phenomenal model. A novel method (which is called the "beating method") of controlling chaos in a nonlinear dynamical system described by nonautonomous ordinary differential equations was developed. The result of theoretical analysis and numerical simulation shows that the optical field chaos in a storage ring free-electron laser oscillator can be suppressed and a periodic laser intensity can be obtained when a weak periodic control field is added to the optical cavity. The validity of this method of eliminating chaos is confirmed by the fact that the leading Lyapunov characteristic exponent of the system changes from a positive real number to a negative one. A further research is carried out, and it is found that only when the period of the control field equals to an integral multiple of that of the gain modulation in the optical cavity can the optical field chaos be suppressed. This means that the "beating method" of controlling chaos is a kind of resonant method. A way to determine the "best beating position" in the phase trajectory has also been obtained.

PACC: 4255T; 0540