

等温环境中激光惯性约束聚变冷冻靶丸 内部液氢层分布*

唐永建¹⁾ 赵永宽¹⁾ 蒋伟阳¹⁾ 朱正和²⁾ 刘元琼¹⁾

¹⁾(西南核物理与化学研究所, 绵阳 919 信箱, 绵阳 621900)

²⁾(四川大学原子与分子物理研究所, 成都 610065)

(1999 年 3 月 16 日收到; 1999 年 4 月 11 日收到修改稿)

叙述了低温等温情况下, 重力和界面张力平衡的激光惯性约束聚变靶丸内表面液氢层分布的 Young-Laplace (YL) 方程. 为了得到靶丸壳内连续液氢层分布的有效解, 考虑了液体与固体(衬底)分子间的 London-van der Waals 力以及该力的迟滞影响. 计算结果表明, 只有在靶丸内部引力为零或者固体液体分子间的 London 常量为无穷大时, 才能得到等温环境中有均匀厚度的连续液氢层.

PACC: 2890; 4710; 6810

1 引 言

下世纪初, 激光惯性约束聚变(ICF) 研究有望进行点火演示, 其中最重要的靶型就是低温冷冻靶^[1,2], 该技术的核心是解决固体或液体氢同位素燃料在靶丸内部均匀分布的问题, 而等温环境下 ICF 冷冻靶丸内液氢分布究竟是什么样, 它将受到哪些因素的影响? 本文针对这一问题进行考查, 得到了符合实验现象的理论结果.

通常情况下, 描述靶丸内部液氢层分布的 Young-Laplace (YL) 方程^[3,4], 除了使用的数学方法稍有差别外, 最后得到的结果类似于文献[5]中的方程. 然而, 当任意给定接触角对 YL 方程进行数值求解时, 零接触角无解. 实际情况中, 由于液体氢与靶丸壳(如玻璃)存在一个零接触角^[6], 所以普通的 YL 方程不适合于描述靶丸内部液氢层分布形状. 为此, 我们在 YL 方程中分别考虑了液体和固体分子间的吸引力, 即 London-van der Waals 力以及该力的迟滞效应修正. 最终给出了与实际情况一致的数值解.

2 靶丸内部液氢层分布的 Young-Laplace 方程

下面将根据最小能量原理, 建立充气冷冻靶丸内部气液界面轮廓的微分方程. 这里所考虑的坐标系统为 (x, y) 直角坐标系统. 设 y 轴与重力平行, 气液界面的轮廓为 y 轴对称. 则充气冷冻靶丸系统中的主要能量来源分别由重力、气液、固液和气固的界面张力组

* 国家自然科学基金(批准号: 59776046)资助的课题.

成, 于是重力能(E_g)、气液、固液、气固界面张力能 E_{lv} , E_{sl} , E_{sv} 分别表示如下:

$$E_g = (\rho_l - \rho_v) g \int_{v_1} y dV = 2\pi \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{2} (\rho_l - \rho_v) gy [R_i^2 - (y - R_i)^2 - x^2] dy, \quad (1)$$

$$E_{lv} = \gamma_{lv} \int_{S_{lv}} dS = 2\pi \int_{y_1}^{y_2} \gamma_{lv} x \left[1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \right]^{1/2} dy, \quad (2)$$

$$E_{sl} = \gamma_{sl} \int_{S_{sl}} dS = 2\pi \int_{y_1}^{y_2} \gamma_{sl} R_i dy, \quad (3)$$

$$E_{sv} = \gamma_{sv} \int_{S_{sv}} dS = \text{constant} - 2\pi \int_{y_1}^{y_2} \gamma_{sv} R_i dy, \quad (4)$$

式中 g 为重力加速度; ρ 为质量密度; γ 表示界面张力; R_i 为靶丸内半径; V 为体积; S 是界面面积; 下标 l, v, s 分别表示液体、气体、固体。

上述变量将受到靶丸内液体体积的限制, 当靶丸温度和充气压给定后液体体积保持为一个常量时, 其表达式为

$$V_l = \text{constant} + 2\pi \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{2} [R_i^2 - (y - R_i)^2 - x^2] dy. \quad (5)$$

通过把方程(1)–(5)组合起来并代入 Euler 方程^[7], 得到

$$\frac{d^2 x}{dy^2} \left[1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \right]^{-3/2} - x^{-1} \left[1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \right]^{-1/2} = - \frac{(\rho_l - \rho_v) gy + \lambda_l}{\gamma_{lv}}. \quad (6)$$

从上式中可以看出, λ_l 具有确切的物理意义, 即重力不存在时液体的内部压力. 如果用记号“~”表示下面的变量为无量纲的量, 并设

$$\tilde{x} = \frac{x}{R_i}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{R_i}, \quad \alpha = \frac{\lambda_l R_i}{\gamma_{lv}}, \quad \beta = \frac{(\rho_l - \rho_v) g R_i^2}{\gamma_{lv}}, \quad (7)$$

于是得到方程(6)的无量纲形式为

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{d\tilde{y}^2} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-3/2} - \tilde{x}^{-1} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-1/2} = - (\alpha + \beta \tilde{y}). \quad (8)$$

要封闭这个系统, 需要定义两个端点的条件, 即液体表面轮廓的 y 轴对称条件和接触角条件^[7], 就是说气液界面始终处于靶丸壳内表面. 于是, 沿固-液-气接触线, 下面的方程必须被满足:

$$\left[\Pi + [- (y - 1) x^{-1} - x'] \frac{\partial \Pi}{\partial x'} \right]_{x=x_2, y=y_2} = 0, \quad x' = \frac{dx}{dy}. \quad (9)$$

不难证明该方程等于 Young 方程, 此时接触角为

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{sv} - \gamma_{sl}}{\gamma_{lv}}, \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} (\rho_l - \rho_v) gy [R_i^2 - (y - R_i)^2 - x^2] + \gamma_{lv} x [1 + (x')^2]^{1/2} \\ & + R_i (\gamma_{sl} - \gamma_{sv}) + \frac{1}{2} \lambda_l [R_i^2 - (y - R_i)^2 - x^2]. \end{aligned}$$

方程(10)的解以给定接触角为条件, 并假定: 1) 气液界面张力为常数; 2) 液体假定为不

可压缩流体,且气液界面张力形成的蒸气压影响可以忽略;3) 在气-液-固接触线上,应用横截性条件还原的 young 方程,只对球坐标系适用,即在这个坐标系统中,固体表面是轴

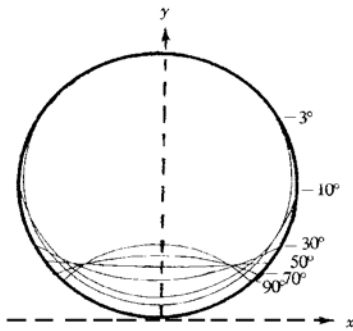


图1 方程(8)在不同接触角时的解

向对称的且重力方向平行于对称轴.同时也假定接触线是理想状态的接触线.

于是,可得到图1所示的计算结果.其中靶丸壳由玻璃材料组成,内半径为 $100 \mu\text{m}$, 壁厚度为 $3 \mu\text{m}$, 放置在 24 K 温度场下,球内气体为氦气,液氦体积为 $3.4 \times 10^{-7} \text{ cm}^3$.

从图1中可以清楚地看到,液体、固体、气体之间的接触线的位置随着输入接触角的减小而上升.这是因为接触角越小,液体湿润的面积就越大,当接触角为零时,液体将湿润整个靶丸的内表面,这样就形成了一个完全由液体层包围的气泡.但是,由方程(8)得不到零接触角的解.因此,下面将考虑液体与固体界面分子间的吸引力.

3 考虑分子吸引力的 Young-Laplace 方程

分子中存在的长程作用力,即 Van der Waals 力,这种力表现为四种形式,分别是: Debye 诱导力; Keesom 取向力; London 色散力; Margenau 力.因为氢与靶丸壳(玻璃)分子都是无极性中性分子,所以本文只考虑 London 色散力.

图2画出了计算中采用的坐标系,在点 P_m 处的氢分子与固体壁中所有分子间的 London-van der Waals 力引起的能量表达式为

$$E_p(r) = N \int_{vs} U(d_m) dv, \tag{11}$$

式中 $U(d_m)$ 为 London 势,表示为: $U(d_m) = -B_{hs}d_m^{-6}$; N 为分子密度; B_{hs} 代表燃料氢与固体分子间的 London 常量; d_m 为固体分子与 P_m 点氢分子间的距离.

由于系统是角对称的,所以(11)式可以写成

$$E_p(r) = -2\pi B_{hs} N \int_{R_i}^{R_0} R^2 dR \int_{-1}^{+1} [R^2 + r^2 - 2rR\mu]^{-3} d\mu \tag{12}$$

其中 $\mu = \cos\theta$. 于是方程(12)直接积分后成为

$$E_p(r) = \frac{4}{3} \pi B_{hs} N \int [R_0^3 (R_0^2 - r^2)^{-3} - R_i^3 (R_i^2 - r^2)^{-3}]. \tag{13}$$

这样在系统中,由氢与固体壁分子间的 London-van der Waals 力产生的总能量就是 E_p 对液体和气体氢的整个体积求和,即

$$E_{LVDW} = \text{constant} - 2\pi(N_l - N_v) \int_{\tilde{y}_1}^{\tilde{y}_2} d\tilde{y} \int_0^{\tilde{x}} E_p(\tilde{r}) \tilde{x} d\tilde{x}, \tag{14}$$

式中

$$E_p(\tilde{r}) = \frac{4}{3} \pi R_i^{-3} N_s B_{hs} D(\tilde{x}, \tilde{y}), \quad D(\tilde{x}, \tilde{y}) = R_e^3 (R_e^2 - \tilde{r}^2)^{-3} - (1 - \tilde{r}^2)^{-3},$$

$$\tilde{r} = [\tilde{x}^2 + (\tilde{y} - 1)^2]^{1/2}, \quad R_e = R_0 R_i^{-1}.$$

于是, 由最小自由能原理得到的考虑分子 London 色散力的 YL 方程为

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{d\tilde{y}^2} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-3/2} - \tilde{x}^{-1} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-1/2} = - [\alpha + \beta \tilde{y} + C_{\text{II}} D(\tilde{x}, \tilde{y})], \quad (15)$$

式中 $C_{\text{II}} = \frac{4\pi B_{\text{hs}} N_s (N_l - N_v)}{3 \gamma_{\text{lv}} R_i^2}$, 其余的符号在方程(6)

中已经定义.

方程(15)满足气泡边界条件的数值解结果示于图 3 中. 图 3 中计算参量同图 1, 这里用了两种不同的 B_{hs} 常量, 一种是 $4.277 \times 10^{-66} \text{ J} \cdot \text{cm}^6$; 一种是 $4.277 \times 10^{-63} \text{ J} \cdot \text{cm}^6$. 该常量取自文献[8]. 可以看出, 大的 B_{hs} 产生的液层厚度更均匀. 这种效果在图 4 中更清楚地说明, 要维持较厚的均匀液体层就需要一个较大 B_{hs} 常量, 这种情况是与自然引力和液体固体间的 London-van der Waals 吸引力的竞争相一致的.

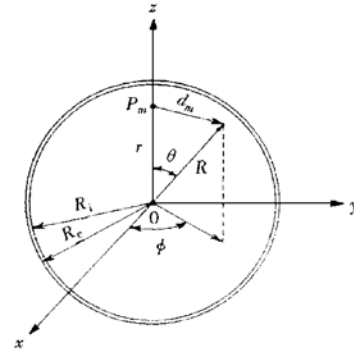


图 2 考虑液体和固体分子吸引力的球坐标系统

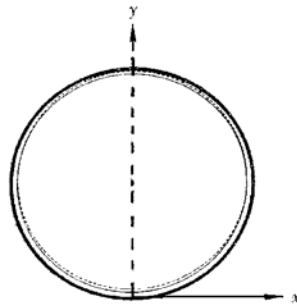


图 3 方程(15)的数值解 靶丸参数同图 1; 不连续线为 $B_{\text{hs}} = 4.277 \times 10^{-66} \text{ J} \cdot \text{cm}^6$; 实线为 $B_{\text{hs}} = 4.277 \times 10^{-63} \text{ J} \cdot \text{cm}^6$

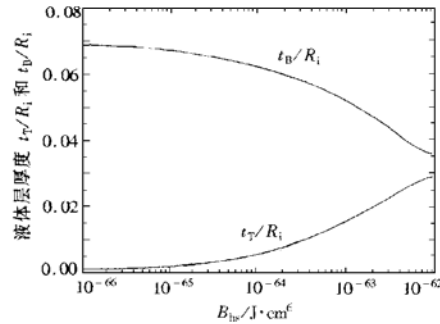


图 4 温度在 28 K 下, 靶丸内表面连续液氘层顶部和底部的平衡厚度 靶丸参量同图 1; t_b/R_i 和 t_t/R_i 分别表示底部和顶部液层归一化厚度

4 London-van der Waals 力的迟滞效应

由于 London-van der Waals 力是类电磁力, 该力形成时, 相互作用粒子的电子振荡间的相位差需要一定的时间, 所以在厚液体层时该力作用会减小. 这种现象通常称为迟滞效应^[9, 10].

按照文献[11]的建议, 迟滞效应可以通过引入修正函数 $f(p)$ 放入 London 势中加以考虑. 即

$$U(d_m) = - B_{\text{hs}} d_m^{-6} f(p), \quad (16)$$

其中

$$p = 2\pi d_m \lambda_c^{-1}, \quad f(p) = 2.45p^{-1} - 2.17p^{-2} + 0.59p^{-3}. \quad (17)$$

把(16)和(17)式代入方程(11)中的 London 势, 并且直接进行积分, 将得到点 P_m 处液体分子与靶丸壳中固体分子之间带迟滞修正的 London-van der Waals 吸引能的表达式, 为

$$E_{P, \text{ret}}(\tilde{r}) = 2\pi R_i^{-3} B_{\text{hs}} N_s D_{\text{ret}}(\tilde{x}, \tilde{y}), \quad (18)$$

其中 $D_{\text{ret}}(\tilde{x}, \tilde{y}) = f(R_e, \tilde{r}) - f(1, \tilde{r})$,

$$\begin{aligned} f(R, \tilde{r}) = & \frac{4}{21} a_3 \tilde{r}^6 (R^2 - \tilde{r}^2)^{-6} + \left[\frac{2a_3}{5} - \frac{4a_2 R}{15} \right] \tilde{r}^4 (R^2 - \tilde{r}^2)^{-5} \\ & + \left[\frac{a_3}{4} - \frac{11Ra_2}{30} + \frac{2\tilde{r}^2 a_1}{5} \right] \tilde{r}^2 (R^2 - \tilde{r}^2)^{-4} \\ & + \left[\frac{a_3}{24} - \frac{Ra_2}{10} + \frac{2\tilde{r}^2 a_1}{3} \right] (R^2 - \tilde{r}^2)^{-3} + \frac{a_1}{4} (R^2 - \tilde{r}^2)^{-2}, \end{aligned}$$

$$a_1 = 2.45 \lambda_c (\pi R_i)^{-1}, \quad a_2 = 2.17 \lambda_c^2 (\pi R_i)^{-2}, \quad a_3 = 0.59 \lambda_c^3 (\pi R_i)^{-3},$$

其余的符号已在前面定义.

于是, 带迟滞效应修正的 London-van der Waals 吸引能的微分方程为

$$\frac{d^2 \tilde{x}}{d\tilde{y}^2} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-3/2} - \tilde{x}^{-1} \left[1 + \left(\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{y}} \right)^2 \right]^{-1/2} = - [\alpha + \beta \tilde{y} + C_1 D_{\text{ret}}(\tilde{x}, \tilde{y})]. \quad (19)$$

固体与氢分子之间的 London-van der Waals 力的迟滞效应表示在图 5 中, 其中靶丸内部液体氘层顶部和底部的厚度分别利用带迟滞和不带迟滞效应修正的两种方法进行计

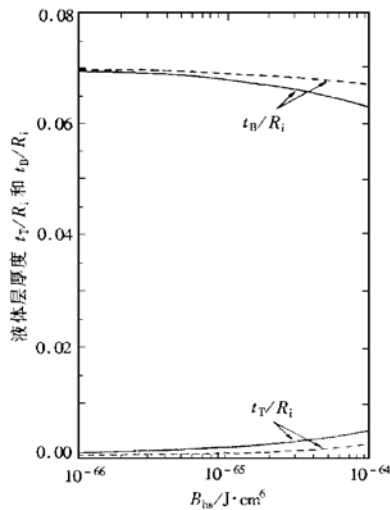


图 5 经分子吸引力修正后的液层平衡厚度 (λ_c 为 $0.1 \mu\text{m}$) 实线为没有迟滞效应修正; 虚线为有迟滞效应修正, 其他参量同图 4

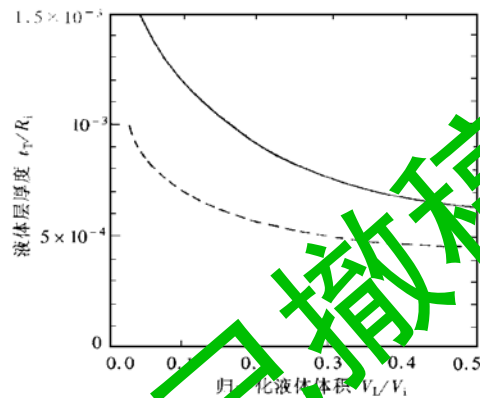


图 6 顶部液层归一化平衡厚度随液体体积的变化关系 参量同图 4, 图 5

算. 当壁厚度为 $3 \mu\text{m}$, 内半径为 $100 \mu\text{m}$ 的靶丸壳(玻璃)内液体氘的体积为 $3.4 \times 10^{-7} \text{cm}^3$ 时, 在温度为 28K 的情况下, 进行迟滞效应修正后的顶部液层厚度大约为 $0.065 \mu\text{m}$,

而未进行迟滞效应计算的顶部厚度为 $0.10 \mu\text{m}$ 。图 6 画出了顶部液体层厚度随液体体积的变化关系。

最后, 必须指出, 气液界面张力一直在计算中被假定为不变的量, 这种假设证明是对的, 因为在本研究中考虑到的最薄液体层仍然远厚于文献[12]定义的“厚”薄膜, 因为在这种“厚”薄膜中, 界面张力的行为与厚度无关。

5 结 论

通过前面的研究, 我们已经知道只考虑重力和界面张力平衡下的 Young-Laplace 方程, 得不到 ICF 靶丸内部连续液氢层分布的有效解, 还必须考虑液体与固体(靶丸壳)分子间的 London-van der Waals 力以及该力的迟滞效应修正。同时也指出, 在等温环境中, 具有均匀厚度的连续液氢层只在靶丸壳(玻璃)内引力为零或者固体液体分子间的 London 常量为无穷大时才能得到。由于 London 常量是一个有限数, 所以在有引力的情况下, 靶丸壳(玻璃)内的液氢层总是顶部较薄, 底部较厚。而液层的分布曲线和平衡厚度由方程(19)确定, 这一结果与文献[13]是一致的。

关于有引力的情况下在靶丸内部产生均匀液体层厚度的方法, 如像温度梯度法、 β 分层和泡沫冷冻技术等内容已在相应的文献[2, 14]中介绍。

- [1] R. L. McCrory, J. M. Souers *et al.*, *Nature*, **335**(1988), 225.
- [2] Diana Schroer-Carey, *J. Vac. Sci. Technol.*, **A13**(1995), 2564.
- [3] P. Concus, *J. Fluid Mech.*, **34**(1968), 481.
- [4] F. Renk, P. C. Wayner, Jr. and G. M. Homsy, *J. Coll. Interface Sci.*, **67**(1978), 408.
- [5] T. Li, *J. Chem. Phys.*, **36**(1962), 2369.
- [6] R. J. Good and G. V. Forry, *Adv. Cryo. Eng.*, **8**(1963), 306.
- [7] F. B. Hildebrand, *Methods of Applied Mathematics* (2nd edition) (Prentice-Hall, Inc., New York, 1965), p. 139.
- [8] J. Gregory, *Advances in Colloid and Interface Science* (Elsevier Publishing Co., Amsterdam, 1969), p. 396.
- [9] H. B. G. Casimir and D. Polder, *Phys. Rev.*, **73**(1947), 360.
- [10] A. D. McLachlan, *Proc. Roy. Soc. (London)*, **271A**(1963), 387.
- [11] J. Th. G. Overbeek, *the Interaction between Colloidal Particles*, *Colloid Science*, ed. By H. R. Kruyt (Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1952).
- [12] K. K. Mohanty, H. T. Davis and L. E. Scriven, 3rd Int. Conf. Surface Colloid Sci. (Stockholm, Sweden, Aug. 20-25, 1979).
- [13] T. P. Bernat, D. H. Darling and J. J. Sanchez, Lawrence Livermore National Laboratory Report, UCRL-86168 (Sep. 23, 1981).
- [14] Tang Yongjian, Jiang Weiyang, *High Power Laser and Particle Beam*, **10**(1) (1998), 155.

LIQUID HYDROGEN ISOTOPES LAYER PROFILE INSIDE A CRYOGENIC INERTIA CONFINEMENT FUSION CAPSULE FOR AN ISOTHERMAL ENVIRONMENT*

TANG YONG-JIAN^{a)} ZHAO YONG-KUAN^{a)} JIANG WEI-YANG^{a)}

ZHU ZHENG-HE^{b)} LIU YUAN-QIONG^{a)}

^{a)} (*Southwest Institute of Nuclear Physics and Chemistry, Mianyang 621900*)

^{b)} (*Institute of Atomic and Molecular Physics, Sichuan University, Chengdu 610065*)

(Received 16 March 1999; revised manuscript received 11 April 1999)

ABSTRACT

It has been shown that the Young-Laplace equation based on the balance of the gravitational force and interfacial tension alone cannot produce a valid solution for the profile of a continuous liquid hydrogen layer inside an inertia confinement fusion capsule shell. In the calculated results, the London-van der Waals forces between the liquid and solid (shell) molecules must be included in the equation. The retardation effect of the London-van der Waals forces needs to be taken into account for thick liquid hydrogen isotopes layers. It has been also shown that, in an isothermal environment, a continuous liquid hydrogen isotopes layer with a uniform thickness can only be achieved inside the capsule shell, such as the spherical glass when the gravity is zero or the London constant between the solid and liquid molecules is infinity.

PACC: 2890; 4710; 6810

已撤稿

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 59776046).