第 49 卷 第 1 期 2000 年 1 月
1000-3290/2000/49(01)/0049-05
物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 49, No. 1, January, 2000

疲劳损伤系统裂尖粒子运动随机分叉理论研究*

熊峻江 高镇同
(北京航空航天大学固体力学研究所,北京 100083)
刘先斌 孙训方
(西南交通大学工程力学系,成都 610031)
(1999 年 2 月 2 日收到;1999 年 5 月 20 日收到修改稿)

采用随机分叉理论,探讨疲劳损伤系统裂尖粒子运动性质突变.利用一维扩散过程的奇点理论,并结合能量包络的随机平均法,建立了随机扰动的疲劳损伤同宿分叉系统裂尖粒子运动模型.通过研究奇异边界的扩散指数、漂移指数以及特征指数特性,考查疲劳损伤裂尖粒子运动的同宿分叉系统受参激白噪声影响的分叉行为.

PACC:3490;8140N;0545

1 引 言

众所周知,疲劳失效是依赖于时间的损伤过程,由于材料微观结构、工艺状态、环境和负载的随机涨落的客观存在,疲劳损伤演化过程伴随固有的分散性,从而导致人们无法预测其精确的裂纹萌生与扩展寿命.长期以来,疲劳损伤与疲劳寿命不确定性引起人们极大兴趣,并致力于探究其奥妙.最初,人们在疲劳分析中引入概率的概念,从大量的疲劳损伤随机事件中寻找必然的趋势,得出统计性的疲劳损伤与疲劳寿命规律.统计的预测是以概率形式给出,它反映了疲劳损伤与疲劳寿命客观存在着的随机性、偶然性[1—3].后来,由于"协同论"的发展,使人们从物理系统和化学系统越来越清楚地认识到:具有充分组织性的时空结构或时序结构从"混沌"(chaos)状态产生出来.作为结构失效的裂纹萌生、断裂、松弛、畸变受偶然和必然协同作用控制,人们可以觉察到系统从无序状态转化为有序状态.事实上,已有大量文献提供了损伤演化的表达式,一般都是确定性的数学描述.这些确定性损伤演化方程有大量试验支持并多次应用于工程实践,它反映了损伤演化过程中的某些必然性;损伤演化过程被描述为品质空间中的一条轨迹,即一条居中的迹线,未反映具有分散性试验结果所给出的全部信息.因此,可以认为材料和结构损伤过程中所呈现的随机性是固有的,故用随机过程理论和方法描述损伤演化过程并非出于未知因素被查明之前的暂时需要,而是始终与确定性方法平行发展和相互依赖的[4—8].实践表明,材料微观组织由于承载过程的几何非线性、物理非线性及迟滞效应等因素而导致其疲劳损伤呈现非线性特征,并且其疲劳损伤为一不可逆耗散过程,材料、结构在循环载荷作用下的微观力学行为的非线性,导致微观疲劳损伤的多值性和更加富有随机性,例如分叉、突变和混沌等,这些运动规律的转化可能标志固体材料或结构的重要宏观力学性能(或其他物理性能)的突变,这就为动力系统的随机/确定性转换理论(即非线性力学方法,如分叉、突变、混沌和分形研究方法)引入宏微观疲劳损伤研究领域提供了用武之地,为探索疲劳损伤系统的性质突变提供了一新的途径.据此,文献[8,9]定性地分析、讨论了疲劳损伤系统的局部分叉(Hopf 分叉)与全局分叉(混沌),给出了系统产生局部分叉时的参数取值范围和产生混沌运动的门槛值.

近二十年来,噪声导致的转变行为,特别是随机分叉引起人们注意[10—13],随机分叉不同于确定分叉与一般的混沌运动的一种复杂的非线性现象,它反映了临界分叉系统具有对微小噪声作用的敏感性.为此,本文旨在探讨分叉领域附近的疲劳损伤非线性系统裂尖粒子,在噪声作用下的运动跃迁现象;考查参激白噪声对疲劳损伤系统的影响,即采用一维扩散过程的奇点理论,并结合能量包洛随机平均法,考查疲劳损伤的同宿分叉系统受参激白噪声影响的分叉行为.其基本原理是:随着分叉参数的改变,并当其超过某一临界值时,扩散解过程的奇异边界的类型将发生突变,并最终导致某些稳态解稳定

* 国家自然科学基金(批准号:19672051,19802001)资助的课题.

性的突变,而产生分叉行为.

2 一维扩散过程及其奇异边界

对于一维的扩散过程 $x(t)$,其非线性随机微分方程为 $\mathrm{d}x(t)=m(x)\mathrm{d}t+\sigma(x)\mathrm{d}W(t)$,其中 $m(x)$和 $\sigma(x)$分别是不显含时间 t 的漂移系数和扩散系数,$W(t)$是单位 Wiener 过程. 由于 $x(t)$的边界对其样本属性有着重要的影响,Ito 将其扩散过程的边界分成了四类[14]:1) 规则边界,扩散过程的样本轨线可以从边界的内点到达边界,亦可从边界进入任何一个内点;2) 离出边界,扩散过程只能从内点到达边界,而不能从边界进入任何一个内点;3) 进入边界,扩散过程可以从边界进入任一个内点,而不能从内点到达边界;4) 自然边界,扩散过程的样本轨线既不能从内点到达边界,亦不能从边界到达内点. 在一维扩散过程的样本轨线上,还存在着一些奇点,它们对样本属性也将产生重要的影响. 这样的奇点有两类:1) 第一类奇点 x_s:$\sigma(x_s)=0$;2) 第二类奇点 x_s:$m(x_s)=\infty$. 对于第一类奇点 x_s,若 $m(x_s)>0(<0)$,则称为右(左)分路(shunt)点,若 $m(x_s)=0$,则称 x_s 为陷阱(trap)点. 既是边界,又是奇点的边界称之为奇异边界. Kozin 和 Zhang[15] 根据第一类奇点中的漂移系数和扩散系数在奇异边界处的极限性质,得到了有关第一类奇异边界分类准则,并定义了扩散过程三个指数:1) 若 $\sigma^2(x)=o(|x-x_s|^{\alpha_s})$,$\alpha_s\geqslant0$,$x\to x_s$,则 α_s 称为 x_s 的扩散指数;2) 若 $m(x)=o(|x-x_s|^{\beta_s})$,$\beta_s\geqslant0$, $x\to x_s$,则 β_s 称为 x_s 的漂移指数;3) 若

$$c_1=\lim_{x\to x_1^+}\frac{2m(x)(x-x_1)^{\alpha_1-\beta_1}}{\sigma^2(x)},$$

$$c_r=-\lim_{x\to x_r^-}\frac{2m(x)(x_r-x)^{\alpha_r-\beta_r}}{\sigma^2(x)},$$

则 c_s 称为 x_s 的特征指数. 在定义 2) 和 3) 中,$o(|\cdot|)$表示$|\cdot|$的阶数,x_1 和 x_r 分别表示奇异边界 x_s 的左边界和右边界. 对于第二类奇异边界 x_s,$m(x_s)=\infty$,且$|x_s|<\infty$,Lin 和 Cai[16] 给出了第二类奇异边界分类准则,并定义了以下的三类指数 扩散指数 α_s,漂移指数 β_s,特征指数 c_s,其中

$$\sigma^2(x)=o(|x|^{\alpha_s}),\quad \alpha_s\geqslant0,\quad x\to x_s;$$
$$m(x)=o(|x|^{\beta_s}),\quad \beta_s\geqslant0,\quad x\to x_s;$$
$$c_1=\lim_{x\to x_1^+}\frac{2m(x)|x|^{\alpha_1-\beta_1}}{\sigma^2(x)},$$
$$c_r=-\lim_{x\to x_r^-}\frac{2m(x)|x|^{\alpha_r-\beta_r}}{\sigma^2(x)}.$$

3 随机扰动的疲劳损伤同宿分叉系统模型

文献[8,9]根据物理力学观点,建立了疲劳损伤系统裂尖粒子运动微观模型

$$\dot{u}=v,$$
$$\dot{v}=a_1u^3+a_2u^2+a_3u-k(u+a_4)v,$$

式中

$$b_1=(12096e_0a_0^{10}-35200e_0a_0^{16})/m,$$
$$b_2=(5256e_0a_0^{14})/m,$$
$$b_3=(252e_0a_0^{12}-400e_0a_0^{18}+k)/m,$$
$$b_4=(15e_0a_0^{16}+F_0)/m,$$
$$a_4=\{-q/2+[(q/2)^2+(p/2)^3]^{1/2}\}^{1/3}+\{-q/2+[(q/2)^2-(p/2)^3]^{1/2}\}^{1/3}-b_2/(3b_1),$$
$$p=(3b_1b_3-b_2^2)/(3b_1^2),$$
$$q=(2b_2^3-9b_1b_2b_3+27b_1^2b_3)/(27b_1^2),$$
$$a_1=b_1,\quad a_2=3b_1a_4+b_2,$$
$$a_3=3b_1a_4^2+2b_2a_4+b_3.$$

其中 m 为原子质量;F_0 为外载造成的经连续介质传至原子上的力;k 表示周围连续介质的约束;a_0 为原子间的平衡间距;e_0 为原子间的平衡能量. 当 $k=0$ 时,原不动点$(u,v)=(0,0)$变成了可积的 Hamilton 系统

$$\dot{u}=v,\qquad \dot{v}=a_1u^3+a_2u^2+a_3u,\tag{1}$$

其相应的 Hamilton 函数为 $H(u,v)=v^2/2-a_1u^4/4-a_2u^3/3-a_3u^2/2$. 对(1)式施加上参数扰动的白噪声过程,得

$$\dot{u}=v,$$
$$\dot{v}=a_1u^3+a_2u^2+a_3u+k(u+x_0)v+k^{1/2}\sigma v\eta(t),$$

$\eta(t)$为单位白噪声过程,σ 为参数. 对上式引入 Hamilton 函数(能量包络)H,采用 Ito 随机微分法则,可得到关于变量 u 和能量包络H 的 Ito 随机微分方程

$$\mathrm{d}H=\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+\frac{2a_2}{3}u^3+a_3u^2\right)^{\frac12}\mathrm{d}t,$$
$$\mathrm{d}H=k\left(u+x_0+\frac{\sigma^2}{2}\right)\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+\frac{2a_2}{3}u^3+a_3u^2\right)\mathrm{d}t+k^{1/2}\sigma\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+\frac{2a_2}{3}u^3+a_3u^2\right)\mathrm{d}W.\tag{2}$$

式中 $W(t)$ 为单位 Wiener 过程. 根据文献[8,9]中的讨论结果,可知当 $k=0$ 和 $a_2=0$ 时,系统在相空间的拓扑结构存在两种不同形式:1) $H(u,v)=\frac{v^2}{2}-\frac{a_3}{2}u^2-\frac{a_1}{4}u^4$,$a_3<0,a_1>0$ 时,存在着不动点(0,0)及非平凡不动点$(\pm\sqrt{-a_3/a_1},0)$. 其中(0,0)稳定,而$(\pm\sqrt{-a_3/a_1},0)$为不稳定两鞍点,且存在连接两鞍点的一个异宿环. 在这个环限定的区域内 $H\in\left(0,\frac{a_3^2}{4a_1^2}\right)$. 2) $H(u,v)=\frac{v^2}{2}-\frac{a_3}{2}u^2-\frac{a_1}{4}u^4$,$a_3>0,a_1<0$ 时,存在着三个不动点(0,0)和$(\pm\sqrt{-a_3/a_1},0)$. 这时(0,0)为不稳定鞍点,而$(\pm\sqrt{-a_3/a_1},0)$稳定. 此时,存在一个关于 v 轴对称,连结鞍点(0,0)的一对同宿环. 在这个同宿环限定的区域内 $H\in\left(-\frac{a_3^2}{4a_1^2},0\right)$,且 $H=0$ 对应着同宿环的等高线.

由(2)式可知,能量包络 $H(t)$ 是慢变随机过程,根据 Khasminskii 极限定理[17]可知:当 $k\to 0$ 时,在时间区间 $0\leqslant t\leqslant T$,$T\backsim o(1/k^2)$,$H(t)$ 弱收敛于(概率意义下)一个一维的扩散过程,即在一次近似的前提下,$H(t)$ 可以由一个一维的扩散过程来代替,而控制这个扩散过程的 Ito 随机微分方程,则由(2)式对时间平均获得. (2)式的时间平均即为在 $H(t)$ 取为常数的闭合轨线上,对 u 作一周的平均. (2)式经时间平均后的一维 Ito 方程为

$$\mathrm{d}H=\bar{m}(H)\mathrm{d}t+\bar{\sigma}(H)\mathrm{d}W, \tag{3}$$

式中

$$\bar{m}(H)=\left(\frac{1}{T(H)}\right)\int_{u^-}^{u^+}\left(u+x_0+\frac{\sigma^2}{2}\right)\cdot\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}u=\left(\frac{1}{T(H)}\right)(m_1(H)+m_2(H))u,$$

$$m_1(H)=\int_{u^-}^{u^+}(u+x_0)\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}u,$$

$$m_2(H)=\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)\int_{u^-}^{u^+}\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2\right)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}u,$$

$$T(H)=\int_{u^-}^{u^+}\frac{1}{\sqrt{2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2}}\mathrm{d}u,$$

$$\bar{\sigma}^2(H)=\left(\frac{\sigma^2}{T(H)}\right)\int_{u^-}^{u^+}\left(2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2\right)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}u=\left(\frac{\sigma^2}{T(H)}\right)\sigma^2(H).$$

在上面各式中,u^+ 和 u^- 分别是方程 $2H+\frac{a_1}{2}u^4+a_3u^2=0$ 的最小根和最大根. 对拓扑结构 2),$u^{\pm}=\sqrt{-(a_3/a_1)\pm\sqrt{(a_3/a_1)^2+4H}}$ 此时,$a_3>0,a_1<0,H\in\left(-\frac{a_3^2}{4a_1^2},0\right)$,扩散系数、漂移系数及相关的参数变换为

$$\begin{aligned}m_1(H)&=\frac{2}{15}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^{\frac{5}{2}}\left\{2\left(\frac{5a_1x_0}{a_3}-1\right)\cdot(1-m)(2-m)F(m)-\left[\left(\frac{5a_1x_0}{a_3}\right)\cdot(2-m)^2-4(m^2-m+1)\right]E(m)\right\},\\
m_2(H)&=\frac{\sigma^2}{3}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^{\frac{3}{2}}[2(1-m)F(m)-(2-m)E(m)],\\
T(H)&=\frac{(2-m)^{1/2}}{\sqrt{a_3/a_1}}F(m),\\
\sigma^2(H)&=\frac{4}{35}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^{\frac{7}{2}}[(1-m)^2(m+16)F(m)-2(m-2)(m^2+4m-4)E(m)],\\
H&=\frac{a_3^2(m-1)}{a_1^2(2-m)^2}.\end{aligned}\tag{4}$$

上面各式中 $F(m)$,$E(m)$ 分别是第一类和第二类完全椭圆积分.

4　奇异边界分析与分叉点位置的确定

对于可积的 Hamilton 系统(1)式,Hamilton 函数等高线 $H=0$ 对应着关于 v 轴对称的,由鞍点(0,0)连结的两个同宿环. 根据 H 的表达式(4)式可知,对应 $H=0$,$m=1$;$H=-a_3^2/(4a_1^2)$,$m=0$. 通过考查一维 Ito 随机微分方程(3)的解($k\neq0$),即一维能量包络扩散过程 $H(t)$ 在其奇异边界 $H=0$($m=1$)处的样本性质,可判断在该点 $H(t)$ 的样本稳定性变化,并进而了解随机扰动对同宿分叉的影响.

$$\bar{m}(H)=\frac{2}{15}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^{3}\left\{2\left(\frac{10x_0^2+5\sigma^2}{2a_3/a_1}-1\right)\cdot(1-m)(2-m)-\left[\frac{10x_0^2+5\sigma^2}{2a_3/a_1}(2-m)^2-4(m^2-m+1)\right]\frac{E(m)}{F(m)}\right\},$$

$$\bar{\sigma}^2(H)=\frac{4\sigma^2}{35}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^{4}\left[(1-m)^2(m+16)\right.$$

$$-2(m-2)(m^2+4m-4)\frac{E(m)}{F(m)}\Big].$$

由 $F(m)$和 $E(m)$在 $m=1$ 处具有性质：$\lim\limits_{m\to1}F(m)=\pm\infty$，$\lim\limits_{m\to1}E(m)=1$，可知 $\bar{m}(H)|_{m=1}=\bar{\sigma}^2(H)|_{m=1}=0$. 此时，根据扩散过程的奇点以及奇异边界的分类可知，$m=1$ 是扩散过程 $H(t)$的陷阱(trap)点，并且是第一类奇异边界，根据第一类奇异边界的扩散指数、漂移指数以及特征指数的定义 1)至定义 3)可知

$$\alpha_r=2,\quad \beta_r=1,$$

$$c_r=-\lim_{m\to1}\frac{2\bar{m}(H)(1-m)^{\alpha_r-\beta_r}}{\bar{\sigma}^2(H)}$$

$$=-\lim_{m\to1}\left\{\left\{\frac{4}{15}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^3\left[\frac{a_1(10x_0^2+5\sigma^2)}{2a_3}-1\right]\right.\right.$$

$$\left.\cdot(2-m)(1-m)^2\right\}\Big/\left\{\frac{4\sigma^2}{35}\left[\frac{a_3}{a_1(2-m)}\right]^4\right.$$

$$\left.\left.\cdot(1-m)^2(m+16)\right\}\right\}$$

$$=-\frac{14a_1}{51a_3}\left[\frac{a_1(10x_0^2+5\sigma^2)}{2a_3}-1\right].\tag{5}$$

考虑 α_r，β_r，c_r 之间的关系，并根据第一类边界的分类表可知：当 $c_r>\beta_r=1$ 时，$m=1$ 为排斥的自然边界；当 $c_r<\beta_r=1$ 时，$m=1$ 为吸引的自然边界；当 $c_r=\beta_r=1$ 时，$m=1$ 为严格的自然边界. 于是可知 $c_r=1$ 为参数空间中的一临界点，经过这一点，$H(t)$的样本稳定性将会出现突变. 从(5)式可知，$c_r=1$ 对应着 $x_0=\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$，于是，可以得到下面的结论：1) 当 $x_0<\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$，即 $c_r>1$ 时，扩散过程 $H(t)$在 $m=1(H=0)$处的边界为排斥自然边界. 此时，$H(t)=0$ 为一不稳定平凡解. 2) 当 $x_0=\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$，即 $c_r=1$ 时，$m=1(H=0)$为严格自然边界，$H=0$ 也为一不稳定平凡解. 3) 当 $x_0>\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$，即 $c_r<1$ 时，$m=1(H=0)$为吸引自然边界，$H=0$ 为渐近稳定平凡解. 根据结论 1)，2)和 3)可知：当分叉参数 x_0 经过临界值 $x_0=\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$时，平凡解 $H(t)=0$ 的样本稳定性发生突变，由不稳定变为渐近稳定. 即当 $x_0=\frac{a_3}{5a_1}-\frac{\sigma^2}{2}-0.73\frac{a_3^2\sigma^2}{a_1^2}$时，系统将出现亚临界的随机分叉. 与确定系统的同宿分叉相比较，噪声项的加入使分叉点出现漂移.

5 结 论

本文工作可归纳成以下几点：

(1) 基于疲劳强度、疲劳寿命的宏观分散性，及疲劳损伤的微观随机性现象的客观存在，采用随机分叉理论，探索疲劳损伤系统裂尖粒子运动的性质突变.

(2) 利用一维扩散过程的奇点理论，并结合能量包络的随机平均法，建立了随机扰动的疲劳损伤同宿分叉系统裂尖粒子运动模型.

(3) 通过研究奇异边界的扩散指数、漂移指数以及特征指数特性，考查疲劳损伤裂尖粒子运动的同宿分叉系统受参激白噪声影响的分叉行为.

[1] E. B. Haugen, Probabilistic Mechanical Design (The University of Arizona, Tucson, Arizona, 1974).

[2] K. C. 卡帕，L. R. 兰伯森著，张智铁译，工程设计中的可靠性(北京，机械工业出版社，1984) [K. C. Kapur, L. R. Lamberson. Reliability in Engineering Design (John Wiley & Sons, New York, 1977) (in Chinese)].

[3] 高镇同，疲劳应用统计学(北京，国防工业出版社，1986) [Gao Zhen-tong. Fatigue Applied Statistics (National Defence Industry Press, Beijing, 1986) (in Chinese)].

[4] W. Provan, Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability (Martinus Nijhoff Publisher, Dordrecht, Boston, 1987).

[5] K. Sobczyk, B. F. Spencer, Random Fatigue (Academic Press, Inc. Boston, 1982).

[6] 王中、高镇同，力学学报，**20**(6)(1988)，551 [Wang Zhong, Gao Zhen-tong, *Acta Mechanica Sinica*, **20**(6)(1988), 551 (in Chinese)].

[7] 熊峻江、高镇同，中国科学，**27**(2)(1997)，97 [Xiong Jun-jiang, Gao Zhen-tong, *Science in China*, **27**(2)(1997), 97 (in Chinese)].

[8] 熊峻江，博士学位论文(北京航空航天大学飞机设计与应用力学系，北京，1995) [Jun-jiang Xiong, Ph. D Thesis, Department of Aircraft Design & Applied Mechanics, Beijing University of Aeronautics & Astronautics, Beijing, 1995 (in Chinese)].

[9] 熊峻江、武哲、高镇同，北京航空航天大学学报，**24**(6)(1998)，667 [Jun-jiang Xiong, Zhe Wu, Zhen-tong Gao, *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, **24**(6)(1998), 667 (in Chinese)].

[10] 刘先斌，西南交通大学博士论文，成都，1995 [Xian-bin Liu, Ph. D Thesis (Department of Engineering Mechanics, Southwest Jiaotong University, Chendu, 1995) (in Chinese)].

[11] L. Arnold, R. Lefever, Stochastic Nonlinear System in Physics, Chemistry and Biology (Springer-Verlag, Berlin, 1981).

[12] N. Namachivaya, *Appl Math & Compt*, **38**(1990), 101.

[13] C. Meunier, A. D. Verga, *J. Stat. Phys.*, **50**(1-2)(1988), 345.

[14] K. Ito, Jr. H. P. Mckean, Diffusion Processes and Their Sample Paths (Springer-Verlag, New York, 1965).
[15] Z. Y. Zhang, F. Kozin, On Almost Sure Sample Stability of Nonlinear Stochastic Dynamic Systems. In: Proc. of IEEE Inter Conf on System Engrg. (Pittsburg, 1990).
[16] Y. K. Lin, G. Q. Cai, *Stochastic Stability of Nonlinear Mech.*, **29**(4)(1994), 539.
[17] R. Z. Khasminskii, *Theory Prob. & Appl.*, **12**(1)(1967), 144.

ON STOCHASTIC BIFURCATION BEHAVIOR OF THE ATOM MOVEMENT AT THE TIP OF A CRACK IN FATIGUE DAMAGE SYSTEM*

XIONG JUN-JIANG　GAO ZHEN-TONG
(*Center of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronaustic and Astronaustic, Beijing* 100083)
LIU XIAN-BIN　SUN XUN-FANG
(*Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chendu* 610031)
(Received 2 February 1999; revised manuscript received 20 May 1999)

ABSTRACT

By virtue of the stochastic bifurcation theory, the transition of the atom movement at a crack tip in fatigue damage system is investigated. Using the singular point theory of one-dimensional diffusion process and the stochastic averaging approach of energy envelope, a micro-model to describe the atom movement at the crack tip in homoclinic bifurcation fatigue damage system, which is in the presence of stochastic perturbation, is established. After the study on the characteristic of the diffusion exponent, the drift exponent and the character exponent of the fatigue damage diffusion process on singular boundary, the bifurcation behavior of a homoclinic bifurcation fatigue damage system, which is in the presence of parametric white noise, is examined.

PACC: 3490; 8140N; 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19672051, 19802001).