

对称性及多群中子扩散方程数值解*

张少泓 谢仲生

(西安交通大学核能系, 西安 710049)

(2000 年 4 月 14 日收到)

在多群中子扩散方程解析解的基础上, 利用方程及求解域的对称性建立了新的数值求解中子扩散方程的理论模型. 该模型显著的优点是适用于各种对称区域(二维、三维区域)尤其是非正方形区域中子扩散方程的求解, 它彻底避免了常规节块法应用于非正方形几何时所出现的奇异性问题, 且所得的解在求解域内任意点上均满足扩散方程. 以二、三维六角形几何为例建立了数学模型, 并用基准问题校核了模型的正确性.

关键词: 中子扩散方程, 对称群, 数值解, 解析

PACC: 2841, 2820

1 引 言

在核反应堆物理设计中, 如何精确地获得反应堆内中子通量和功率的空间分布是设计过程中一个十分关键的问题. 一般地说, 该分布可通过数值求解多群中子扩散方程获得. 因此, 如何高效、精确求解中子扩散方程是反应堆物理研究的重要课题.

节块法^[1]是一种数值求解中子扩散方程的粗网格区域分裂方法. 它首先在正方形几何中发展起来, 且目前已在正方形几何中获得了成功的应用. 节块法在求解各子区(节块)的方程时, 横向积分(偏积分)是其中的关键技术. 通过横向积分就可以把一个复杂的关于 (x, y, z) 的三维问题转化成三个耦合的关于 x, y 或 z 的一维问题来求解, 从而降低困难, 提高速度. 然而, 正方形几何中行之有效的横向积分技术应用于三角形或六角形几何却遇到了困难^[2]. 如图 1 所示, 考虑 $x-y$ 平面内的横向积分, 若定义 x 方向横向积分通量为

$$\Phi_x(x) = \int_{-y_s(x)}^{y_s(x)} \Phi(x, y) dy, \quad (1)$$

其中 $y_s(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}(h - |x|)$, (2)

则 $\Phi_x(x)$ 的导数在 $x=0$ 处奇异. 这就给 $\Phi_x(x)$ 的求解带来了极大困难. 横向积分技术在非正方形几何中失去了它的优越性. 因此非正方形节块法的研

究不能简单采用正方形节块法思想, 而必须充分考虑求解域的几何特点.

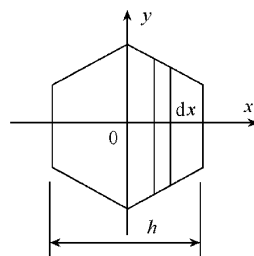


图 1 六角形节块偏积分示意图

另一方面, 无论三角形或六角形几何, 它们都具有良好的几何对称性, 因而自然应考虑在模型的构造中利用对称性以利于方程的求解. 本文针对对称区域中子扩散方程的求解问题, 构造了一个具有良好理论基础的方法, 并利用基准题对该模型进行了数值校验. 文中的介绍是以六角形几何为例的, 然而模型并不局限于六角形几何, 它可方便地推广应用到三角形或正方形等对称区域多群中子扩散问题的数值求解中.

2 理论模型

2.1 多群中子扩散方程在均匀节块内的解析解

考虑如图 2 所示的六角形节块. 假设节块是均

* 国家自然科学基金(批准号: 59386029)资助的课题.

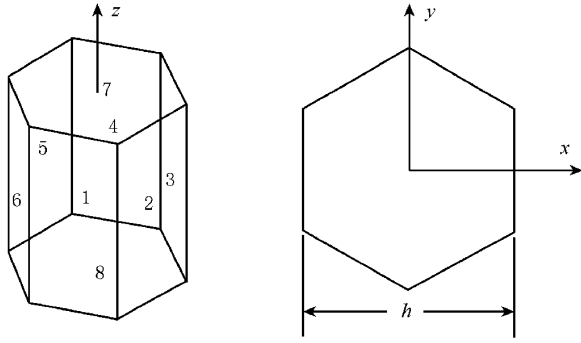


图 2 六角形节块及其表面编号

匀的,则节块内的多群中子扩散问题由以下边值问题描述.

$$\nabla^2 \Phi(r) - A(k_{\text{eff}})\Phi(r) = 0, r \in V, \quad (3a)$$

$$B^- P\Phi(r) = J^- r \in \partial V, \quad (3b)$$

这里 $\Phi(r) = [\Phi_1(r), \Phi_2(r), \dots, \Phi_G(r)]^T$, $A(k_{\text{eff}})$ 是由节块材料参数和堆芯有效增殖系数 k_{eff} 共同决定的能群转移矩阵, V 代表节块体积,

$$P \equiv \text{diag}[\underbrace{(1, 1, \dots, 1)}_S]^T, J^- = (J_1^- \ J_2^- \ \dots \ J_G^-)^T$$

是入射中子流向量,假设为已知,其中

$$J_g^- = (J_{g1}^- \ J_{g2}^- \ \dots \ J_{gS}^-)^T$$

是由节块 g 能群的 S 个表面入射流组成的列向量.

$$B^- \equiv \text{diag}[\text{diag}(B_{gs}^-)],$$

其中定义节块入射和出射中子流的算子 B_{gs}^- 和 B_{gs}^+ 为

$$B_{gs}^\pm \Phi_g(r) = \frac{1}{4} \left[\Phi_g(r) \mp 2D_g \frac{d\Phi_g}{dn_s} \right]_{r \in F_s}, \quad (4)$$

n_s 为表面 F_s 的单位外法线向量.

由文献 [3] 可得问题 (3a) 具有以下形式的解

$$\Phi_g(r) = \sum_{i=1}^G U_{g,i} \int_{|w|=1} C_i(w) \exp(\lambda_i w \cdot r) dw, \quad (5)$$

其中矩阵 U 由以下的矩阵特征值问题决定:

$$AU = UA, \quad (6)$$

$A = \text{diag}(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_G^2)$, $C_i(w)$ 为未知待定函数,需由边界条件确定. $w \cdot r$ 为矢量点积. 容易证明,由 (5) 式确定的中子通量在节块内任意 r 点上都满足方程 (3a).

2.2 中子扩散方程的对称性

从方程 (5) 可以看出,要真正获得节块内的解,需求解 $C_i(w)$ 的定解问题. 这是比较复杂的. 下面将指出如何利用对称性来减少 $C_i(w)$ 求解的困难.

若用 O 和 O_b 分别表示方程 (3a) (3b) 中作用于 Φ 的算子,则方程 (3) 可写成

$$O\Phi(r) = 0, r \in V, \quad (7a)$$

$$O_b\Phi(r) = J^-, r \in \partial V. \quad (7b)$$

若存在一线性算子 H 它将区域 V 映成其本身,且算子 O 和 O_b 在 H 的变换下保持不变,即 $HOH^{-1} = O, HO_bH^{-1} = O_b$, 则称算子 H 为方程的对称变换. 显然若 H, Q 为对称变换,则 HQ 和 QH 也是对称变换. 方程的所有对称变换构成群^[4], 由群论可知任何一个函数均可分解为一系列分量之和,且每个分量都同时为各对称变换的一个特征函数. 最简单的例子如任何一个一元函数都可分解为奇偶分量之和. 函数这样的分量称为不可约分量.

若将边界条件写成不可约分量之和

$$J^- = \sum_i J_i^-, \quad (8)$$

则由于算子 O 和 O_b 是线性的,方程 (7) 的解可写成

$$\Phi = \sum_i \Phi_i, \quad (9)$$

其中各解分量 Φ_i 的定解问题为

$$O\Phi_i(r) = 0, r \in V, \quad (10a)$$

$$O_b\Phi_i(r) = J_i^-, r \in \partial V. \quad (10b)$$

这时由于各解分量是对称变换的一个特征函数,因此求解过程中只需在部分 V (称为基) 上定出该解分量,然后通过对称变换 (如旋转,反射等) 就可得到整个 V 上的解.

为了叙述的方便,下文以二维六角形几何问题为例建立数学模型. 二维六角形节块的所有 12 个对称操作构成群 C_{6v} . 设 R 为该群的一个元素 (即一种对称操作), P_R 是和群元 R 相对应的坐标变换算子,它由下式定义:

$$P_R(r) = f(R^{-1}r), \quad (11)$$

其中 R^{-1} 表示 R 的逆操作,上标 r 表示算子作用于变量 r . 则由群论可知 P_R 和方程 (3a) 中的拉普拉斯算符对易, P_R 为方程 (3) 的对称变换.

2.3 解的不可约分量及其对称性

若能找到一组 n 维的方阵,矩阵之间彼此的乘积关系与群 \mathcal{G} 的元素一一对应,这样的一组矩阵称为矩阵群,该矩阵群与群 \mathcal{G} 同构. 该矩阵群称为群 \mathcal{G} 的一个表示. 群表示空间的不变子空间称为群的不可约表示^[4]. 由群论可知,应用下式定义的准投影算子^[2,4]可以将一任意函数 $f(r)$ 投影到该群的第 j 个不可约表示空间的第 α 列基上,

$$P_{j\alpha}^r f(r) \equiv \frac{d_j}{h} \sum_R [D_j(R)]_{\alpha\alpha}^* P_{Rj}^r f(r),$$

$$j = 1 \ 2 \ \dots \ m_c, \ \alpha = 1 \ 2 \ \dots \ d_j, \quad (12)$$

其中 * 代表复共轭 $[D_j(R)]_{\alpha\alpha}^*$ 表示和群元 R 对应的第 j 个不可约表示矩阵 $D_j(R)$ 的第 α 列对角元, h 为群阶, m_c 为群不可约表示的数目, d_j 为第 j 个不可约表示的维数. 对于群 C_{6v} , $h = 12$, $m_c = 6$, 其中 4 个为一维表示, 2 个为二维表示.

应用该算子, 可将 $C_i(\omega)$ 投影分解: $C_i(\omega)$

$$= \sum_{j=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^{d_j} P_{j\alpha}^w C_i(\omega).$$

同理也可得函数 $\exp(\lambda_i \omega \cdot r)$ 关于自变量 ω 的不可约分解. 将 $C_i(\omega)$ 和 $\exp(\lambda_i \omega \cdot r)$ 的分解表达式代入(5)式, 利用各分量之间的正交性, 可得

$$\Phi_g(r) = \sum_{i=1}^G U_{g,i} \sum_{k=1}^8 \int_{|\omega|=1} C_{ik}(\omega) \cdot \exp_k(\lambda_i \omega \cdot r) d\omega = \sum_{k=1}^8 \Phi_{gk}(r) \quad (13)$$

其中 $C_{ik}(\omega) = P_{j\alpha}^w C_i(\omega)$, $\exp_k(\lambda_i \omega \cdot r) = P_{j\alpha}^w \exp(\lambda_i \omega \cdot r)$. 这里为方便起见, 在数对 (j, α) 和整数 k 之间引入了一一对应的关系 $k = 1 \ 2 \ \dots \ 8$.

显然 $\Phi_{gk}(r)$ 就是 $\Phi_g(r)$ 的不可约分量, 且可验证 $\Phi_{gk}(r)$ 对任意 $r \in V$ 同样满足方程(3a). 下面具体分析函数 $\Phi_{gk}(r)$ 的对称性, 同时指出它的求解基. 任取 $r_0 \in V$ 经过群 C_{6v} 的 12 个对称操作, 可以

获得 r_0 的 12 个对称点(普遍情况). 如图 3 所示, 六角形的每 1/12 等份内都有 r_0 的一个对称点. 表 1 列出了函数 $\Phi_{gk}(r)$ 在 r_0 的对称点上的函数值之间的关系. 若函数值的绝对值相等, 在表中仅以符号区分; 若绝对值不等, 则以变量表示. 如定义某一对称点位置的函数值为 f , 另一对称点为 g , 则 $f+g$ 或 $f-g$ 等就表示该对称点的函数值可由前两点的函数值经运算后得到.

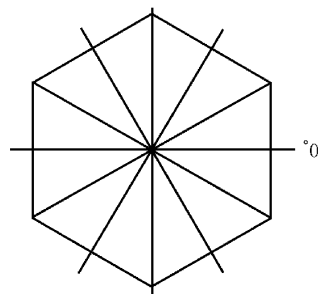


图 3 六角形节块对称区域

表 1 清楚地说明了各解分量的对称性及其求解基. 例如, 对应于不可约表示 A_1 的 $\Phi_{g1}(r)$, 它在 r_0 的对称点上的函数值全相等; 对应于表示 A_2 的 $\Phi_{g2}(r)$, 它在相邻对称点上的函数值异号, 这两个解分量的求解基均为六角形节块的 1/12... 下节的讨论将可看出, 解的不可约分量这样的对称性, 将极大地便利节块响应矩阵的获得, 减少计算工作量.

表 1 函数 $\Phi_g(r)$ 各不可约分量的对称性

不可约表示*	k	对称点所在的区域											
		-30° -0°	0° -30°	30° -60°	60° -90°	90° -120°	120° -150°	150° -180°	180° -150°	-150° -120°	-120° -90°	-90° -60°	-60° -30°
A_1	1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
A_2	2	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+
B_1	3	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-
B_2	4	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-
E_1	5	f	f	g	$f-g$	$g-f$	$-g$	$-f$	$-f$	$-g$	$g-f$	$f-g$	g
E_1	6	$-f$	f	g	$f+g$	$f+g$	g	f	$-f$	$-g$	$-f-g$	$-f-g$	$-g$
E_2	7	f	f	g	$-f-g$	$-f-g$	g	f	f	g	$-f-g$	$-f-g$	g
E_2	8	$-f$	f	g	$g-f$	$f-g$	$-g$	$-f$	f	g	$g-f$	$f-g$	$-g$

* 采用了 Mullikan 符号.

函数 $C_{ik}(\omega)$ 和 $\exp_k(\lambda_i \omega \cdot r)$ 关于 ω 的对称性与 $\Phi_{gk}(r)$ 关于 r 的对称性完全类似.

2.4 数值近似与响应矩阵的构造

在节块法求解中子扩散方程时, 其一个核心的

问题是在区域分裂之后,如何获得各节块对边界入射流的响应,即出射流.只有建立起了各个节块其出射流和入射流之间的响应关系,才可能通过各个区域的迭代来获得整个求解域上的解.本节就利用对称性,通过合理的近似来导出节块出射流和入射流之间的响应关系.

为获得函数 $\Phi_{gk}(r)$ 的定解条件,需将边界条件(3b)也进行分解.将投影算子作用于方程(3b)的两端,其分量形式可写成

$$P_{ja}^r B_{gs}^- \Phi_g(r) \equiv B_{gs}^- \Phi_{gk}(r) = J_{gsk}^- \equiv P_{ja}^r J_{gs}^- \quad (14)$$

由2.2节可知,函数 $\Phi_{gk}(r)$ 将由 J_{gsk}^- 唯一确定.然而上式给出的严格边界条件在实际中无法应用,必须经适当的近似.本文采用如下节块法中常用的表面平均边界条件:

$$\frac{1}{F} \int_{F_s} B_{gs}^- \Phi_{gk}(r) dr = \frac{1}{F} \int_{F_s} J_{gsk}^- dr = \bar{J}_{gsk}^- \quad (15)$$

即通过表面平均偏流将各节块耦合起来.

由表1可以看出,在(15)式的近似下,2个解分量的定解条件全为0,相应的 $\Phi_{gk}(r)$ 也为0.对余下的6个解分量,由它们各自的对称性容易获得如下用于表面平均入射流和出射流不可约分解的基矢:

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 1, 1, 1, 1, 1)^T, \\ e_3 &= (1, -1, 1, -1, 1, -1)^T, \\ e_5 &= (2, 1, -1, -2, -1, 1)^T, \\ e_6 &= (0, 1, 1, 0, -1, -1)^T, \\ e_7 &= (2, -1, -1, 2, -1, -1)^T, \\ e_8 &= (0, 1, -1, 0, 1, -1)^T, \end{aligned}$$

而节块平均入射流向量可分解为如下不可约分量之和:

$$\begin{aligned} \bar{J}_g^- &= a_{g1}^- e_1 + a_{g3}^- e_3 + a_{g5}^- e_5 + a_{g6}^- e_6 \\ &\quad + a_{g7}^- e_7 + a_{g8}^- e_8, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\bar{J}_g^- = (\bar{J}_{g1}^-, \bar{J}_{g2}^-, \dots, \bar{J}_{g6}^-)^T$. 系数 a_{gk}^- 可由基矢的正交性求出.它和(15)式定义的 \bar{J}_{gsk}^- 有如下的对应关系,

$$a_{gk}^- e_k = (\bar{J}_{g1k}^-, \bar{J}_{g2k}^-, \dots, \bar{J}_{g6k}^-)^T. \quad (17)$$

另外,对于由算子 B_{gs}^+ 定义的节块表面平均出射流 $\bar{J}_{gs}^+ = \frac{1}{F} \int_{F_s} B_{gs}^+ \Phi_g(r) dr$, 若令 $\bar{J}_g^+ = (\bar{J}_{g1}^+, \bar{J}_{g2}^+, \dots, \bar{J}_{g6}^+)^T$, 则和(16)式类似也可对 \bar{J}_g^+ 进行不可约分解,相应的系数 a_{gk}^+ 待求.在由 a_{gk}^- 确定出

$C_{ik}(\omega)$ 后, a_{gk}^+ 也就随之确定.

为数值求解系数 a_{gk}^- 和 a_{gk}^+ 之间的响应关系,考虑函数 $C_i(\omega)$ 如下的近似式,

$$C_i(\omega) = \sum_{n=1}^6 d_{i,n} \delta(\omega - \omega_n), \arg(\omega_n) = \frac{\pi}{3}(n-1). \quad (18)$$

由选定的 ω_n 可得 $\exp(k(\lambda_i \omega_n \cdot r))$ 的表达式.将它代入方程(13),以 $\lambda_i^2 > 0$ 为例,可得

$$\begin{aligned} \Phi_{g1}(r) &= 2 \sum_i U_{g,i} C_{i1}(\omega_1) \{ \text{ch} \lambda_i \omega_1 \cdot r \\ &\quad + \text{ch} \lambda_i \omega_2 \cdot r + \text{ch} \lambda_i \omega_3 \cdot r \} \quad (19) \\ &\dots \end{aligned}$$

其中只有函数 $C_{ik}(\omega)$ 在求解基内的函数值为未知.将上式代入方程(15)的左端,由(17)式的关系,就可得由系数 a_{gk}^- 来确定方程(19)中 $C_{ik}(\omega)$ 在求解基内函数值的6个G阶方程组.

同样由算子 B_{gs}^+ 及表面平均出射流矢量 \bar{J}_g^+ 的不可约分解,可得 $C_{ik}(\omega)$ 在求解基内的函数值与系数 a_{gk}^+ 之间的关系.联立上述两组方程就可获得如下出射流和入射流不可约表示分量之间的关系

$$I_k^+ = R_k J_k^-, \quad (20)$$

其中 $I_k^+ = (a_{1k}^+, a_{2k}^+, \dots, a_{Gk}^+)^T$, $J_k^- = (a_{1k}^-, a_{2k}^-, \dots, a_{Gk}^-)^T$. 称 R_k 为响应矩阵,它由节块的几何和材料参数决定.

从以上模型的推导可看出,通过对称性的应用,使得我们比较简单地就建立起了出射流和入射流之间的响应关系.深入的分析还可发现,6个响应矩阵中只有4个是相异的.因此,真正要求的只是4个G阶矩阵逆的问题.这样,针对二维问题,通过利用解的对称性,就将原来需由6G个边界条件耦合((3b)式)来确定6G个未知数($d_{i,n}$, $i=1, G, n=1, 6$)的复杂定解问题,转换成了4个简单的G阶矩阵逆的问题.这将极大地提高计算效率.另外,还可以看出,在整个模型的建立中,只有(15)和(18)式引入了近似,其余都是严格的.

2.5 三维问题数值求解

上述以二维六角形几何中子扩散方程的数值求解为例所建立起来的数学模型,可方便地应用于三维六角形几何中子扩散问题的求解.这时,和二维问题的主要区别在于六角形节块所属的对称性群不同,三维六角形节块对称性所属的群为 D_{6h} ,因而整个模型需在群 D_{6h} 上建立.此外,对 $C_i(\omega)$ 函数的

近似处理,也应根据三维六角形节块的对称性而进行.其余的方法是和二维问题完全类似的.

2.6 理论模型的特点

本节归纳指出以上所建立的理论模型的几个优点:

1. 模型具有很强的普遍适用性.从以上整个理论模型的建立过程可看出该模型的应用并不仅仅局限于六角形几何,它可以应用于其他对称区域扩散方程的求解.

2. 模型的理论基础完善.和普通的正方形节块法相比,该模型的理论基础要完善得多.在整个模型建立过程中,除(18)式带有经验以外,其余的推导都是严密的.

3. 该模型应用于非正方形几何时,由于模型直接求解多维中子扩散方程,而不是经横向积分后的一维方程,因此就避免了引入额外的假设,从而减少了模型误差的来源.可看出该模型对非正方形几何有特殊的应用价值.

3 方法的实现及基准问题校验

3.1 节块法迭代求解过程

1. 将整个求解域分裂成若干不相交的节块,假设一初始 k_{eff} 值,对每一种类型的节块求解矩阵 A (k_{eff}) 的特征值问题,并由节块的材料和几何参数计算出各响应矩阵.

2. 对所有节块假设其各表面的入射中子流,按一定的顺序对节块进行扫描.先由节块平均入射流向量的不可约分解获得 I_k^- ,然后通过响应矩阵方程((20)式)求得 I_k^+ ,从而得到节块各表面的出射流.该出射流就作为相邻表面的入射流.按这样的方式对所有的节块进行扫描.

3. 扫描完成后,由节块通量的解析表示式获得各节块的体积平均通量.

4. 利用计算出的通量和出射流,求出新的 k_{eff} .

5. 重复步骤 1—4,直至 k_{eff} 和中子通量的收敛准则满足.

3.2 基准问题数值校验

根据本文的模型,编制了二、三维六角形几何多群中子扩散程序 GTDIF-H.为校验模型和程序的正

确性,利用该程序对文献[5]中的基准问题进行了计算.表 2 和表 3 分别是 GTDIF-H 程序和西屋公司知名的 ANC-H^[5]程序针对二维和三维基准题计算结果的比较,可以看出,无论是对 k_{eff} 还是节块功率的计算,GTDIF-H 都得到了较满意的结果,部分基准问题的计算精度和 ANC-H 程序相当.

表 2 二维六角形几何多群中子扩散基准问题计算结果比较

VVER 440 基准题						
程序	k_{eff} 误差	10^{-5}	最大组件功率 误差 ϵ_{max} /%	平均组件功率 误差 ϵ_{avg} /%		
GTDIF-H	51.9		-1.20	0.58		
ANC-H	29.0		1.2	-		
IAEA 带水反射层基准题						
			($\alpha = 0.125$)	($\alpha = 0.5$)		
程序	k_{eff} 误差 10^{-5}	ϵ_{max} /%	ϵ_{avg} /%	k_{eff} 误差 10^{-5}	ϵ_{max} /%	ϵ_{avg} /%
GTDIF-H	23.0	1.37	0.4	43.1	-1.00	0.24
ANC-H	11.0	0.4	-	3.3	0.5	-
ANL 重水堆基准题						
程序	k_{eff} 误差	10^{-5}	ϵ_{max} /%	ϵ_{max} /%		
GTDIF-H	-7.3		-0.25	0.10		
ANC-H	4.8		0.2	-		

表 3 三维六角形几何多群中子扩散基准问题计算结果比较

基准题	程序	k_{eff} 误差	10^{-5}	最大节块功率误差 ϵ_{avg} /%
VVER 1000	GTDIF-H	62.7		3.09
	ANC-H	13		0.9
VVER 440	GTDIF-H	72		3.36
	ANC-H	25		1.28

基准问题的校验说明:虽然本文所建立的模型对未知待定函数 $C_k(\omega)$ 采用了简单的近似处理,但由于模型本身具有良好的理论基础,因此保证了数值计算结果的高精度.该方法近似处理少,模型计算工作量少,是数值求解六角形几何多群中子扩散问题的先进方法.

4 结 论

针对对称节块多群中子扩散问题,在扩散方程解析解的基础上,利用对称性提出了新的数值计算模型.该模型具有适用性强、理论基础完善的特点,且对非正方形几何中子扩散方程的求解具有特殊重

要的意义. 二、三维六角形几何基准问题的校算说明了该模型是求解多群中子扩散方程的先进方法.

[1] Zhong-sheng Xie *et al.*, Numerical analysis of nuclear reactor physics (Atomic energy publishing house, Beijing, 1997) (in Chinese) [谢仲生等编著, 核反应堆物理数值计算(原子能出版社, 1997)].

[2] Shao-hong Zhang, Ph. D. thesis, Xi'an Jiaotong University, 1997 (in Chinese) [张少泓, 西安交通大学博士学位论文, 1997].

[3] Makai Mihaly, *Nucl. Sci. Eng.* **82**(1982) 338.

[4] Xi-de Xie, Ping Jiang, Fen Lu, Group theory and its applications in physics, Science Press, Beijing, 1986 (in Chinese) [谢希德、蒋平、陆奋, 群论及其在物理学的应用(科学出版社, 1986)].

[5] Y. A. Chao, N. Tsoulfanidis, *Nucl. Sci. Eng.*, **121**(1995), 202.

SYMMETRIES AND NUMERICAL SOLUTION TO THE MULTIGROUP NEUTRON DIFFUSION EQUATION*

ZHANG SHAO-HONG XIE ZHONG-SHENG

(Department of Nuclear Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 14 April 2000)

ABSTRACT

The neutron diffusion equation is usually solved in a symmetric region. For a non-rectangular symmetric region, the nonphysical singular problem arises when the conventional method of deriving nodal solution is employed. In this paper, a new method based on both symmetries of the problem and an analytic representation of the nodal flux distribution is presented. The method is effective for the solution of multigroup diffusion equation in the symmetric region, especially for the non-rectangular problem. It can be applied in 2-D or 3-D problems and its application in hexagonal geometry is introduced as an example. The only approximations used in deriving the method are the treatment of unknown functions. The efficiency of the proposed method is demonstrated by results of various 2-D and 3-D benchmark problems using the GTDIF-H code.

Keywords : neutron diffusion equation, symmetric groups, numerical solutions, analysis

PACC : 2841, 2820