

二维 q 变形振子的双波描述*

林秀敏

(中国科学技术大学量子通讯与量子计算开放研究实验室, 合肥 230026)

(福建师范大学物理系, 福州 350007)

(2000 年 3 月 13 日收到, 2000 年 7 月 10 日收到修改稿)

利用双波函数理论描述二维 q 变形振子, 结果显示粒子做非线性振动. 同时, 当 $q \rightarrow 1$ 时, 所有结论回复为普通二维谐振子的相关结果.

关键词: 双波理论, 二维 q 变形振子

PACC: 0365, 0250

1 引 言

谐振子在物理学中有着广泛的应用, 任何在平衡位置附近的小振动原则上均可分解为若干个谐振动的合成. 但大量的实际问题往往是偏离谐振子模型的. q 变形振子是一种非线性振子, 是描述非简谐振动的一个很好的模型. 因此, 研究 q 变形振子, 不仅具有很重要的理论意义^[1-7], 同时还有广泛的应用前景^[8-12].

自 1986 年黄湘友教授提出双波函数以来^[13], 它已被成功地应用于量子力学束缚态、非束缚态问题及量子光学系统^[14-19]. 文献 [4-20] 采用双波函数理论研究了一维 q 变形振子问题. 本文利用该理论描述二维 q 变形振子体系, 得到了能量、坐标、动量及角动量的时间演化方程, 所得结果显示, 它具有很强的非线性特征. 同时, 当 $q \rightarrow 1$ 时, 所有结论回复为普通二维谐振子的相关结果.

2 二维 q 变形振子的量子力学描述

在量子力学中, 二维谐振子算符的哈密顿算符为

$$\hat{H}(x, y) = \left(\hat{a}_x^+ \hat{a}_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(\hat{a}_y^+ \hat{a}_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y \\ = \left(\hat{N}_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(\hat{N}_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y, \quad (1)$$

其中 \hat{a}_x^+, \hat{a}_y^+ 为产生算符; \hat{a}_x, \hat{a}_y 为湮没算符; $\hat{N}_x = \hat{a}_x^+ \hat{a}_x, \hat{N}_y = \hat{a}_y^+ \hat{a}_y$ 为粒子数算符. \hat{H} 的本征值和本征函数分别为

$$E_n = E_{n_x} + E_{n_y} = \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y, \\ \psi_n(x, y) = \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \\ (n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

其中 $\psi_{n_x} = N_{n_x} H_{n_x}(\alpha_x x) \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha_x^2 x^2\right)$,

$$\psi_{n_y} = N_{n_y} H_{n_y}(\alpha_y y) \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha_y^2 y^2\right), \quad (3)$$

H_{n_x}, H_{n_y} 为厄密多项式; N_{n_x}, N_{n_y} 为谐振子本征函数的

的归一化常数; $\alpha_x = \sqrt{\frac{\mu \omega_x}{\hbar}}, \alpha_y = \sqrt{\frac{\mu \omega_y}{\hbar}}$. 对 (1) 式作 q 变形后即得二维 q 振子的哈密顿量为

$$\hat{H}_q(x, y) = \frac{\hbar \omega_x}{2} (\hat{a}_{q_x} \hat{a}_{q_x}^+ + \hat{a}_{q_x}^+ \hat{a}_{q_x}) \\ + \frac{\hbar \omega_y}{2} (\hat{a}_{q_y} \hat{a}_{q_y}^+ + \hat{a}_{q_y}^+ \hat{a}_{q_y}), \quad (4)$$

其中 $\hat{a}_{q_x}^+, \hat{a}_{q_y}^+$ 为变形后的产生算符; $\hat{a}_{q_x}, \hat{a}_{q_y}$ 为变形后的湮没算符, 即

$$\hat{a}_{q_x} = \hat{a}_x \sqrt{\frac{[N_x]}{N_x}} = \sqrt{\frac{[N_x + 1]}{N_x + 1}} \hat{a}_x,$$

$$\hat{a}_{q_x}^+ = \sqrt{\frac{[N_x]}{N_x}} \hat{a}_x^+ = \hat{a}_x^+ \sqrt{\frac{[N_x + 1]}{N_x + 1}},$$

$$\hat{a}_{q_y} = \hat{a}_y \sqrt{\frac{[N_y]}{N_y}} = \sqrt{\frac{[N_y + 1]}{N_y + 1}} \hat{a}_y,$$

* 福建省教育委员会基金(批准号: J A99149)资助的课题.

† 通讯地址.

$$\hat{a}_{q_y}^+ = \sqrt{\frac{[N_y]}{N_y}} \hat{a}_y^+ = \hat{a}_y^+ \sqrt{\frac{[N_y + 1]}{N_y + 1}}. \quad (5)$$

本文中的 $[f]$ 表示

$$\begin{aligned} [f] &= \frac{q^f - q^{-f}}{q - q^{-1}} = \frac{\text{sh}rf}{\text{shr}} \\ &= \frac{1}{\text{shr}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} (rf)^{2k+1}, \quad (6) \\ q &= e^r. \end{aligned}$$

由 \hat{H}_q 的本征方程及一维 q 变形振子的结论^[8,9], 可得到

$$\begin{aligned} E_q &= E_{q_x} + E_{q_y} = \frac{\hbar\omega_x}{2}([n_x + 1] + [n_x]) \\ &\quad + \frac{\hbar\omega_y}{2}([n_y + 1] + [n_y]), \quad (7) \end{aligned}$$

$$\psi_n(x, y) = \psi_n(x) \psi_n(y).$$

当 $q \rightarrow 1$ 即 $r \rightarrow 0$ 时, 所有结论退化为普通二维谐振子的结果.

3 二维 q 变形振子的双波描述

根据双波理论, 在二维 q 变形振子场中运动的单粒子状态由下面两个波函数描述:

$$\begin{aligned} \Psi_{n_q}(x, y, t) &= \psi_{n_q}(x, y) \exp\{-i\omega_x([n_x + 1] \\ &\quad + [n_x])\chi(t - t_1) - i\omega_y([n_y + 1] \\ &\quad + [n_y])\chi(t - t_2)\} \\ &= \psi_{n_x}(x) \psi_{n_y}(y) \exp\{-i\omega_x([n_x + 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ [n_x])\chi(t - t_1) - i\omega_y([n_y + 1] \\ &+ [n_y])\chi(t - t_2)\}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\Phi_q(x, y, t) = \sum_{n_x, n_y} \Psi_{n_q}(x, y, t), \quad (9)$$

其中 $\Phi_q(x, y, t)$ 为 $\Psi_{n_q}(x, y, t)$ 的伴随函数; t_1, t_2 为双波理论中引入的两个实参数. 当体系处于由 (8)(9) 式所描述的状态时, 在时刻 t 测量力学量 $[f]$ 的值为

$$\begin{aligned} \langle [f] \rangle_{n_q} &= \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \Phi_q^*(x, y, t) \\ &\quad \cdot [f] \Psi_{n_q}(x, y, t). \quad (10) \end{aligned}$$

当 $f=1$, 可得归一化条件

$$\text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \Phi_q^*(x, y, t) [f] \Psi_{n_q}(x, y, t) = 1. \quad (11)$$

利用谐振子波函数的递推公式(把以下两式中的 x 变换成 y 也同样成立)

$$\begin{aligned} x\psi_{n_x}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}\alpha_x} \left\{ \sqrt{n_x} \psi_{n_x-1}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{n_x+1} \psi_{n_x+1}(x) \right\}, \\ \frac{d\Psi_{n_x}(x)}{dx} &= \frac{\alpha_x}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{n_x} \psi_{n_x-1}(x) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{n_x+1} \psi_{n_x+1}(x) \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

考虑到当 $r \rightarrow 0$ 时, q 振子退化为普通谐振子, 故将 r 作为小量处理(6)式等号右边的级数取第一项进行计算. 那么, 由(10)式可得到下列结果:

$$\langle [H] \rangle_{n_q} = \frac{r}{2\text{shr}} \{ ([n_x + 1] + [n_x])\hbar\omega_x + ([n_y + 1] + [n_y])\hbar\omega_y \},$$

$$\begin{aligned} \langle [x] \rangle_{n_q} &= \frac{r}{\sqrt{2}\alpha_x \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_x+1} \cos \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x])\chi(t - t_1) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{n_x} \cos \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 1] - [n_x - 1])\chi(t - t_1) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle [y] \rangle_{n_q} &= \frac{r}{\sqrt{2}\alpha_y \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_y+1} \cos \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y])\chi(t - t_2) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{n_y} \cos \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 1] - [n_y - 1])\chi(t - t_2) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle [P_x] \rangle_{n_q} &= \frac{\alpha_x r \hbar}{\sqrt{2}\text{shr}} \left\{ \sqrt{n_x} \sin \frac{\omega_x}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1])\chi(t - t_1) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{n_x+1} \sin \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x])\chi(t - t_1) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle [P_y] \rangle_{n_q} &= \frac{\alpha_y r \hbar}{\sqrt{2} \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_y} \sin \frac{\omega_y}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{n_y + 1} \sin \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\}, \\
\langle [L_z] \rangle_{n_q} &= \frac{r \hbar}{2 \text{shr}} \sqrt{\frac{\omega_y}{\omega_x}} \left\{ \sqrt{n_x n_y} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right\} \right. \\
&\quad + \sqrt{(n_x + 1) n_y} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right\} \\
&\quad - \sqrt{n_x (n_y + 1)} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\} \\
&\quad - \left. \sqrt{(n_x + 1) (n_y + 1)} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\} \right\} \\
&\quad - \frac{r \hbar}{2 \text{shr}} \sqrt{\frac{\omega_x}{\omega_y}} \left\{ \sqrt{n_x n_y} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right\} \right. \\
&\quad + \sqrt{n_x (n_y + 1)} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\} \\
&\quad - \sqrt{(n_x + 1) n_y} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right\} \\
&\quad - \left. \sqrt{(n_x + 1) (n_y + 1)} \sin \left\{ \frac{\omega_x}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) + \frac{\omega_y}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\} \right\}.
\end{aligned} \tag{13}$$

显然, 这是一个振动频率与振幅有关的非线性振动.

4 讨 论

1) 当 $\omega_x = \omega_y = \omega$ 时, 由 (13) 式可得到

$$\begin{aligned}
\langle [H] \rangle_{n_q} &= \frac{r}{2 \text{shr}} ([n_x + 1] + [n_x] + [n_y + 1] + [n_y]) \hbar \omega, \\
\langle [x] \rangle_{n_q} &= \frac{r}{\sqrt{2} \alpha \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_x + 1} \cos \frac{\omega}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{n_x} \cos \frac{\omega}{2} ([n_x + 1] - [n_x - 1]) \chi(t - t_1) \right\}, \\
\langle [y] \rangle_{n_q} &= \frac{r}{\sqrt{2} \alpha \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_y + 1} \cos \frac{\omega}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{n_y} \cos \frac{\omega}{2} ([n_y + 1] - [n_y - 1]) \chi(t - t_2) \right\}, \\
\langle [P_x] \rangle_{n_q} &= \frac{\alpha r \hbar}{\sqrt{2} \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_x} \sin \frac{\omega}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) \chi(t - t_1) \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{n_x + 1} \sin \frac{\omega}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) \chi(t - t_1) \right\}, \\
\langle [P_y] \rangle_{n_q} &= \frac{\alpha r \hbar}{\sqrt{2} \text{shr}} \left\{ \sqrt{n_y} \sin \frac{\omega}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) \chi(t - t_2) \right. \\
&\quad \left. - \sqrt{n_y + 1} \sin \frac{\omega}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) \chi(t - t_2) \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle [L_z] \rangle_{n_q} &= \frac{r\hbar \sqrt{(n_x + 1)n_y}}{\text{shr}} \sin \left\{ \frac{\omega}{2} ([n_x + 2] - [n_x]) (t - t_1) + \frac{\omega}{2} ([n_y - 1] - [n_y + 1]) (t - t_2) \right\} \\ &\quad - \frac{r\hbar \sqrt{n_x(n_y + 1)}}{\text{shr}} \sin \left\{ \frac{\omega}{2} ([n_x - 1] - [n_x + 1]) (t - t_1) + \frac{\omega}{2} ([n_y + 2] - [n_y]) (t - t_2) \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

这正是普通二维各向同性 q 变形振子的双波结果^[21].

$$2) \text{ 由于 } \lim_{r \rightarrow 0} [f] = f \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{\text{shr}} = 1,$$

则由 (13) 式可得到

$$\begin{aligned} \langle [H] \rangle_{n_q} &= \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_y, \\ \langle [x] \rangle_{n_q} &= \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega_x}} (\sqrt{n_x + 1} + \sqrt{n_x}) \cos \omega_x (t - t_1), \\ \langle [y] \rangle_{n_q} &= \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega_y}} (\sqrt{n_y + 1} + \sqrt{n_y}) \cos \omega_y (t - t_2), \\ \langle [P_x] \rangle_{n_q} &= -\sqrt{\frac{\hbar\mu\omega_x}{2}} (\sqrt{n_x + 1} + \sqrt{n_x}) \sin \omega_x (t - t_1), \\ \langle [P_y] \rangle_{n_q} &= -\sqrt{\frac{\hbar\mu\omega_y}{2}} (\sqrt{n_y + 1} + \sqrt{n_y}) \sin \omega_y (t - t_2), \\ \langle [L_z] \rangle_{n_q} &= \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{\omega_y}{\omega_x}} \{ \{ \sqrt{(n_x + 1)n_y} + \sqrt{n_x(n_y + 1)} \} \sin \{ \omega_x (t - t_1) - \omega_y (t - t_2) \} \\ &\quad - \{ \sqrt{n_x n_y} + \sqrt{(n_x + 1)(n_y + 1)} \} \sin \{ \omega_x (t - t_1) + \omega_y (t - t_2) \} \} \\ &\quad + \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{\omega_x}{\omega_y}} \{ \{ \sqrt{(n_x + 1)n_y} + \sqrt{n_x(n_y + 1)} \} \sin \{ \omega_x (t - t_1) - \omega_y (t - t_2) \} \\ &\quad + \{ \sqrt{n_x n_y} + \sqrt{(n_x + 1)(n_y + 1)} \} \sin \{ \omega_x (t - t_1) + \omega_y (t - t_2) \} \}. \end{aligned} \quad (15)$$

这正是普通二维谐振子的双波结果^[22]. 可见, 当 $r \rightarrow 0$ 时, 二维 q 变形振子回复为普通二维谐振子.

3) 当 $n_x, n_y \rightarrow \infty$ 时, 若记

$$x_0 = \sqrt{2n_x \hbar / \mu \omega_x}, \quad y_0 = \sqrt{2n_y \hbar / \mu \omega_y},$$

则由 (15) 式可得到

$$\begin{aligned} \langle [H] \rangle_{n_q} &= \frac{1}{2} \mu \omega_x^2 x_0^2 + \frac{1}{2} \mu \omega_y^2 y_0^2, \\ \langle [x] \rangle_{n_q} &= x_0 \cos \omega_x (t - t_1), \\ \langle [y] \rangle_{n_q} &= y_0 \cos \omega_y (t - t_2), \\ \langle [P_x] \rangle_{n_q} &= -\mu \omega_x x_0 \sin \omega_x (t - t_1), \\ \langle [P_y] \rangle_{n_q} &= -\mu \omega_y y_0 \sin \omega_y (t - t_2), \\ \langle [L_z] \rangle_{n_q} &= \mu x_0 y_0 \{ \omega_x \sin \omega_x (t - t_1) \cos \omega_y (t - t_2) \\ &\quad - \omega_y \cos \omega_y (t - t_1) \sin \omega_x (t - t_2) \}. \end{aligned} \quad (16)$$

可见, 当 $r \rightarrow 0$ 时, 在大量子数条件下, 二维 q 振子的双波结果与经典振子的结果形式上是一样的^[22].

4) 为了建立双波理论与通常量子理论之间的关系, 定义

$$[\bar{f}]_{n_q} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \langle [f] \rangle_{n_q} \quad (17)$$

把 (8)–(10) 式代入 (17) 式, 得到

$$\begin{aligned} [\bar{f}]_{n_q} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy \Psi_{n_q}^*(x, y, t) \\ &\quad \cdot [\hat{f}] \Psi_{n_q}(x, y, t). \end{aligned} \quad (18)$$

这结果意味着量子力学期望值公式适用于一个系综. 由此可见, 单波函数描述粒子系综, 双波函数描述单个粒子.

作者感谢与李洪才教授进行的有益讨论.

- [1] Z. Chang ,W. Chen ,H. Y. Guo , *J. Phys.* , **A23**(1990) ,4185.
- [2] W. Chen ,Z. Chang ,H. Y. Guo , *Acta Physica Sinica* , **40** (1991) ,337(in Chinese) [陈 卫、常 哲、郭汉英 物理学报 , **40**(1991) ,337] .
- [3] L. M. Kuang ,F. B. Wang , *Phys. Lett.* , **A173**(1993) ,221.
- [4] C. Y. Chen ,R. Q. Zhou , *Acta Sinica Quantum Optica* , **4** (1998) ,119(in Chinese) [陈昌远、周荣秋 量子光学学报 , **4** (1998) ,119] .
- [5] L. C. Biedenharn , *J. Phys.* , **A22**(1989) ,L873.
- [6] A. J. Macfarlane , *J. Phys.* , **A22**(1989) ,A581.
- [7] Y. J. Ng , *J. Phys.* , **A23**(1990) ,1023.
- [8] H. Yan ,Z. Chang ,H. Y. Guo , *Acta Physica Sinica* , **40**(1991) , 1377(in Chinese) [阎 宏、常 哲、郭汉英 物理学报 , **40** (1991) ,1377] .
- [9] G. C. Yang , *Acta Physica Sinica* , **42**(1993) ,92(in Chinese) [杨 光参 物理学报 , **42**(1993) ,92] .
- [10] G. C. Yang , *Acta Physica Sinica* , **43**(1994) ,521(in Chinese) [杨光参 物理学报 , **43**(1994) ,521] .
- [11] R. W. Gray ,C. A. Nelson , *J. Phys.* , **A23**(1990) ,L945.
- [12] A. J. Bracken ,D. S. Meanally ,R. B. Zhang ,M. D. Gould , *J. Phys.* , **A24**(1991) ,1379.
- [13] X. Y. Huang , *Phys. Lett.* , **A115**(1986) ,310.
- [14] X. Y. Huang , *Scientia Sinica (Science of China) A* , **21**(1991) , 34(in Chinese) [黄湘友 中国科学 A 辑 , **21**(1991) ,34] .
- [15] X. Y. Huang ,Q. H. Liu ,X. Tian ,Z. P. Qiu , *Acta Physica Sinica* , **42**(1993) ,180(in Chinese) [黄湘友、刘全慧、田 旭、裘忠平 , 物理学报 , **42**(1993) ,180] .
- [16] Q. H. Liu , *Acta Physica Sinica* , **42**(1993) ,522(in Chinese) [刘 全慧 物理学报 , **42**(1993) ,522] .
- [17] R. L. Ling , *Acta Sinica Quantum Optica* , **4**(1998) ,111(in Chinese) [凌瑞良 量子光学学报 , **4**(1998) ,111] .
- [18] X. Y. Huang ,B. Zhang , *Acta Sinica Quantum Optica* , **2** (1996) ,130(in Chinese) [黄湘友、张 斌 量子光学学报 , **2** (1996) ,130] .
- [19] D. S. Sun , *Acta Sinica Quantum Optica* , **4**(1998) ,161(in Chinese) [孙东升 量子光学学报 , **4**(1998) ,161] .
- [20] X. M. Lin ,H. C. Li , *Acta Sinica Quantum Optica* , **4**(1998) , 187(in Chinese) [林秀敏、李洪才 量子光学学报 , **4**(1998) , 187] .
- [21] X. M. Lin , *J. Fujian Teachers University* (to be published) (in Chinese) [林秀敏 福建师范大学报 (待发表)] .
- [22] C. J. Huang ,J. F. Li ,J. Y. Fang , *Acta Sinica Quantum Optica* , **4**(1998) ,195(in Chinese) [黄春佳、厉江帆、方家元 量子光学学报 , **4**(1998) ,195] .

DOUBLE-WAVE DESCRIPTION FOR TWO-DIMENSIONAL q -DEFORMED OSCILLATOR*

LIN XIU-MIN

(Laboratory of Quantum Communication and Quantum Computation , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China)

(Department of Physics , Fujian Teachers University , Fuzhou 350007 , China)[†]

(Received 13 March 2000 ; revised manuscript received 10 July 2000)

ABSTRACT

Utilizing double-wave theory , we describe the system of two-dimensional q -deformed oscillators. The results show that the movement of particles is nonlinear. At the same time , when $q \rightarrow 1$ the theory reduces to the common two-dimensional harmonic oscillator theory.

Keywords : double-wave theory , two-dimensional q -deformed oscillator

PACC : 0365 , 0250

* Project supported by the Foundation of Education Commission of Fujian Province , China (Grant No. JA99149) .

[†] mailing address.