

用一种少参数非线性自适应滤波器自适应 预测低维混沌时间序列*

张家树 肖先赐

(电子科技大学电子工程系, 成都 610054)

(2000 年 5 月 3 日收到, 2000 年 7 月 16 日收到修改稿)

基于混沌动力系统的相空间延迟坐标重构, 利用混沌序列固有的确定性和非线性, 提出了用于混沌时间序列预测的一种少参数非线性自适应滤波预测模型. 该预测模型在 Volterra 自适应滤波器的基础上引入 sigmoid 函数来减少待定参数. 实验研究表明, 这种少参数非线性自适应滤波预测器仅需用 50 个样本经 20 次预训练后, 就能有效地预测一些低维混沌序列, 且这种少参数非线性自适应滤波预测器更便于工程实现.

关键词: 混沌, 非线性自适应预测, 少参数非线性自适应滤波器, 自适应算法

PACC: 0545

1 引 言

随着混沌理论和应用技术研究的不断深入, 混沌时间序列的建模和预测已成为近年来混沌信号处理研究领域的一个重要热点^[1-10]. 混沌现象的惊人之处是一个完全确定的简单非线性模型也会产生有如随机过程的复杂行为特征, 如果有幸发现这些相对简单的模型对不确定性的未来的预测就有可能实现. Takens 的嵌入定理为我们提供了预测混沌时间序列的理论证据. 基于 Takens 的嵌入定理和相空间重构思想, 人们已提出了许多预测混沌时间序列的非线性预测方法. 这些方法大致可分为全局预测法^[1-5]、局域预测法^[6,7]和自适应非线性滤波预测法^[8-10]. 其中基于相空间重构的基本思想和混沌时间序列产生的确定性非线性机制的混沌序列自适应非线性滤波预测法能对低维混沌序列进行精确地预测^[8-10].

由于各类神经网络如小波网络、模糊神经网络、径向基函数网络、递归神经网络等具有普遍的非线性函数逼近能力^[1-5], 因而它们是用于混沌时间序列预测的主要工具之一. 然而, 对混沌时间序列而言, 如果只是就输入-输出对神经网络进行训练, 事实上只是调节神经网络去模拟混沌系统行为的个特定轨迹, 即得到的只是个给定激励的特定解, 当一个

新的激励输入系统时, 这类预测模型就可能得不到正确的系统行为^[5]. 基于 Volterra 级数展式的自适应非线性滤波预测模型由于综合利用了线性和非线性项, 其本质上属于参数辨识模型, 因而较之神经网络对特定的低维混沌序列具有较好的预测能力, 但由于二阶 Volterra 滤波器逼近非线性函数的能力有限, 使其在预测高阶混沌序列和时变混沌序列方面有一定的局限性; 自适应高阶非线性滤波器在逼近能力方面有较大的提高, 能够对包括高维耦合混沌在内的混沌时间序列进行有效地预测, 但是, 这两种自适应非线性滤波预测模型的共同缺点是当输入维数较大时, 其计算复杂性问题就是一个不可避免的问题. 为此本文在二阶 Volterra 自适应预测滤波器基础上, 提出了引入 sigmoid 函数来构造非线性滤波预测模型, 以期达到减少其待定参数和提高其逼近非线性函数.

2 一种少参数非线性自适应滤波预测模型和自适应算法

混沌序列预测的基础是状态空间的重构理论. 假设观测到的混沌时间序列为 $\{x(t), t=1, 2, \dots, N\}$, 则在状态空间中重构的一点状态矢量可表示为 $x(t) = (x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau))^T$, 其中 m 为嵌入维数, τ 为延迟时间. 由 Takens 定理

* 国防预研基金(批准号 98JS05.4.1.DZ0205)资助的课题.

可知,混沌序列的预测重构本质上是一个动力系统的逆问题.既通过动力系统的状态反过来去构造系统的模型,也就是建立

$$x(t + T) = F(x(t)) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中 T 为前向预测步长 ($T > 0$), $F(\cdot)$ 为重构的预测模型.由于时间序列不可能全为原动力系统产生的干净序列值,它还叠加有测量误差等各种噪声,则一个实际的预测模型应为

$$x(t + T) = \hat{F}(x(t)) + \epsilon(t), \quad (2)$$

其中 $\epsilon(t)$ 为噪声或拟合误差.这就变成了一个预测模型的构建问题.

众所周知,线性自适应滤波能够处理一些时变和非线性、非平稳信号,其原因在于:自适应滤波技术利用前一时刻已获得的滤波器参数等结果,自动地调节现时时刻的滤波器参数,以适应信号和噪声未知的或随时间变化的统计特性,从而实现最优滤波^[11,12].但是,由于线性自适应滤波器本质上的线性,限制了它们在探究混沌信号的高阶统计冗余性方面的能力和逼近非线性函数的能力.人们已在这方面作了大量的工作,主要有神经网络模型和基于 Volterra 级数展式的非线性多项式滤波预测模型.由于各类神经网络如小波网络、模糊神经网络、径向基函数网络、递归神经网络等具有普遍的非线性函数逼近能力^[1-5],因而它们是用混沌时间序列预测的主要工具之一.基于 Volterra 级数展式的非线性多项式滤波预测模型由于综合利用了线性和非线性项,其本质上属于参数辨识模型,比神经网络对特定的低维混沌序列具有较好的预测能力.其中一个原因在于:如果只是就输入-输出对神经网络进行训练,事实上只是调节神经网络去模拟混沌系统行为的个特定轨迹,即得到的只是个给定激励的特定解,当一个新的激励输入系统时,这类预测模型就可能得不到正确的系统行为^[5],显然,自适应技术是提高预测性能的原因之一.

具有非线性表达能力的二阶 Volterra 自适应滤波器对 8 种低维混沌序列已进行了较好地预测^[8],相应的二阶 Volterra 预测滤波器为

$$\begin{aligned} \hat{x}(n + 1) = & h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h(i)x(n - i) \\ & + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=i}^{m-1} h_{ij}(i, j)x(n - i)x(n - j). \end{aligned} \quad (3)$$

对应的滤波系数总个数为 $M = 1 + m + m(m + 1)/2$.

由于二阶 Volterra 自适应预测滤波器同时包含有线性和非线性项,符合混沌动力系统的本质.当 m 等于最小嵌入维数时,其预测性能最佳^[11,12].

不过,二阶 Volterra 预测滤波器逼近非线性函数的能力有限,使其在预测高阶非线性混沌序列和时变混沌序列方面有一定的局限性,同时,当预测滤波器的阶数较大时,滤波器的系数呈几何级数增长,使其硬件实现困难.由于神经网络的非线性表达能力来自有界的 sigmoid 函数,因此,我们在(3)式的基础上,引入 sigmoid 函数来构造非线性滤波预测模型,以期提高二阶 Volterra 预测滤波器的逼近非线性函数和减少待定参数,这种非线性预测滤波器定义如下:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) = & a_0 + \sum_{i=0}^{n_1} a_i(t)x(t - i) + \left(b_0 \right. \\ & \left. + \sum_{i=0}^{n_1} b_i(t)x(t - i) \right) \text{sign} \left(c_0 \right. \\ & \left. + \sum_{i=0}^{n_1} c_i(t)x(t - i) \right) + \epsilon(t), \quad (4) \\ & \text{sign} \left(c_0 + \sum_{i=0}^{n_1} c_i(t)x(t - i) \right) \\ & = \frac{1 - \exp \left[c_0 + \sum_{i=0}^{n_1} c_i(t)x(t - i) \right]}{1 + \exp \left[c_0 + \sum_{i=0}^{n_1} c_i(t)x(t - i) \right]} \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $\hat{y}(t) = x(t + T)$ 为非线性自适应系统的输出, $\epsilon(t)$ 为输出误差.相应的滤波系数总个数为 $M = 3m + 3$.我们将(4)(5)两式描述的这种非线性模型称为基于 sigmoid 函数的少参数二次滤波器模型,图 1 给出了相应的实现结构.

在现有的各种自适应算法中,归一化最小均方(NLMS)自适应算法具有良好的自适应性能,且控制收敛的参数选择范围大,能够直接应用于非线性自适应滤波器.为了(4)(5)两式能够利用 NLMS 算法来调整其待定参数,重新定义滤波器的参数和输入矢量为

$$X = [x(t), x(t), \text{sign}(C^T x(t))]^T, \quad (6)$$

$$AB = [a_0, a_1, \dots, a_m, b_0, b_1, \dots, b_m]^T,$$

$$C = [c_0, c_1, \dots, c_m]^T. \quad (7)$$

基于最小均方误差准则,

$$\begin{aligned} \min J(t) = & \min E \{ e^2(t) \} \\ = & \min E \{ [x(t + T) - AB^T X]^2 \}, \quad (8) \end{aligned}$$

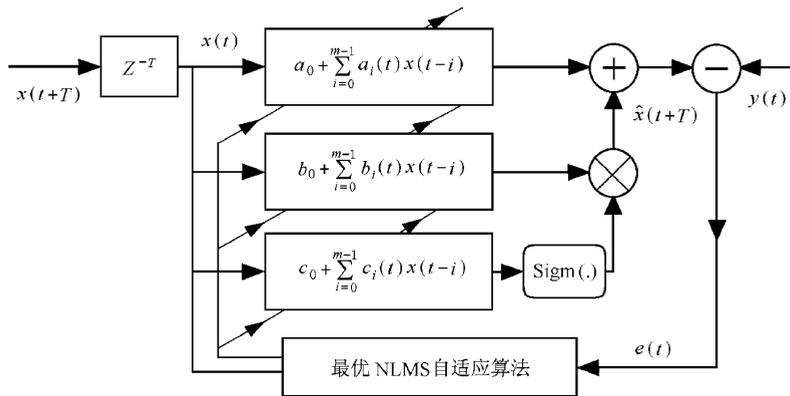


图1 基于 Sigmoid 函数的少参数非线性自适应预测滤波器结构

根据归一化的 LMS(NLMS)算法^[11,12] 则有

$$\sigma_X^2(t) = \rho \sigma_X^2(t-1) + (1-\rho) \|X\|^2, \quad (9)$$

$$AB(t+1) = AB(t) + \mu_1 \frac{e(t)}{\mu_1 + \sigma_X^2(t)} X, \quad (10)$$

$$\sigma_x^2(t) = \rho \sigma_x^2(t-1) + (1-\rho) \|x(t)\|^2, \quad (11)$$

$$C(t+1) = C(t) + \mu_2 \frac{e(t)}{\mu_2 + \sigma_x^2(t)} \cdot (1 - \text{sigm}^2(\cdot))x(t). \quad (12)$$

其中 μ_1 和 μ_2 分别为控制学习收敛的步长参数, $\rho = 0.1$.

3 仿真结果与讨论

下面就这种少参数非线性自适应滤波器对混沌时间序列的预测性能进行实验研究. 实验中, 每一种连续混沌序列分别用四阶 Runge-Kutta 算法求解获得 8000 点数据, 取其最后 2000 点数据作为实验数据, 然后按下式对混沌序列进行归一化处理:

$$x(i) = \left[y(i) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k) \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{\max(y) - \min(y)}}, \quad (13)$$

其中 $\{y(i)\}$ 为原始的混沌序列, $\{x(i)\}$ 为归一化的混沌序列, N 为混沌序列的总长度. 取 $\{x(i)\}$ 前 50 个点作为训练样本用于训练这种少参数非线性自适应滤波预测模型, 经 20 次预训练后来预测最后 1800 点归一化的混沌时间序列. 以预测均方误差和相对误差作为评测标准, 其预测的均方误差和相对误差定义为

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x(k) - \hat{x}(k)|^2, \quad (14)$$

$$\text{Perr} = \frac{\sum_{k=1}^{N_p} [\hat{x}(k) - x(k)]^2}{\sum_{k=1}^{N_p} x^2(k)}. \quad (15)$$

下面给出采用这种少参数自适应滤波预测模型对混沌序列进行预测的具体实验研究结果, 其中, 真实值为 $x(n)$ (---○), 预测值为 $\hat{x}(n)$ (---×). 其预测的均方误差和相对误差分别按 14 和 15 进行计算.

例 1 少参数自适应滤波预测模型对 Lorenz 系统 x 分量混沌序列的预测结果见图 2.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x), \\ \dot{y} &= rx - xz - y, \quad a = 10, \\ & \quad b = 8/3, \quad r = 34.0, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned}$$

例 2 少参数自适应滤波预测模型对 Lösser 系统 x 分量混沌序列的预测结果见图 3.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay, \quad a = 0.15, \\ & \quad b = 0.20, \quad c = 10.0, \\ \dot{z} &= b + z(x-c). \end{aligned}$$

例 3 少参数自适应滤波预测模型对一个四维系统 x 分量混沌序列的预测结果见图 4.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - y, \quad \dot{y} = x - yz^2, \\ \dot{z} &= -b_1y - b_2z - b_3w, \quad \dot{w} = z + cw, \\ a &= 0.56, \quad b_1 = 1.0, \quad b_2 = 1.0, \\ b_3 &= 6.0, \quad c = 0.80. \end{aligned}$$

例 4 少参数自适应滤波预测模型对 Chua 混沌电路系统 x 分量混沌序列的预测结果见图 5.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y-x-f(x)), \\ \dot{y} &= x - y - z, \quad \alpha = 10.0, \quad \beta = 14.87, \\ a &= -1.27, \quad b = -0.68, \\ \dot{z} &= -\beta y, \end{aligned}$$

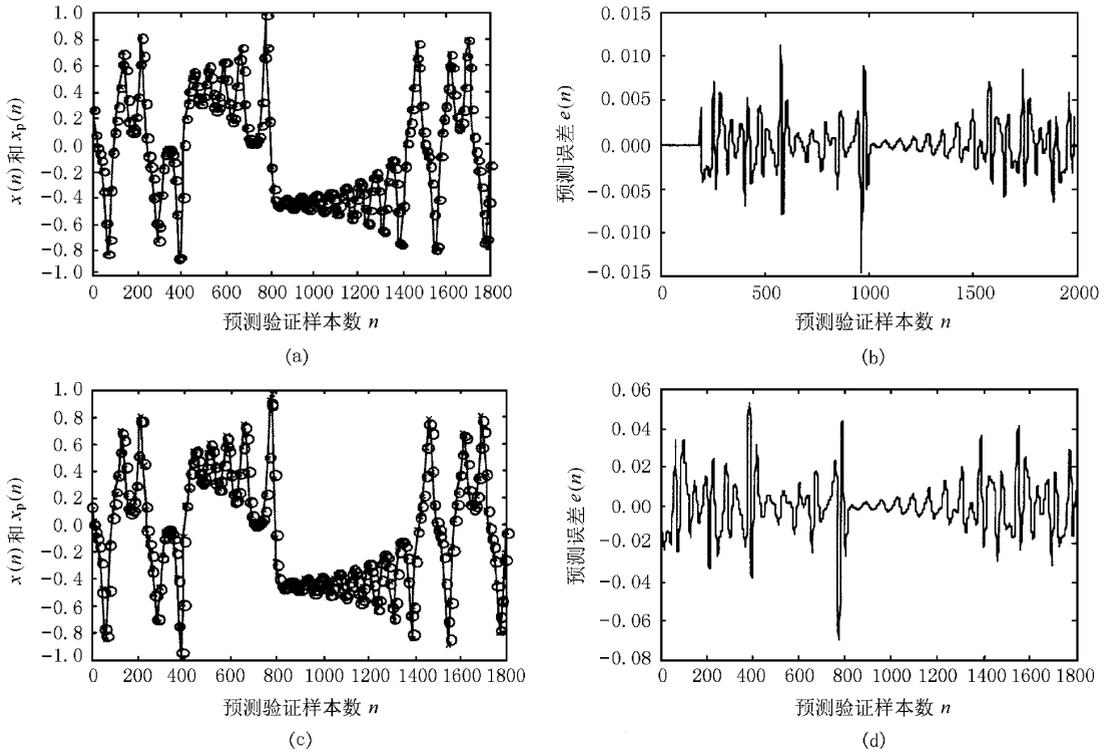


图2 对 Lorenz 系统 x 分量混沌序列的预测结果 (a)为 1 步预测与真实值的比较 (b)为 1 步的误差, $MSE=0.0025$, $Perr=0.0060$ (c)为 6 步预测与真实值的比较 (d)为 6 步的误差, $MSE=0.0135$, $Perr=0.0316$

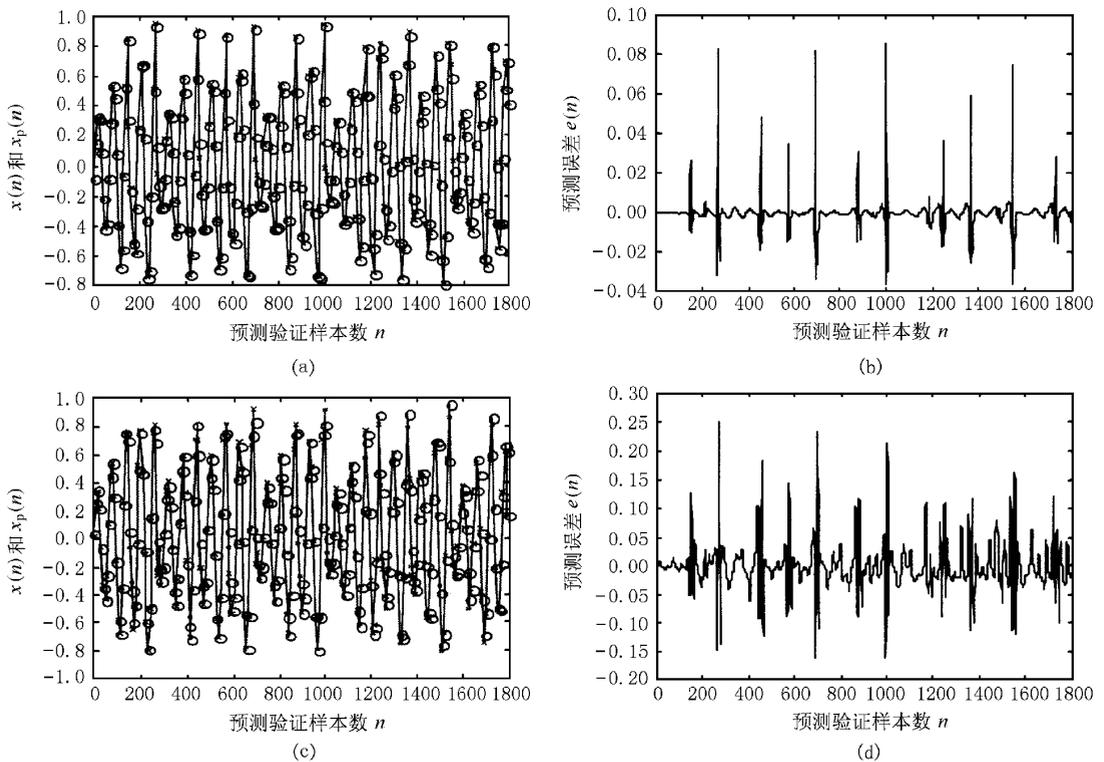


图3 对 Rössler 系统 x 分量混沌序列的预测结果 (a)为 1 步预测与真实值的比较 (b)为 1 步的误差, $MSE=0.0080$, $Perr=0.0181$ (c)为 6 步预测与真实值的比较 (d)为 6 步的误差, $MSE=0.0423$, $Perr=0.0954$

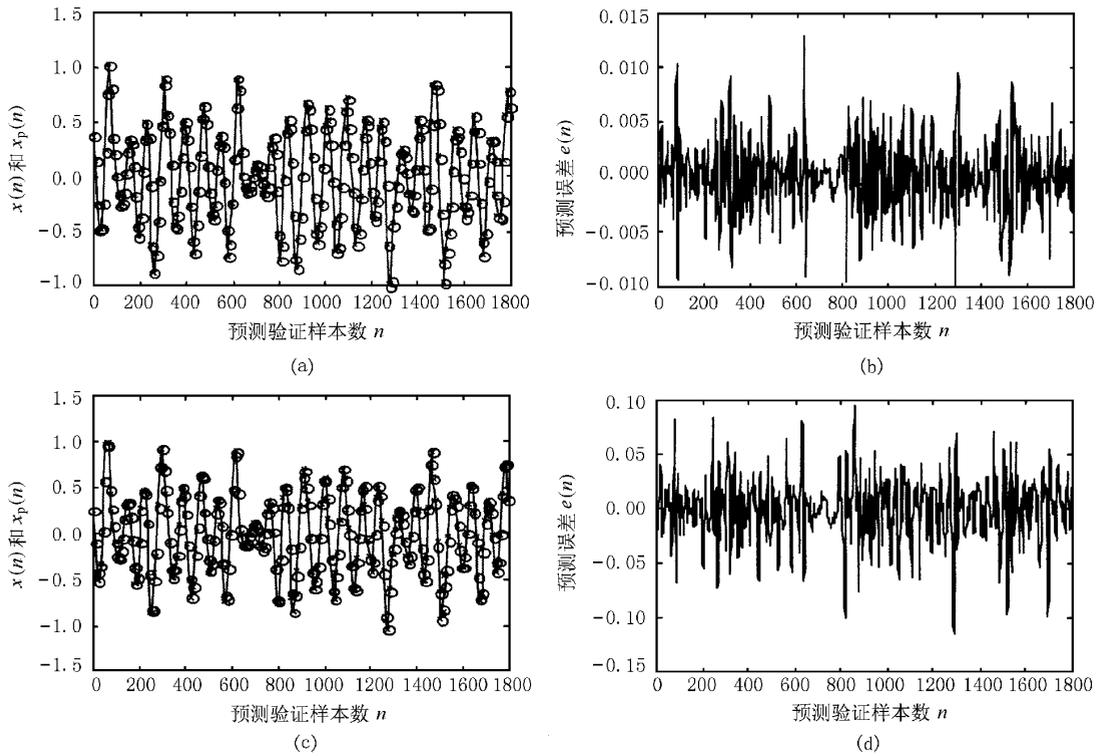


图4 对一个四维超混沌系统 x 分量混沌序列的预测结果 (a)为1步预测与真实值的比较 (b)为1步的误差, $MSE=0.0030$, $Perr=0.0071$ (c)为6步预测与真实值的比较 (d)为6步的误差, $MSE=0.0277$, $Perr=0.0644$

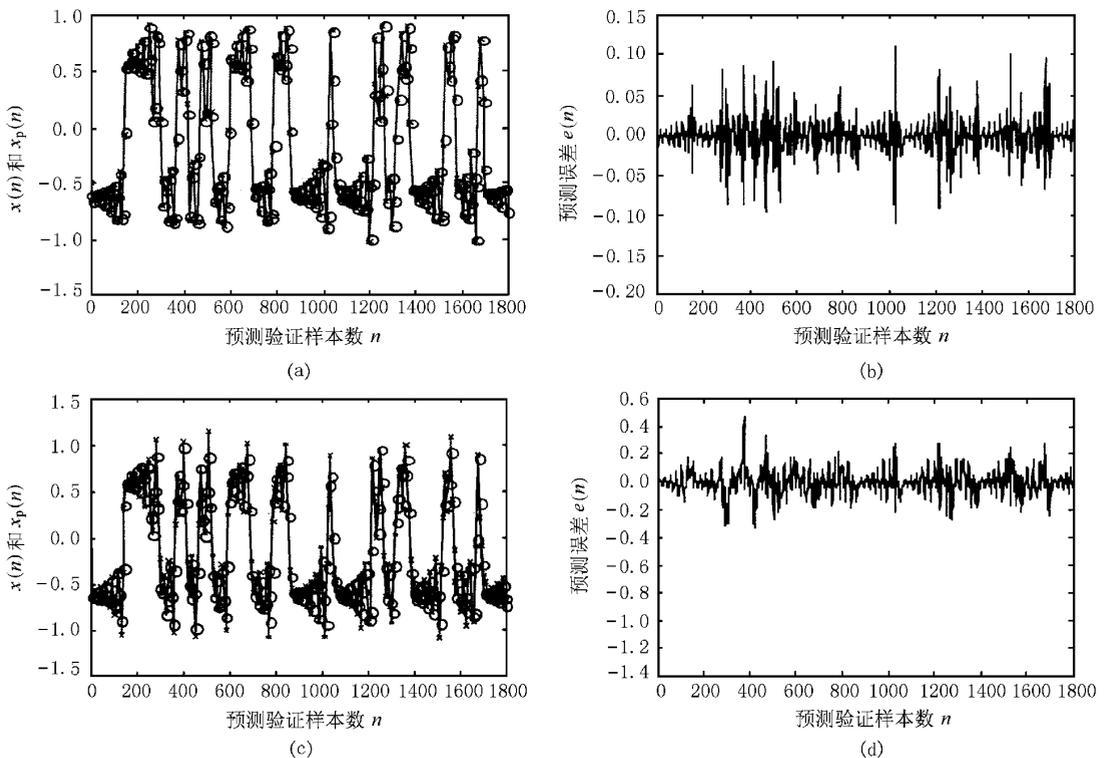


图5 对 Chua 混沌电路系统 x 分量混沌序列的预测结果 (a)为1步预测与真实值的比较 (b)为1步的误差, $MSE=0.0423$, $Perr=0.0954$ (c)为6步预测与真实值的比较 (d)为6步的误差, $MSE=0.0895$, $Perr=0.1571$

$$f(x) = b(x) + 0.5(a - b)(|x + 1| - |x - 1|).$$

上述实验结果表明,用本文提出的这种基于 sigmoid 函数的少参数非线性自适应滤波预测模型对四种连续混沌时间序列 1 步预测的均方误差、相对误差,所作超前 6 步预测的均方误差 MSE、相对误差. 这些结果表明,本文提出的这种基于 sigmoid 函数的少参数非线性自适应滤波预测模型能够有效地预测这些连续混沌时间序列. 尤其值得一提的是,本文的实验仅用 50 个样本对这种预测模型进行 20 次预训练即能对这些混沌序列作出有效预测,这一结果不仅是目前所有预测模型所不具备的,更符合工程实际情况. 其原因可能是这种模型本身同时具备线性和非线性,符合混沌产生的本质,且 sigmoid 函数的引入对非线性表达能力比二阶 Volterra 滤波器有进一步提高,最优 NLMS 自适应算法本身具有一定的非线性和最佳地自适应跟踪混沌的运动轨迹而不是重构混沌系统的全局或局部运动轨迹. 另一方面,从工程实现的角度来看,本文提出的这种基于 sigmoid 函数的少参数非线性自适应滤波预测模型仅需三个 FIR 自适应预测滤波器和简单的非线性变换(即 sigmoid 函数变换),一次乘法与加法即可实现预测(见图 1),比二次 Volterra 自适应滤波预测器的非线性状态扩展的复杂性大大减少,在工程

应用领域具有现实意义.

4 结 语

基于混沌动力系统的相空间延迟坐标重构,利用混沌序列固有的确定性和非线性,提出了用于混沌时间序列预测的一种少参数非线性自适应滤波预测模型. 该预测模型在 Volterra 自适应滤波器器的基础上引入 sigmoid 函数来减少待定参数. 由于最优归一化的 LMS 自适应算法来自适应地跟踪混沌的运动轨迹而不是重构混沌系统的全局或局部运动轨迹,致使这种基于 sigmoid 函数的少参数非线性自适应滤波预测模型能够有效地预测这些连续混沌时间序列. 实验研究表明,仅用 50 个样本对这种预测模型进行 20 次预训练即能对连续混沌序列作出有效预测,这一结果不仅是目前所有预测模型所不具备的,更符合工程实际情况. 另一方面,从工程实现的角度来看,本文提出的这种基于 sigmoid 函数的少参数非线性自适应滤波预测模型仅需三个有限冲激响应(FIR)自适应预测滤波器和简单的非线性变换、一次乘法与加法即可实现预测,比二次 Volterra 自适应滤波预测器的非线性状态扩展的复杂性大大减少,在工程应用领域具有现实意义.

- [1] S. Haykin, L. Xiaobo, *Proc. IEEE*, **83**(1995), 94.
- [2] L. Cao, Y. Hong, H. Fang, G. He, *Physica*, **D85**(1995), 225.
- [3] J. S. Zhang, X. C. Xiao, *Chin. Phys. Lett.*, **17**(2000) 88.
- [4] L. P. Maguire, B. Roche, T. M. McGinnity, L. J. McDaid, *Information Science*, **111**(1998), 137.
- [5] J. S. Zhang, X. C. Xiao, *Chinese Physics*, **9**(2000) A08.
- [6] D. J. Farmer, J. J. Sidorowich, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 845.
- [7] Z. Liu, X. L. Ren, Z. W. Zhu, *Phys. Lett.*, **A227**(1997) 37.
- [8] J. S. Zhang, X. C. Xiao, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 403 (in Chinese) [张家树、肖先赐, *物理学报* **49**(2000), 403].
- [9] J. S. Zhang, X. C. Xiao, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 1221 (in Chinese) [张家树、肖先赐, *物理学报* **49**(2000), 1221].
- [10] J. S. Zhang, X. C. Xiao submitted to *Phys. Lett. A*.
- [11] S. Haykin, *Adaptive filter theory*, (3rd ed.) (Englewood cliffs, New York: Prentice-Hall, 1996).
- [12] S. C. Douglas, T. H. Y. Meng, *IEEE Trans. Sign. Proc.*, **42**(1994), 1352.

NONLINEAR ADAPTIVE PREDICTION OF CHAOTIC TIME SERIES WITH A REDUCED PARAMETER NONLINEAR ADAPTIVE FILTER*

ZHANG JIA-SHU XIAO XIAN-CI

(*Department of Electronic Engineering , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 ,China*)

(Received 3 May 2000 ; revised manuscript received 16 July 2000)

ABSTRACT

Based on the deterministic and nonlinear characterization of the chaotic signals , a new reduced parameter nonlinear adaptive filter is proposed to make adaptive predictions of chaotic time series. The sigmoid function is introduced to nonlinear predictive filter for reducing unknown parameters of the second-order Volterra filters. A reduced parameter nonlinear adaptive filtering prediction scheme is suggested in order to track current chaotic trajectory by using precedent predictive error for adjusting filter parameters rather than approximating global or local map of chaotic series. Experimental results show that this reduced parameter nonlinear adaptive filter , which is only trained with 50 samples and 20 iterations , can be successfully used to make one-step and multi-step predictions of chaotic time series.

Keywords : chaos , nonlinear adaptive prediction , reduced parameter nonlinear filter , adaptive algorithms

PACC : 0545

* Project supported by the National Defense Foundation of China (Grant No. 98JS05.4.1. DZ0205).