

利用原子干涉方法实现三模腔场的类自旋 GHZ 态*

宋克慧^{1,2)} 郭光灿²⁾

¹⁾ 湖南怀化师范高等专科学校物理系和数学研究所, 怀化 418008)

²⁾ 中国科学技术大学物理系和非线性科学中心, 合肥 230026)

(1999 年 3 月 1 日收到, 1999 年 6 月 16 日收到修改稿)

提出了一种利用原子干涉方法实现类自旋腔场 GHZ 态的一种新方案, 并讨论了这一方案在实验上实现的可能性. 给出了 GHZ 态违背局域隐变量理论的简单证明.

PACC: 4250; 3280

1 引 言

1935 年, Einstein, Podolsky 和 Rosen^[1]以悖论的形式提出了若两粒子处于的纠缠态为

$$|\Psi\rangle = \sum_{a,b} \alpha(a+b-c_0)|a\rangle|b\rangle, \quad (1)$$

则可以从量子理论本身对量子论的诠释提出尖锐的批评. 在(1)式中, a 和 b 分别表示粒子 1 和粒子 2 的动量或坐标, c_0 是一个常数. 跟随 Bohr^[2]和 Furry^[3]就对 EPR 观点进行了反批评. 1951 年, Bohm^[4]提出了 Bohm-EPR 态, 即

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_1\rangle|\downarrow_2\rangle - |\downarrow_1\rangle|\uparrow_2\rangle), \quad (2)$$

其中 $|\uparrow$ 和 $|\downarrow$ 分别代表粒子自旋向上和向下的态, 脚标 1 和 2 分别表示粒子 1 和粒子 2. 近年来, 人们^[5]对制备这种态产生了浓厚的兴趣, 因为这种态通过违背 Bell 不等式^[6]可以否定 EPR 的局域隐变量理论, 从而也证明了量子系统中确实存在这一类特殊的关联^[7,8]. 不久前, Greenberger 等^[9]提出了多粒子纠缠态, 即 Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) 态的概念, 其中三粒子纠缠态可表示为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_1\rangle|g_2\rangle|g_3\rangle - |e_1\rangle|e_2\rangle|e_3\rangle), \quad (3)$$

这里 $|g$ 和 $|e$ 分别表示原子的上能态和下能态. (3) 式所表示的态给出了一种新的类型的局域隐变量理论与量子理论的矛盾, 即它不需要违背 Bell 不等式, 就可对局域隐变量原理进行检验. 近来, Wod-

kiewicz 等^[10]和 Gerry^[11]发展了这一思想, 分别提出了类自旋的腔场 GHZ 态的概念, 它具有形如(3)式的形式, 即

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle - |-\alpha\rangle|-\beta\rangle|-\gamma\rangle). \quad (4)$$

这里 $|\alpha$, $|\beta$ 和 $|\gamma$ 分别表示不同腔场的相干态. 对于(4)式所示的态, 只要对腔场的宇称进行测量, 可得到与局域隐变量原理完全相反的结论, 从而否定局域隐变量原理, 不需要违背 Bell 不等式. 因此, 我们^[12]提出了通过大失谐的 Jaynes-Cummings 模型实现这种态的方案.

在此我们提出一种基于原子干涉方法来实现三模腔场的纠缠态的方案. 该方案只需适当选择原子的速度和对原子的探测位置, 在一定条件下, 即可在腔中获得(4)式所示的腔场 GHZ 态. 还较为详细地讨论了在实验上实现这一方案的可能性, 并对这种类型的态对局域隐变量原理的违背给出了简单的讨论.

2 原子双缝实验的物质波理论和三模腔场的纠缠态的制备

2.1 原子双缝实验的物质波理论

考虑一个如图 1 所示的原子干涉仪. 这一装置包含一个开有两狭缝(缝距为 a)的不透明的面板和一个 Fabry-Perot 类型的腔, 当原子经过双缝和腔

* 湖南省教育委员会青年骨干教师基金和国内访问学者基金资助的课题.

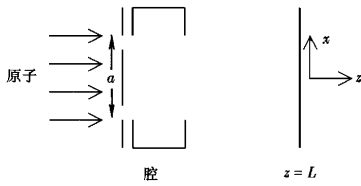


图1 原子干涉实验装置

后,可在远处平面 $z = L$ 处被探测到.这一方法首先由 Haroch 等^[13]提出,随后 Zhu 等^[14]给出了较为详细的关于物质波干涉的理论讨论.根据他们的讨论,在双缝实验中,强耦合的原子和腔场系统的量子态可由如下形式的纠缠态描述:

$$|\text{atom} + \text{field}\rangle = \sum_n C_n \iiint \Psi(n, \mathbf{r}) |n, \mathbf{r}\rangle d^3\mathbf{r}, \quad (5)$$

其中 $|n, \mathbf{r}\rangle$ 表示原子在点 \mathbf{r} 而场处于数态 $|n\rangle$ 的态,系数 C_n 代表腔中光子数的分布.对于固定的 $|n\rangle, \Psi(n, \mathbf{r})$ 则为原子的物质波函数.在绝热近似下, $\Psi(n, \mathbf{r})$ 满足如下形式的 Schrödinger 方程:

$$\Delta \Psi(n, \mathbf{r}) + \left[1 - \frac{2m}{\hbar^2 k^2} U(n, \mathbf{r}) \right] k^2 \Psi(n, \mathbf{r}) = 0, \quad (6)$$

这里 $\hbar^2 k^2 / 2m$ 是原子的动能 (\hbar 是 Planck 常数, k 是原子波包的波矢, m 是原子的质量), 而 $U(n, \mathbf{r})$ 是原子处于 \mathbf{r} 处时由于原子与腔模的非共振相互作用而使原子的基态能产生的移位,

$$U(n, \mathbf{r}) = n \frac{\omega_a}{\omega_a - \omega_{eg}} \frac{|D_{ge}|^2}{2\epsilon_0 V} |f(\mathbf{r}) e_{ge}|^2 \quad (7)$$

其中 ω_a 是腔的频率, ω_{ge} 是原子能态 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ 之间的转移频率, D_{ge} 是原子的偶极矩元, e_{ge} 是原子跃迁的极化率, $f(\mathbf{r})$ 是腔中电场的分布, $V = \int |f(\mathbf{r}) e_{ge}|^2 d^3\mathbf{r}$ 是腔场的有效体积.在满足 $U(n, \mathbf{r}) \ll \hbar(\omega - \omega_{ge})$ 的条件下,在腔中光子的吸收不能发生,从而原子在腔中的跃迁可被忽略.假设原子在远处 \mathbf{r}_d 被探测到,则(5)式所示的纠缠态塌缩到如下的态:

$$|\text{atom} + \text{field}'\rangle = \sum_n C_n \Psi(n, \mathbf{r}_d) |n, \mathbf{r}_d\rangle, \quad (8)$$

即相应的场态用数态表示,而光子的分布则用新的系数 $C_n \Psi(n, \mathbf{r}_d)$ 描述.

2.2 三模腔场 GHZ 态的制备

关于物质波的干涉理论, Domokos 等^[15]和 Sundar^[16]做了进一步的工作,但他们所讨论的仅仅是对单模场的情况.最近, Zheng 等^[17]利用这一方法制备了对相干态的叠加态.为了制备腔场 GHZ 态,我们考虑一个三模腔场,而且假设三模腔场初始时均处于相干态 $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$ 和 $|\gamma\rangle$. 这样(5)式中的系数 C_n 可表为

$$C_n = e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2)\gamma_2} \frac{\alpha^{n_1} \beta^{n_2} \gamma^{n_3}}{(n_1! n_2! n_3!)^{1/2}}, \quad (9)$$

假设原子的波长远大于缝的宽度,在远场近似下 ($z \gg x, a$), 对于三模情况(8)式中的 $\Psi(n, \mathbf{r}_d)$ 可表示为

$$\Psi(n_1, n_2, n_3, \mathbf{r}) = N e^{ikz} e^{ikx^2/2z} \cdot \left(e^{ikx_d/2z} \prod_{j=1}^3 e^{in_j \varphi_j} + e^{-ikx_d/2z} \prod_{j=1}^3 e^{in_j \varphi'_j} \right), \quad (10)$$

其中 φ_j, φ'_j ($j = 1, 2, 3$) 是相移,它由描述原子和场相互作用的多个物理量决定.当原子从腔中出来以后,假设在远处 $z = L$ 平面上的一点 x_d 探测到原子,则由(8)式到(10)式可知,腔场将处于如下的态:

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= N' e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2)\gamma_2} \sum_{n_1, n_2, n_3} \frac{\alpha^{n_1} \beta^{n_2} \gamma^{n_3}}{(n_1! n_2! n_3!)^{1/2}} \\ &\cdot \Psi(n_1, n_2, n_3) |n_1, n_2, n_3\rangle \\ &= N' \left(e^{ikx_d/2z} |e^{in_1 \varphi_1} \alpha\rangle |e^{in_2 \varphi_2} \beta\rangle \right. \\ &\cdot |e^{in_3 \varphi_3} \gamma\rangle + e^{-ikx_d/2z} |e^{in_1 \varphi'_1} \alpha\rangle \\ &\cdot |e^{in_2 \varphi'_2} \beta\rangle |e^{in_3 \varphi'_3} \gamma\rangle \left. \right), \quad (11) \end{aligned}$$

其中 N' 为归一化因子.为了获得(4)式所示的腔场之间的纠缠态,可取

$$\varphi'_1 - \varphi_1 = \varphi'_2 - \varphi_2 = \varphi'_3 - \varphi_3 = \pi, \quad (12)$$

以及

$$x_d = \frac{z}{ka} (2j + 1) \pi \quad (j \text{ 取正整数}). \quad (13)$$

于是我们便获得了(4)式所示的三模腔场的纠缠态.

3 讨论和结语

上节讨论了原子干涉的物质波理论,并且通过对原子在远处 $z = L$ 的平面上的位置进行探测,原则上获得了我们期望的三模腔场的 GHZ 态,下面将对该方法在实验上的可能性和该态如何违背局域隐变量理论进行讨论.

1. 由文献[15]知,可以通过调节原子的速度

ν_{atom} 以及腔模频率 ω_a 与原子的转移频率 ω_{eg} 的失谐 ($\delta = \omega_a - \omega_{eg}$) 来满足(12)式;对于(13)式可以通过适当调节对原子的探测位置来满足.但是在给定的 Rabi 频率 Ω 下,对 ν_{atom} 和 δ 两参量进行操纵,是受一定条件限制的.因为我们的方案是在非共振的条件下进行的,这时原子在腔中的跃迁才可被忽略,即必须考虑偶极近似条件.但在偶极近似下,失谐 δ 不能取得太大;另一方面,在非共振条件下,又要求光的吸收概率 P_{abs} 很小,由文献[15]知 $P_{\text{abs}} = n\varphi_{\text{max}}\Gamma/\delta$ (n 是腔场的光子数, Γ 是原子的自发辐射速率, $\varphi_{\text{max}} \approx l_{\text{cav}}\Omega^2/\nu_{\text{atom}}\delta$ 是相移的最大值, l_{cav} 是沿 z 方向腔的有效长度),这里又相应要求 δ 较大,如何克服这一矛盾,以便使实验方案可能实现,我们通过简单的计算来加以说明:由文献[18],可取 $\nu_{\text{atom}} \approx 10 \text{ ms}^{-1}$, $\Omega \approx 10^8 \text{ s}^{-1}$, $l_{\text{cav}} \sim 10^{-4} \text{ m}$, $\varphi \sim \pi$, 则 $\delta \sim 10^{11} \text{ s}^{-1}$, 在 δ 取 10^{11} 数量级的情况下,我们来估算 U 的数量级,由文献[15]有 $U(n, \mathbf{r}) = \hbar n \Omega^2 / \delta$, 代入以上数据可得 $U(n, \mathbf{r}) = \hbar n \times 10^5 \text{ J}$; 而 $\omega_a - \omega_{eg} = \delta \sim 10^{11}$, 因此 $\hbar(\omega_a - \omega_{eg}) \sim \hbar \times 10^{11} \text{ J}$. 在腔模初始时平均光子数比较少的情况下,显然可以满足条件 $U(n, \mathbf{r}) \ll \hbar(\omega_a - \omega_{eg})$, 而在腔中产生较少光子数,例如 0—10 个平均光子的相干态,最近已见报道[19].

2. 在实验方案中,同样要考虑腔场的衰减时间 T_{cav} 和原子的辐射寿命 T_{rad} 之间的关系,即要求 $T_{\text{cav}} \gg T_{\text{rad}}$, 这样原则上要求原子的速度不能太低,即不能超过一个最小限度[15]. 这样在实验中,就对腔有了较严格的要求. $T_{\text{cav}} = Q/n\omega_a$ (Q 是腔的 Q 因子),由文献[19]可取 $\nu_a = \omega_a/2\pi = 50 \text{ GHz}$, 则 $T_{\text{cav}} \sim 3 \times 10^{-12} Q$, 又 $T_{\text{rad}} \sim 10^{-2} \text{ s}$, 因此 $Q \sim 10^{11}$ 以上,具有这样高的 Q 因子的腔最近亦有报道[20],即选择超导微波腔可以使腔的衰减时间远大于原子在腔中的辐射寿命.而且由于腔的平均光子数比较少,而腔的 Q 因子又很大,因此腔的消相干可以被忽略.

3. 最后来讨论态(4)式是如何反驳局域隐变量理论的,为此引入算符

$$\Sigma_j = |j_+ j_+ \rangle + |j_- j_- \rangle, \quad (14)$$

这里 $j = \alpha, \beta, \gamma$, $|j_{\pm}\rangle$ 表示偶奇相干态.由文献[12]知, Σ_j 满足如下本征方程:

$$\Sigma_j |j_{\pm}\rangle = \pm |j_{\pm}\rangle, \quad (15)$$

对于 $|j_{\pm}\rangle$, 宇称算符 Π ($\Pi = (-)^{j+a}$) 满足本征方

程

$$\Pi |j_{\pm}\rangle = \pm |j_{\pm}\rangle, \quad (16)$$

因此, Σ_j 也是宇称算符,它遵循像自旋为 1/2 的二能级原子算符 S_z 同样的规律,而 $|j_{\pm}\rangle$ 则类似于沿 z 轴方向向上或向下的原子态.考虑 $\Sigma_{\alpha}\Sigma_{\beta}\Sigma_{\gamma}$ 作用于(4)式的情况:

$$\Sigma_{\alpha}\Sigma_{\beta}\Sigma_{\gamma} |\Psi\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha_+ \beta_+ \gamma_+\rangle - |-\alpha_- \beta_- \gamma_-\rangle). \quad (17)$$

因此,我们有

$$\Psi | \Sigma_{\alpha}\Sigma_{\beta}\Sigma_{\gamma} | \Psi\rangle = -1. \quad (18)$$

由文献[11, 12, 21]知,对 $\Sigma_{\alpha}\Sigma_{\beta}\Sigma_{\gamma}$ 的测量的结果是 -1 , 正好与 EPR 的“物理实在论”预期的结果 $+1$ 相反,从而可以抛弃局域隐变量理论.

綜上述,我们认为该方案比完全使用腔 QED 技术的方案在实验上更易实现,因而不失为获得三模腔场纠缠态的一种行之有效的办法.

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Phys. Rev.*, **47**(1935), 777.
- [2] N. Bohr, *Phys. Rev.*, **48**(1935) 696.
- [3] W. H. Furry, *Phys. Rev.*, **49**(1936) 393.
- [4] D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice Hall Inc., New York, (1951).
- [5] D. N. Klyshko, *Photon and Nonlinear optics*, Gordon and Breach Science, New York (1988); A. Yariv, *Quantum Electronics*, John Wiley and Sons, New York (1989); S. E. Harries, M. K. Oshman, R. L. Beyer, *Phys. Rev. Lett.*, **18**(1967) 732.
- [6] J. S. Bell, *Physics*, **1**(1965), 195; D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Zeilinger, *Phys. Today*, **46**(1993) 22.
- [7] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, A. V. Sergienko, *Phys. Rev.*, **A52**(1995) R3429.
- [8] D. V. Strekalov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko, Y. H. Shih, *Phys. Rev. Lett.*, **74**(1995) 3600.
- [9] D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Zeilinger, in *Bell's Theorem, Quantum Theory and Conceptions of the Universe*, edited by M. Kafatos (Kluwer Academic, Dordrecht, 1989) p. 107.
- [10] K. Wodkiewicz, L. W. Wang, J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A47**(1993) 3280.
- [11] C. C. Gerry, *J. Mod. Opt.*, **44**(1997) 2159.
- [12] 宋克慧, 郭光灿, *物理学报*, **48**(1999) 661 [K. H. Song, G. C. Guo, *Acta Phys. Sinica*, **48**(1999) 661 (in Chinese)].
- [13] S. Haroch, M. Brune, J. M. Raimond, *Appl. Phys.*, **B54**(1992) 355.
- [14] K. Zhu, Q. Wang, X. Li, *J. Opt. Soc. Am.*, **B54**(1993) 355.
- [15] P. Domokos, J. Janszky, P. Adam, *Phys. Rev.*, **A50**(1994), 3340.

- [16] K. Sundar ,*Phys. Rev. Lett.* , **75** (1995) 2116. lich J. M. Raimond ,S. Haroche ,*Phys. Rev. Lett.* , **77**(1996) ,
 [17] S. B. Zheng G. C. Guo ,*Opt. Commun.* , **127**(1997) 308. 4887.
 [18] R. J. Thompson G. Rempe H. G. Kimble ,*Phys. Rev. Lett.* , **68** [20] G. Rempe , F. Schmidt , H. Walther , *Phys. Rev. Lett.* , **64**
 (1992) ,1132. (1990) 2783.
 [19] M. Brune E. Hagley J. Dreyer X. Maitre A. Maali C. Wunder- [21] E. S. Guerra J. C. Retamal *J. Mod. Opt.* , **46**(1999) 295.

REALIZATION OF A SPIN-TYPE GHz STATE VIA THE ATOMIC INTERFERENCE METHOD*

SONG KE-HUI^{1,2)} GUO GUANG-CAN²⁾

¹⁾*Department of Physics and Institute for Maths Research ,Huaihua Teachers College ,Huaihua 418008)*

²⁾*Department of Physics and Nonlinear Science Center ,University of Science and Technology of China ,Hefei 230026)*

(Received 1 March 1999 ; revised manuscript received 16 June 1999)

ABSTRACT

Realization of a spin-type Greenberger-Horne-Zeilinger state through the atomic interference method is presented. The feasibility of the experiment in our scheme is discussed , and a simple proof for theories violating local hidden-variable is given.

PACC : 4250 ; 3280

* Project supported by the Young Core Instructor and Domestic Visitor Foundation of the Education of Hunan Province ,China.