# 双光子 Jaynes-Cummings 模型中量子力学通道 与量子互熵\*

方卯发<sup>1)2</sup>) 刘 翔<sup>1)</sup>

1(湖南师范大学物理系,长沙 410081)

2(中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放研究实验室,合肥 230031)

(1999年2月14日收到)

用量子信息理论研究双光子 Jaynes-Cummings 模型动力学.给出了表示原子态变化的量子力学通道,导出了量子互熵和原子约化熵,考察了初始场的位相相干性和原子能级的斯塔克位移对量子互熵的影响.结果表明:量子互熵周期性地演化,量子力学通道周期性地将原子初态的信息传送到终态,量子力学通道和量子互熵的特性依赖于初始场的位相相干性及原子能级的斯塔克位移.

PACC: 4250

## 1 引 言

最近,量子信息理论正引起人们极大的关 注<sup>[1]</sup>.这种关注来源于以下事实:量子信息理论是 与量子力学基本原理紧密联系的新领域,是深入理 解和研究目前量子计算<sup>[2]</sup>、量子通信、量子隐形传 态<sup>[3]</sup>等热点课题的理论基础.而量子互熵是量子信 息理论中一个十分重要、有用的物理量<sup>[4]</sup>.它既可 以量度量子力学通道(quantum mechanical channel) 传递量子信息的能力,又能描述量子通信中量子态 的变化.这个物理量已应用到量子通信理论<sup>[5]</sup>、量 子隐形传态过程<sup>[6]</sup>和 Jaynes-Cumming(J-C)模型相 互作用中<sup>[7]</sup>.

另一方面,在量子光学中,由于双光子微波激射器的成功运转,双光子 J-C 模型(TPJCM)<sup>81</sup>成为人 们深入研究的模型之一<sup>[9]</sup>. Alsing, Zubairy 和 Purf<sup>10</sup>及 Bullough<sup>111</sup>证明了该模型中的拉比振荡 的回复是完全周期的. Josh 和 Purf<sup>12</sup>, Nasreen 和 Razmf<sup>13</sup>研究了双光子过程中斯塔克位移(Stark shift)对原子反转及偶极压缩的影响,他们发现斯塔 克位移在原子反转及偶极压缩中起着重要作用. Phoenix和 Knight<sup>14</sup>研究了双光子过程中场约化熵 的时间演化,证明了约化熵能为原子和场缠绕提供 方便而又灵敏的量度.本文作者也研究了双光子过 程中原子相干性、斯塔克位移对场约化熵时间演化 的影响<sup>15]</sup>.本文建立 TPJCM 的量子信息理论,具 体给出代表原子态变化的量子力学通道,严格导出 量子互熵,并分析研究初始场的位相相干性和原子 能级的斯塔克位移对量子力学通道和量子互熵特性 的影响.

# 2 TPJCM 中的量子力学通道与量子 互熵

本节建立 TPJCM 中的量子力学通道,给出量 子互熵的表达式.关于包含斯塔克位移效应的 TPJCM,其有效哈密顿量在旋波近似下可以写 为<sup>111</sup>

$$H_{\rm eff} = \omega a^{+}a + \frac{1}{2}\omega_0 S_z + a^{+}a(\beta_2 | 2 | 2 |$$

 $+ \beta_1 | 1 | + g(a^{+2}S_{-} + a^2S_{+}), (1)$ 

其中  $a^+$ 和 a 分别是场的产生和湮没算符 , $S_z =$ |2 2|-|1 1| , $S_+ =$  |2 1| , $S_- =$  |1 2|是原子 反转和跃迁算符 ,等号右端第三项描述了原子激发 态|2 和基态|1 的动力学斯塔克位移 ,它依赖于单 光子耦合常数、失谐量| $\Delta$ |及场的强度和统计性质. 由耦合常数  $g_1$ (相对于|1 与中间态|j 之间的跃

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:19874020)资助的课题。

迁 和  $g_{\Delta}$  相对于 |2 与中间态 |j 之间的跃迁 )及失 谐量  $\Delta$  可确定两能级的斯塔克位移参数  $\beta_1$  和  $\beta_2$  , 以及原子态 |2 和 |1 与场之间的有效耦合常数  $g_1$ .

 $\beta_1 = g_1^2 / \Delta$  ,  $\beta_2 = g_2^2 / \Delta$  ,  $g = g_1 g_2 / \Delta$ .(2) 为简便起见 ,考虑共振相互作用 ,所以  $\omega_0 = 2\omega$ .

将 H<sub>eff</sub>在态空间|2,*n*,|1,*n*+2 对角化,可得 到相互作用表象中的时间演化算符<sup>[13]</sup>

$$U_{1}(t) = \begin{pmatrix} U_{11}(n) & U_{12}(n) \\ U_{21}(n) & U_{22}(n) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中

$$U_{11}(n) = \sin^{2}(\theta_{n}) \exp(-i\lambda_{n}^{+}t) + \cos^{2}(\theta_{n})$$

$$\cdot \exp(-i\lambda_{n}^{-}t),$$

$$U_{12}(n) = \frac{1}{2} \sin(2\theta_{n} \mathbf{I}) \exp(-i\lambda_{n}^{+}t) - \exp(-i\lambda_{n}^{-}t)$$

$$= U_{21}^{*}(n),$$

$$U_{12}(n) = \frac{1}{2} \exp(-i\lambda_{n}^{-}t) \exp(-i\lambda_{n}^{-}t)$$

$$U_{22}(n) = \sin^{2}(\theta_{n}) \exp(-i\lambda_{n}^{-}t) + \cos^{2}(\theta_{n})$$

$$\cdot \exp(-i\lambda_{n}^{+}t), \qquad (4)$$

而

$$\sin(\theta_{n}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \eta_{n}/\Omega_{n})^{1/2},$$

$$\lambda_{n}^{\pm} = g \frac{n(1 + r^{2}) + 2r^{2}}{2r} \pm \Omega_{n},$$

$$\Omega_{n} = [g^{2}(n + 1)(n + 2) + \eta_{n}^{2}]^{1/2},$$

$$\eta_{n} = \frac{g}{2r}[n(1 - r^{2}) - 2r^{2}],$$

$$r = (\beta_{1}/\beta_{2})^{1/2}.$$
(5)

如不考虑斯塔克位移,有

$$\sin(\theta'_n) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \Omega'_n = g[(n+1)(n+2)]^{1/2},$$
$$\lambda'^{\pm}_n = \pm \Omega'_n. \quad (6)$$

为建立量子力学通道, 设  $\mathscr{H}_{a}$  描述原子子系统,  $\mathscr{H}_{a}$  描述场子系统,  $\mathscr{H}_{a}$  和  $\mathscr{H}_{a}$  的初态分别由  $\rho_{A} \in A$  和  $\rho_{F} \in F$  表示,亦即考虑原子的初态为激发态|2 和基 态|1 的叠加:

$$\rho_{A} = \xi_{1}E_{1} + \xi_{2}E_{2},$$
(7)  
其中  $E_{1} = |1 \quad 1|, E_{2} = |2 \quad 2|, \xi_{1} + \xi_{2} = 1.$ 方程(7)  
是如下形式的 Schatten 分解<sup>17]</sup>:

$$\rho_{A} = \sum_{k} \xi_{k} E_{k} , \quad \xi_{1} \ge \xi_{2} \ge \dots \ge \xi_{n} \ge \dots ,$$
$$E_{i} \perp E_{j} \quad (i \neq j), \qquad (8)$$

其中  $\xi_k$  是  $ho_A$  的本征值 , $E_k$  是与之联系的一维投影. 设初始场为相干态:

$$\rho_{\rm F} = |\alpha \quad \alpha| = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} F_{n,m} |n \quad m| ,$$
  

$$F_{n,m} = \exp(-\bar{n}) \frac{\alpha^n \alpha^{*m}}{\sqrt{n!m!}} ,$$
(9)

其中  $\alpha = \sqrt{n} \exp(i\beta)$ , n 是初始平均光子数, β 是初 始相干场的位相角.(9)式中有两种情况:当 n = m时,  $\rho_{\rm F}$  是对角矩阵,即在初始场中不存在位相相干 性. 而当存在  $n \neq m$  时,  $\rho_{\rm F}$  是非对角矩阵,这说明在 初始场中存在位相相干性. TPJCM 中原子与场全系 统的初态可写为

$$\rho = \rho_{\rm A} \bigotimes \rho_{\rm F}.$$
(10)

设描述 TPJCM 中原子时间演化的上升算符  $\varepsilon_t^*$  和 依赖时间的量子力学通道  $\Lambda_t^*$  如下:

$$\varepsilon_{t}^{*} \quad A \to A \otimes F \quad (11)$$

$$\Lambda_{t}^{*} \qquad A \to A. \tag{12}$$

这样,通过原子和场的双光子相互作用后,原子与场 全系统的终态  $\varepsilon_t^* \rho_A \in A \otimes F$ 可以写为

$$\varepsilon_{\rm t}^* \rho_{\rm A} = U_I (t) \rho_{\rm A} \otimes \rho_{\rm F} U_I^+ (t).$$
 (13)

进一步 ,由上升算符  $\varepsilon_t^*$  和量子力学通道  $\Lambda_t^*$  ,可以 写出原子的终态:

$$\Lambda_{t}^{*} \rho_{A} = \operatorname{Tr} \mathscr{H}_{\mathscr{F}} \varepsilon_{t}^{*} \rho_{A} = \operatorname{Tr} \mathscr{H}_{\mathscr{F}} U_{I}(t) \rho_{A} \otimes \rho_{F} U_{I}^{*}(t)$$
$$= \begin{pmatrix} \lambda_{22} & \lambda_{21} \\ \lambda_{12} & \lambda_{11} \end{pmatrix}, \qquad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_{22} &= \xi_2 \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n} |U_{11}(n)|^2 \\ &+ \xi_1 \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+2,n+2} |U_{12}(n)|^2 , \end{aligned}$$
(15)

$$\lambda_{21} = \lambda_{12}^{*} = \xi_{2} \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n-2} U_{11}(n) U_{21}^{*}(n-2) + \xi_{1} \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+2,n} U_{21}(n) U_{22}^{*}(n-2), \quad (16)$$
$$\lambda_{11} = \xi_{2} \sum_{n=0}^{\infty} F_{n-2,n} |U_{21}(n-2)|^{2}$$

$$H = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n-2} |U_{2k}(n-2)|^{2} + \xi_{1} \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n} |U_{2k}(n-2)|^{2}.$$
(17)

由(14)式给出的原子终态  $\Lambda_{t}^{*} \rho_{A}$  可重写为

$$\Lambda_{t}^{*} \rho_{A} = \lambda_{22} |2 |2 |+ \lambda_{21} |2 || + \lambda_{12} |1 || + \lambda_{12} |1 || 2 || + \lambda_{11} |1 || 1 ||. \quad (18)$$

很明显 原子的反转为

$$W(t) = \lambda_{22} - \lambda_{11}.$$
 (19)

很容易将(14)式的矩阵对角化,得到其本征值:

$$\pi_{\pm} = \frac{1}{2} \{ \lambda_{22} + \lambda_{11} \pm [(\lambda_{22} - \lambda_{11})^2 + 4 | \lambda_{12} |^2]^{1/2} \}.$$
(20)

原子的约化熵由下式给出[14]:

$$S_{A}(t) = -\pi_{+} \ln \pi_{+} - \pi_{-} \ln \pi_{-}.$$
 (21)

为定义量子互熵,给出描述原子初态 $\rho_A$ 和其终态 $\Lambda_t^* \rho_A$ 之间关联的复合态为

$$\sigma_E = \sum_k \xi_k E_k \otimes \Lambda_t^* E_k.$$
 (22)

量子互熵 *I*(ρ<sub>A</sub>,Λ<sup>\*</sup>)可定义为<sup>[7]</sup>

I( $\rho_A$ , $\Lambda_t^*$ ) = sup\_E{S( $\sigma_E, \sigma_0$ ); E = {E\_k}}, (23) 其中 sup 表示取上限, $\sigma_0 = \rho_A \otimes \Lambda_t^* \rho_A$ 是一个普通 复合态, S( $\sigma_E, \sigma_0$ ) 是量子相对熵<sup>16</sup>]

 $S(\sigma_E, \sigma_0) \equiv \text{Tr}\sigma_E(\ln\sigma_E - \ln\sigma_0).$  (24) 经过一些简单计算(24)式可简化为

$$S(\sigma_E,\sigma_0) = \sum_k \xi_k S(\Lambda_t^* E_k,\Lambda_t^* \rho_A).$$
 (25)

因为由(7)式给定的初始原子态是非简并的 Schatten 分解式,所以量子互熵可唯一给定:

$$I(\rho_{A},\Lambda_{t}^{*}) = S(\sigma_{E},\sigma_{0}) = \sum_{k=1}^{2} \xi_{k} S(\Lambda_{t}^{*}E_{k},\Lambda_{t}^{*}\rho_{A})$$
$$= \sum_{k=1}^{2} \xi_{k} \operatorname{Tr}\Lambda_{t}^{*}E_{k} (\ln\Lambda_{t}^{*}E_{k} - \ln\Lambda_{t}^{*}\rho_{A}).$$
(26)

*I*( $\rho_A$ ,  $\Lambda_t^*$ )的计算主要涉及矩阵  $\Lambda_t^* E_k$  和  $\Lambda_t^* \rho_A$ 的对角化.  $\Lambda_t^* \rho_A$ 的对角化已由(20)式给出. 为将  $\Lambda_t^* E_k$  对角化, 首先由(15)—(17)式给出的量 子力学通道写出  $\Lambda_t^* E_k$  的矩阵元:

$$2 |\Lambda_{t}^{*} E_{1}|_{2} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+2,n+2} |U_{12}(n)|^{2},$$

$$2 |\Lambda_{t}^{*} E_{2}|_{2} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n} |U_{11}(n)|^{2},$$

$$1 |\Lambda_{t}^{*} E_{1}|_{1} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n} |U_{22}(n-2)|^{2},$$

$$1 |\Lambda_{t}^{*} E_{2}|_{1} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{n-2,n-2} |U_{21}(n-2)|^{2},$$

$$2 |\Lambda_{t}^{*} E_{1}|_{1} = 1 |\Lambda_{t}^{*} E_{1}|_{2} *$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} F_{n+2,n} U_{12}(n) U_{22}^{*}(n-2),$$

$$2 |\Lambda_{t}^{*} E_{2}|_{1} = 1 |\Lambda_{t}^{*} E_{2}|_{2} *$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,n-2} U_{11}(n) U_{21}^{*}(n-2).$$
(27)

由(27)式,可得 Λ<sup>\*</sup><sub>t</sub> E<sub>k</sub> 的本征值:

$$\alpha_{\pm}^{k} = \frac{1}{2} \{ 2 | \Lambda_{t}^{*} E_{k} | 2 + 1 | \Lambda_{t}^{*} E_{k} | 1 \\ \pm [(2 | \Lambda_{t}^{*} E_{k} | 2 - 1 | \Lambda_{t}^{*} E_{k} | 1)^{2} \\ + 4 | 2 | \Lambda_{t}^{*} E_{k} | 1 |^{2} ]^{1/2} \} k = 1 2.(28)$$

这样,由(26)式给出的量子互熵可写为

$$I(\rho_{\rm A}, \Lambda_{\rm t}^{*}) = \sum_{k=1}^{2} \xi_{k} \{ \alpha_{+}^{k} (\ln \alpha_{+}^{k} - \ln \pi_{+}) + \alpha_{-}^{k} (\ln \alpha_{-}^{k} - \ln \pi_{-}) \}.$$
(29)

(29)式给出的量子互熵的物理意义为:在 TPJCM 中,由原子初态 $\rho_A$ 携带的信息有多少能通过量子 力学通道正确传送到终态 $\Lambda_t^* \rho_A$ .量子互熵的降低 意味着传送原子初态信息的减少.另外由(21)式给 出的原子约化熵量度了原子和场缠绕的程度<sup>14,151</sup>. 量子互熵和原子约化熵遵守下列不等式<sup>11</sup>:

 $0 \leq I(\rho_A, \Lambda_t^*) \leq S_A(t).$  (30) 值得指出的是:文献 7 中讨论的单光子 J-C 模型的 量子互熵是仅当原子终态的密度矩阵  $\Lambda_t^* \rho_A$  为对 角矩阵时得到的结果.(即 1 |  $\Lambda_t^* \rho_A$  | 2 = 2 |  $\Lambda_t^* \rho_A$ |1 = 0.) 一般地,如果场的初态  $\rho_F$  在数态基中是 对角化的(即初始场中没有位相相干性),则  $\Lambda_t^* \rho_A$ 在原子态基|1,|2 中也是对角化的<sup>141</sup>.然而,如果  $\rho_F$ 存在非对角元(即初始场中存在位相相干性),则 在原子与场的相互作用过程中由于初始场的位相相 干性传递给原子,使得  $\Lambda_t^* \rho_A$  也是非对角的.所以 文献 7 ] 中量子互熵的结论并没有包含原子与场相 互作用的位相信息,而本文给出的结果(29)式则适 合一般情形.下面还将具体分析场的位相相干性对 量子互熵的影响.

### 3 数值结果与讨论

为讨论方便,在给出不同初态参数下量子互熵 *I*( $\rho_A$ , $\Lambda_t^*$ )的数值结果之前,先给出由(19)式决定 的原子反转 *W*(*t*)的时间演化.图1中初态参量选 择为  $\xi_1 = 0.9$ , $\xi_2 = 0.1$ , $\bar{n} = 25$  和 r = 1.0(或  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ )0.5.可以看到,原子反转 *W*(*t*)的回复周期  $t_r = 2\pi r f(1 + r^2)g$ ].当 r = 1.0(两能级的斯塔克 位移相等)时,*W*(*t*)演化的回复周期为  $t_r = \pi/g$ ,如 图1(a)所示 ;当 r < 1.0 时, $t_r$  变小,如图1(b)所示.

由(29)式给出的量子互熵 *I*(ρ<sub>A</sub>,Λ<sup>\*</sup><sub>t</sub>)的数值结 果示于图 2 和图 3 ,图 2( a )和( b )给出在 *n* = 25 ,β<sub>1</sub>



图 1 原子反转的时间演化  $\xi_1 = 0.9, \xi_2 = 0.1, \overline{n} = 25.$ (a) $r = 1(\beta_1 = \beta_2 \neq 0)$ 或 $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (b)r = 0.5

=  $\beta_2$  = 0.0,  $\xi_1$  = 0.9,  $\xi_2$  = 0.1, 初始场的密度矩阵  $\rho_F$  分别是对角和非对角两种情况下, 量子互熵  $I(\rho_A, \Lambda_t^*)$  随标度时间 gt 的演化.这两个图形反映 了初始场的位相相干性对量子互熵的影响.图 3 给 出  $\bar{n}$  = 25,  $\xi_1$  = 0.9,  $\xi_2$  = 0.1,  $\rho_F$  为对角化矩阵和斯 塔克位移参数取不同值时, 量子互熵随标度时间 gt 的演化,这反映了斯塔克位移对量子互熵的影响.

3.1 初始场位相相干性的影响

图  $\chi$  a)取初始场密度矩阵  $\rho_{\rm F}$  为对角矩阵 ,即 (9)式中 m = n ,这意味着在初始场中不存在位相相 干性 ,又取  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  ,这意味着在原子能级间也没 有斯塔克位移效应. 从图  $\chi$  a)可以看到量子互熵演 化周期为  $t_r = n\pi/g$  ,在靠近时刻  $t = n\pi/g$ (n = 0, 1 2 3 ,...) 量子互熵达到峰值  $I_{max}(\rho_A, \Lambda_t^*)$ ,而在 其余时刻,几乎为零.最大峰值  $I_{max}(\rho_A, \Lambda_t^*)$ 等于  $S_A(0) = -\xi_1 \ln\xi_1 - \xi_2 \ln\xi_2 \approx 0.325$ ,即为原子初态 所携带的信息量.这意味着在  $t = n\pi/g$  这些时刻附 近,由于量子互熵取其峰值,量子力学通道处于"开 放态",原子初态所携带的信息能通过量子力学通道 正确地传送到终态,而在其他时刻,由于量子互熵取 值为零,量子力学通道处于"关闭态",原子初态的信 息不能通过量子力学通道传送.物理上量子力学通 道的'开'和'关'的周期性可归结为原子和场的双光 子相互作用特性.通过比较图 2(a)和图 1(a),可以 发现,量子力学通道'开放态"发生在原子反转的回 复区域,而'关闭态'则发生在原子反转的崩溃区域. 为看清量子互熵与原子和场缠绕程度之间的关系,



图 2 初始场位相相干性对量子互熵演化的影响  $\bar{n} = 25 \ \beta_1 = \beta_2 = 0 \ \xi_1 = 0.9 \ \xi_2 = 0.1.(a) \rho_F$ 是对角的(b)  $\rho_F$ 是非对角的

图 4 给出这种情形下原子约化熵的时间演化. 比较 图  $\chi$  a )和图 4 ,可明显看出 ,在  $n\pi/g < t < (n + 1)\pi/g$  的时间范围内 ,量子互熵取零值 ,而原子的约 化熵达到最大值. 这表明量子力学通道处于"关闭 态",原子的初态信息不能传送到终态 ,归结为原子 与场的强烈缠绕 ;而在  $t = n\pi/g$  时 ,原子约化熵降 低到 它 的 初 始 值  $S_A(0) = -\xi_1 \ln \xi_1 - \xi_2 \ln \xi_2 \approx$ 0.325 ,这表明由于原子-场缠绕程度减小 ,量子力学 通道处于开放态 原子初态的信息可以传送到终态.

图 2(b)取初始场的  $\rho_{\rm F}$  矩阵是非对角的 ,即在 (9)式中有  $m \neq n$  ,这意味着在初始场中存在位相相 干性 ,由于在原子与场的相互作用过程中 ,初始场的 位相相干性转移给原子 ,因而  $\Lambda_{\rm t}^* \rho_{\rm A}$  不再是对角化



图 3 斯塔克位移对量子互熵演化的影响  $\bar{n} = 25$ ,  $\xi_1 = 0.9$ ,  $\xi_2 = 0.1$ ,  $\rho_F$  是对角的.(a)r = 1.0(b)r = 0.5

的.比较图 2(a)和(b),可看出量子互熵的峰值降低,这说明初始场的位相相干性导致原子初态信息的丢失及量子力学通道传输信息的能力降低,所以从信息传输的观点来看,应该取无位相相干性的初始场.这样可避免原子初态信息的丢失,提高双光子J-C模型中量子力学通道信息传输的能力.



图 4 原子约化熵的时间演化  $\xi_1 = 0.9$ ,  $\xi_2 = 0.1$ ,  $\bar{n} = 25$ , r = 1( $\beta_1 = \beta_2 \neq 0$ )或  $\beta_1 = \beta_2 = 0$ ,  $\rho_F$  是对角的

#### 3.2 斯塔克位移的影响

在 TPJCM 中,当原子两能级与中间能级耦合 较强烈,则斯塔克位移较明显,不可忽略.图3给出 存在斯塔克位移时的量子互熵的时间演化.图3(a) 选取 $\rho_F$ 为对角矩阵,斯塔克位移参数r为1(即原 子两能级与中间能级耦合强度相等).比较图3(a) 和图 $\chi$ a),发现r=1时,量子互熵的时间演化与没 有斯塔克位移时的情形几乎一样.物理上这个结果 相应于如下事实:斯塔克位移产生的有效强度依赖 于失谐量 $\Delta_n = \beta_2 - \beta_1^{[18]}$ .而在 $\beta_2 = \beta_1 = 0$ 和 $\beta_2 = \beta_1 \neq 0$ (即r=1)两种情形下,都有 $\Delta_n = 0$ ,所以在r=1的情形,斯塔克位移并不影响量子互熵的演化.

图 3(b)给出 r = 0.5,对应于两原子能级斯塔 克位移不相等的情形.可以看出(1)斯塔克位移导 致量子互熵的演化周期变短(2)量子互熵在演化过 程中,由于斯塔克位移的影响,不再取零值,量子力 学通道不仅在  $t = n\pi/g$ 时可正确地传送原子初态 的信息到终态,而且在其余时间内也能传送部分初 态信息到终态.

### 4 结 论

本文用量子信息理论研究双光子 I-C 模型动力 学 具体给出了代表双光子 J-C 模型中原子态变化 的量子力学通道,导出了量子互熵和原子约化熵,讨 论了初始场的位相相干性和斯塔克位移对量子互熵 的影响,由此可得出如下结论:1)由于原子和场的双 光子相互作用 量子互熵的时间演化是周期性的 这 不同于文献 7 冲所讨论的单光子 I-C 模型的情形: 2) 量子力学通道对原子初态信息的传输周期性地 " 开放 '和' 关闭 " ; 开放态 "产生于原子反转的回复 区域 而"关闭态" 却发生在原子反转的崩溃区域 归 因于原子与场的强烈缠绕 3 闭始场位相相干性引 起了量子力学通道信息传输能力的降低 4 斯塔克 位移导致了量子互熵演化周期的缩短和量子力学通 道关闭态的消失,原子初态的信息不仅能在t = $n\pi/g$ 的时间内被正确地传送到终态,由于斯塔克位 移的存在,在其余时间也可部分地传送到终态.

 [1] M. Ohya ,IEEE Trans. Information Theory ,29(1983),770; Preprint Quant-ph/9610005,9806042.

- [2] D. P. Divincenzo , Science ,270(1995),255; S. Lloyd , Science , 261(1993),1569;273(1996),1073.
- [3] B. Schumacher, Phys. Rev. , A51(1995), 2738; R. Jozsa, B. Schumacher J. Mod. Opt. A1(1994) 2343.
- [4] B. Schumacher , Phys. Rev. , A51(1995), 2738.
- [5] R.S. Ingarden ,A. Kossalowski ,M. Ohya ,Information Dynamics and Open Systems ( Kluwer Academic Publishers ,Dordrecht , 1997); M. Ohya , D. Pets , Quantum Entropy and Its Use ( Springer-Verlag ,Berlin ,1993 ).
- [6] K. Inoue ,M. Ohya ,H. Suyari ,Physica ,D120(1998),117.
- [7] S. Faruichi ,M. Ohya ,H. Suyari ,Preprint Quant-ph/9804036.
- [8] C. V. Sukumar , B. Buck , Phys. Lett. , A83(1981) 211.
- [9] M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Phys. Rev.*, A35 (1987),154; M. Brune, J. M. Raimond, P. Goy *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987),1899.
- [10] P. Alsing M. S. Zubairy J. Opt. Soc. Am. **B4** (1987), 177.
- [11] R. R. Puri, R. K. Bullough, J. Opt. Soc. Am., B5(1988), 2021.
- [12] A. Josh R. R. Puri J. Mod. Opt. 36 (1989) 215.
- [13] T. Nasreen, M. S. K. Razmi, J. Opt. Soc. Am., B8(1991), 2303 ;Phys. Rev. A46(1992) A161.
- [14] S. J. D. Phoenix , P. L. Knight , Ann. Phys. (N. Y.), 186 (1988), 381; Phys. Rev. , A44 (1991), 6023; J. Opt. Soc. Am. B7 (1990), 116.
- [15] M. F. Fang G. H. Zhou , Phys. Lett. , A184 (1994), 397 ; M. F. Fang X. Liu , Phys. Lett. , A210 (1996), 11.
- [16] H. Umegaki et al., Math. Sem. Rep., 14(1962), 59.
- [17] R. Schatten, Norm Ideals of Completely Continuous Operator (Springer-Verlay, Berlin, 1960).
- [18] H. I. Yoo J. H. Eberly , Phys. Rep. ,118 (1985) 241.

## QUANTUM MECHANICAL CHANNEL AND QUANTUM MUTUAL ENTROPY IN THE TWO-PHOTON JAYNES-CUMMINGS MODEL\*

FANG MAO-FA<sup>12)</sup> LIU XIANG<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> (Department of Physics ,Hunan Normal University ,Changsha 410081)
<sup>2</sup> (National Laboratory of Laser Spectroscopy ,Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics , Chinese Academy of Sciences ,Hefei 230031)
(Received 14 February 1999)

#### Abstract

We have studied the dynamics of the two-photon Jaynes-Cummings model (TPJCM) by using the quantum information theory, given the quantum mechanical channel representing the state change of atom, derived the quantum mutual entropy and reduced entropy of the atom, and examined the effects of the phase coherence of initial cavity field and the Stark shift of atomic levels on the quantum mutual entropy in the TPJCM. It is shown that quantum mutual entropy evolves periodically, quantum mechanical channel transmits periodically the information of atomic initial state to its final states, and quantum mechanical channel and mutual entropy are also dependent on the phase coherence of initial cavity field and on the Stark shift of atomic levels.

**PACC**: 4250

 $<sup>^{*}</sup>$  Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19874020).