

利用原子-腔场的 Raman 相互作用制备多种形式的原子纠缠态*

宋克慧

(怀化师范高等专科学校物理系, 数学研究所, 怀化 418008)
(1999 年 4 月 23 日收到; 1999 年 5 月 20 日收到修改稿)

提出了一种利用 Λ 型三能级原子与相干态腔场的 Raman 相互作用制备原子纠缠态的方案. 研究表明, 在简单的条件下, 可获得多种形式的原子纠缠态.

PACC: 4250

1 引 言

近年来, 原子纠缠态的制备成为量子光学中一个引人注意的课题. 因为当两个自旋为 $1/2$ 的粒子处于最大纠缠态, 亦即 EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) 态^[1]时, Bell 不等式将被违背^[2], 由此可以证明关于量子理论的局域隐变量原理的不正确性. 不仅如此, 还可以利用粒子的纠缠态以实现量子隐形传态 (quantum teleportation)^[3,4]. 一个二能级原子等同于一个自旋为 $1/2$ 的粒子, 而且对原子的探测效率可达 100%. 此外, 原子在空间上容易分开, 因此人们采用多种方法以制备原子纠缠态. Phoenix 等人^[5]、Kudryavtsev 等人^[6]、Cirac 等人^[7]以及 Song 等人^[8]分别提出各种方案, 制备了如下形式的两原子纠缠态:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1|g_2 \pm |g_1|e_2\rangle), \quad (1)$$

其中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 分别为原子的激发态和基态, 而脚标 1 和 2 分别为原子 1 和原子 2.

1989 年, Greenberger 等人^[2]提出多原子 Greenberger-Horen-Zeilinger 态 (缩写为 GHZ 态) 的概念, 后来 Cirac 等人^[7]、Zheng 等人^[9,10]和 Song 等人^[11]也提出方案制备如下形式的 GHZ 态:

$$|\Psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1|e_2|e_3\rangle - |g_1|g_2|g_3\rangle). \quad (2)$$

这种态给出了一种新类型的局域隐变量原理与量子理论的矛盾, 即它不需要违背 Bell 不等式, 就可以对局域隐变量原理进行检验.

不久前, Gerry^[12]提出了一种基于非退化的两光子 Jaynes-Cummings 模来制备另一形式的四原子纠缠态的方案, 这四原子的纠缠态具有如下形式:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1|e_2|g_3|g_4\rangle \pm |g_1|g_2|e_3|e_4\rangle). \quad (3)$$

而 Gerry^[13]的另一方案则是利用 Ξ 型三能级原子与腔场的相互作用, 制备了如下形式的三能级原子的两个低能态的纠缠态:

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1|g_2 + e^{i(\theta_1-\theta_2)}|g_1|e_2\rangle),$$
$$|\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_1|g_2 - e^{-i(\theta_1+\theta_2)}|e_1|e_2\rangle), \quad (4)$$

以及

$$|\Psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_1|g_2|g_3\rangle - e^{-i(\theta_1+\theta_2+\theta_3)}|e_1|e_2|e_3\rangle), \quad (5)$$

其中 $\theta_i (i=1, 2, 3)$ 为原子叠加态的相因子, Gerry 的方法必须假设腔场首先制备成具有大振幅的相干态, 而且原子的两个上能态的转移频率与腔场的频率大失谐, 而两个低能态的转移频率与腔场的频率比较是远离共振的, 从而原子的两个上能态与腔场

*湖南省教育委员会青年项目基金(批准号 99B27)资助的课题.

产生高度的非共振相互作用.在这种情况下,通过对腔场的探测获得了原子纠缠态.

这里提出一种利用原子-腔场的 Raman 相互作用制备原子纠缠态的方案.在这个方案里,只要把原子进行适当制备而注入腔中,使原子与腔场发生 Raman 相互作用,然后对腔场进行探测,就可以获得上面所提及的各种形式的原子纠缠态.与其他方案比较,这个方案简单可行,在实验上更易实现.

2 原子-腔场 Raman 相互作用的描述

考虑如图 1 所示的 Λ 型三能级原子与单模场相互作用的情况,这一系统的 Hamiltonian 量为(设 $\hbar = 1$)

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_f |f\rangle\langle f| + \omega_0(|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|) + g_1(a^\dagger |g\rangle\langle f| e^{-i\Delta t} + a |f\rangle\langle g| e^{i\Delta t}) + g_2(a^\dagger |e\rangle\langle f| e^{-i\Delta t} + a |f\rangle\langle e| e^{i\Delta t}), \quad (\hbar = 1), \quad (6)$$

其中 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 为 Λ 型三能级原子的两个退化的低能态,而 $|f\rangle$ 为高能态, a^\dagger 和 a 为腔场的产生和湮没算符, g_1 (g_2) 为原子在 $|f\rangle$ 和 $|g\rangle$ ($|e\rangle$) 之间跃迁和腔模的耦合常数, ω_0 和 ω_f 分别为原子的两个低能态和高能态的能量, Δ 为失谐量.

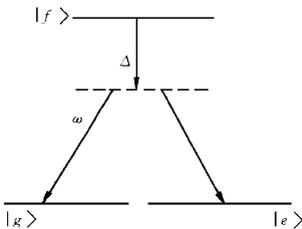


图 1 退化的 Λ 型三能级原子能级图

假设高能态和低能态之间的转移频率与腔模的频率 ω 高度失谐,此时高能态 $|f\rangle$ 可被绝热地消去.

这种系统在相互作用绘景中的有效 Hamiltonian 量可表为^[14]

$$H_{\text{eff}} = -\lambda a^\dagger a (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) - a^\dagger a (\beta_1 |g\rangle\langle g| + \beta_2 |e\rangle\langle e|), \quad (7)$$

其中

$$\lambda = g_1 g_2 / \Delta, \quad \beta_1 = g_1^2 / \Delta, \quad \beta_2 = g_2^2 / \Delta, \quad (8)$$

$$\Delta = (\omega_f - \omega_0) - \omega, \quad (9)$$

其中参数 β_1 和 β_2 分别为能级 $|e\rangle$ 和 $|g\rangle$ 强度依赖的 Stark 移位,为了计算上的方便,取 $g_1 = g_2 = g$, 则 $\lambda = \beta_1 = \beta_2 = g^2 / \Delta$.

假设腔场初始时制备成相干态 $|\alpha\rangle$, 而原子通过一个经典场 M , 使之制备在基态 $|g\rangle$, 则整个系统的初态为

$$|\Psi(0)\rangle_{a-f} = |\alpha\rangle |g\rangle. \quad (10)$$

在相互作用绘景中,系统的态矢满足如下 Schrödinger 方程:

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H_{\text{eff}} |\Psi(t)\rangle, \quad (11)$$

态矢 $|\Psi(t)\rangle$ 由下式给出:

$$|\Psi(t = \tau)\rangle = \exp(-iH_{\text{eff}}\tau) |\Psi(0)\rangle_{a-f} = \frac{1}{2} [(|\alpha + \alpha e^{2(g^2/\Delta)\tau}\rangle |g\rangle - (|\alpha - \alpha e^{2(g^2/\Delta)\tau}\rangle |e\rangle), \quad (12)$$

其中 τ 为原子与腔场的相互作用时间.可以通过调节原子的速度,使 τ 满足下式:

$$(g^2/\Delta)\tau = \pi/2. \quad (13)$$

这样 (12) 式可表示为

$$|\Psi(\tau)\rangle = \frac{1}{2} [(|\alpha + |-\alpha\rangle |g\rangle - (|\alpha - |-\alpha\rangle |e\rangle]. \quad (14)$$

为了后面讨论问题的方便,表 1 给出不同的初态下, Λ 型三能级原子与腔场发生 Raman 相互作用的结果.

表 1 不同的初态下, Λ 型三能级原子与腔场发生 Raman 相互作用的结果(设原子与腔场的相互作用时间 τ 均满足 (13) 式)

初态	原子	$ g\rangle$	$ g\rangle$	$ e\rangle$	$ e\rangle$
	腔场	$ \alpha + -\alpha\rangle$	$ \alpha - -\alpha\rangle$	$ \alpha + -\alpha\rangle$	$ \alpha - -\alpha\rangle$
作用结果	$(\alpha + -\alpha\rangle g\rangle$	$- (\alpha - -\alpha\rangle e\rangle$	$(\alpha + -\alpha\rangle e\rangle$	$- (\alpha - -\alpha\rangle g\rangle$	

3 通过对腔场的选择测量制备原子纠缠态

1. 首先讨论如何探测两个同振幅但不同相位的相干态的问题. 相干态在 Fock 空间表示为

$$|\alpha e^{i\varphi}\rangle \equiv e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha e^{i\varphi})^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (15)$$

容易计算 $|\alpha e^{i\varphi_1}\rangle$ 和 $|\alpha e^{i\varphi_2}\rangle$ 的内积为

$$\langle \alpha e^{i\varphi_1} | \alpha e^{i\varphi_2} \rangle = \exp\{-|\alpha|^2 [1 - e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)}]\}. \quad (16)$$

对于 (16) 式, 只要 $\varphi_1 \neq \varphi_2$, 即两个具有不同相位的相干态, 在 $|\alpha|^2 \gg 1$ 的情况下, $\langle \alpha e^{i\varphi_1} | \alpha e^{i\varphi_2} \rangle \approx 0$, 即它们是正交的. 因此可以采用通常的关于正交态的测量方法^[13, 15]对腔场进行探测.

2. 下面将通过探测腔场态来获得原子纠缠态. 当原子 1 与腔场相互作用后, 原子 1 和腔场系统的态矢由 (14) 式描述, 此时把原子 2 也制备在基态 $|g_2\rangle$ 而注入腔中, 让它也发生与原子 1 完全相同的相互作用, 由表 1 有

$$|\Psi(\tau + \tau)\rangle = \frac{1}{2} [(|\alpha + | - \alpha\rangle |g_1\rangle |g_2\rangle + (|\alpha - | - \alpha\rangle |e_1\rangle |e_2\rangle)]. \quad (17)$$

当原子 2 从腔中出来以后, 把制备在 $|g_3\rangle$ 态的原子 3 注入腔中, 同样, 可获得

$$\begin{aligned} |\Psi(\tau + \tau + \tau)\rangle &= \frac{1}{2} [(|\alpha + | - \alpha\rangle |g_1\rangle |g_2\rangle |g_3\rangle + (|\alpha - | - \alpha\rangle |e_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle)] \\ &= \frac{1}{2} |\alpha\rangle (|g_1\rangle |g_2\rangle |g_3\rangle + |e_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle) \\ &\quad - \frac{1}{2} |-\alpha\rangle (|e_1\rangle |e_2\rangle |e_3\rangle - |g_1\rangle |g_2\rangle |g_3\rangle). \end{aligned} \quad (18)$$

这时对腔场进行探测, 根据 von Neumann 波包塌缩原理^[16], 可以获得 (2) 式所示的多原子 GHZ 态.

如果把 n 个制备在 $|g\rangle$ 态的原子先后注入腔中, 使它们发生以上完全相同的相互作用, 则有

$$\begin{aligned} |\Psi(\tau + \dots + \tau)\rangle &= \frac{1}{2} |\alpha\rangle (|g_1 g_2 \dots g_n\rangle + (-1)^n |e_1 e_2 \dots e_n\rangle) \\ &\quad + \frac{1}{2} |-\alpha\rangle (|g_1 g_2 \dots g_n\rangle + (-1)^{n+1} |e_1 e_2 \dots e_n\rangle). \end{aligned} \quad (19)$$

很明显, 只要对腔场进行探测, 就可以获得如下形式的多原子 GHZ 态:

$$|\Psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1 e_2 \dots e_n\rangle \pm |g_1 g_2 \dots g_n\rangle). \quad (20)$$

对于 (17) 式, 通过对腔场的探测, 可以获得两原子的纠缠态为

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1\rangle |g_2\rangle \pm |e_1\rangle |e_2\rangle). \quad (21)$$

要获得 (1) 式所示的两原子纠缠态, 只需要简单地将原子 1 和原子 2 分别制备在 $|e_1\rangle$ 和 $|g_2\rangle$ 即可.

为了获得 (3) 式所示的 Gerry 形式的四原子纠缠态, 只需要把原子 1 和原子 2 制备在 $|g_1\rangle$ 和 $|g_2\rangle$ 态, 而把原子 3 和原子 4 制备在 $|e_3\rangle$ 和 $|e_4\rangle$ 态, 按先后次序注入腔中, 使它们与腔场发生 Raman 相互作用, 并通过调节原子速度以控制相互作用时间, 使 (13) 式得以满足, 于是有

$$\begin{aligned} |\Psi(\tau + \tau + \tau + \tau)\rangle &= \frac{1}{2} |\alpha\rangle (|g_1 g_2 e_3 e_4\rangle + |e_1 e_2 g_3 g_4\rangle) \\ &\quad + \frac{1}{2} |-\alpha\rangle (|g_1 g_2 e_3 e_4\rangle - |e_1 e_2 g_3 g_4\rangle). \end{aligned} \quad (22)$$

通过对腔场的探测, 显然可以获得 (3) 式所示的 Gerry 形式的四原子 GHZ 态.

可以把这一形式作一推广, 即若前 n 个原子制备在 $|g\rangle$ 态, 而把后 n 个原子制备在 $|e\rangle$ 态, 按照上面完全相同的过程, 便可获得 Gerry 形式的如下 $2n$ 个原子的 GHZ 态:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\text{GHZ}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1 g_2 \dots g_n e_{n+1} \dots e_{2n}\rangle \\ &\quad \pm |e_1 e_2 \dots e_n g_{n+1} \dots g_{2n}\rangle). \end{aligned} \quad (23)$$

这一形式的 GHZ 态, 文献^[17]用了较为复杂的方法才得以实现.

4 讨论与结语

1. 尽管我们在制备原子纠缠态时所使用的原子与文献^[10]相同, 但文献^[10]的方法是, 首先把腔场制备成真空态 $|0\rangle$ 和 1 光子态 $|1\rangle$ 的相干叠加态, 而为了使腔场最后处于真空态, 不得不又注入与腔场发生单光子共振相互作用的另一类二能级原子. 而本文的方案首先只需要将腔场制备成相干态, 而任何一个量子谐振子在经典源的驱动下都将产生相干态光场^[18], 这在实验上要比制备真空态 $|0\rangle$ 和 1 光

子态 $|1\rangle$ 的相干叠加态容易得多.文献[7]所提出的方案,则将初始光场制备成真空态 $|0\rangle$ 和3光子态 $|3\rangle$ 的相干叠加态,这在实验上就更困难些.

2. 在制备(22)式的多原子纠缠态时,文献[12]提出的方案包含两个腔,每个腔又支持两个模,而且用到了不同类型的两种原子.第一种探测原子需高速通过两个腔,从而使两腔四模制备成 $|1_11_20_30_4\rangle$ 和 $|0_10_21_31_4\rangle$ 的叠加态,然后让第二类原子两两通过不同的腔,从而获得(12)式的四原子GHZ态.这种方案在实验上较难控制.文献[17]也制备了这种类型的GHZ态,在此方案里,也用到了两个腔和两种不同类型原子.若要制备(13)式所示的多原子GHZ态,首先通过一个原子在每个腔中经历一个共振的退化的 n 光子转移.而本文的方案只用一类原子,为了获得Gerry形式的GHZ态,只要在原子注入腔之间让它经过一个经典场,可通过调节经典场的幅度和位相而获得不同态的原子^[19].这种通过调节经典场的幅度和位相而使原子处于不同态的方法,目前已广泛使用于量子态工程,这在实验上不难控制.

3. 最后需要指出的是,当原子和场处于混合态时,若不对场进行探测,对于两原子而言,将不违背Bell不等式.正如文献[13]所指出,处于混合态的两原子本身所展现出的非局域性较弱,因此在这类制备原子纠缠态的方案中,必需对场态进行探测.

总之,利用 Λ 型三能级原子与相干态腔场的Raman相互作用,在较简单的条件下,制备了各种形式的原子纠缠态.与以往的方案比较,本文的方案简单可行,在实验上更易实现.

衷心感谢郭光灿教授的悉心指导.

- [1] A. Einstein *et al.*, *Phys. Rev.* **47**(1935),777.
- [2] D. M. Greenberger, M. Horne, A. Zeilinger, in *Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, edited by M. Kafatos (Kluwer, Dordrecht, 1989).
- [3] C. H. Bennet *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**(1993),1895.
- [4] S. B. Zheng, G. C. Guo, *Phys. Lett.* **A232**(1997),171.
- [5] S. J. D. Phoenix, S. M. Barnett, *J. Mod. Opt.* **40**(1993),979.
- [6] I. K. Kudryavtsev *et al.*, *J. Mod. Opt.* **40**(1993),1673.
- [7] J. I. Cirac, P. Zoller, *Phys. Rev.* **A50**(1994),R2799.
- [8] K. H. Song, G. C. Guo, *Chin. J. Laser* **B8**(1999),153.
- [9] S. B. Zheng, G. C. Guo, *J. Mod. Opt.* **44**(1997),963.
- [10] S. B. Zheng, G. C. Guo, *Chin. Phys. Lett.* **14**(1997),485.
- [11] K. H. Song, G. C. Guo, *Chin. Phys. Lett.* **16**(1999),160.
- [12] C. C. Gerry, *Phys. Rev.* **A53**(1996),4591.
- [13] C. C. Gerry, *Phys. Rev.* **A53**(1996),2857.
- [14] L. Xu, Z. M. Zhang, *Z. Phys.* **B95**(1994),507.
- [15] M. Brune *et al.*, *Phys. Rev.* **A45**(1992),5193.
- [16] J. von Neumann, *Mathematische Grundlage de Quantum Mechanik* (Springer, Berlin, 1932).
- [17] S. B. Zheng, G. C. Guo, *J. Mod. Opt.* **44**(1997),963.
- [18] M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1974), p. 249.
- [19] G. C. Guo, S. B. Zheng, *Phys. Lett.* **A223**(1996),332.

PREPARATION OF MANY-TYPE ATOMIC ENTANGLED STATES VIA ATOM-CAVITY-FIELD RAMAN INTERACTION*

SONG KE-HUI

(Department of Physics and Institute of Mathematics, Huaihua Teachers College, Huaihua 418008)

(Received 23 April 1999; revised manuscript received 20 May 1999)

ABSTRACT

A scheme is presented for preparing atomic entangled states through the Raman interaction of Λ -type three-level atom with a coherent state cavity-field. It is shown that many-type atomic entangled states can be obtained under a simple condition. Compared with the existing schemes, the present one is easier to realize in experiment.

PACC: 4250

* Project supported by the Youth Science Foundation from Education Commission of Hunan Province of China (Grant No. 99B27).