

# 非傍轴光束的小尺度自聚焦研究\*

文双春 范滇元

(中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家重点实验室, 上海 201800)

(1999 年 10 月 3 日收到)

基于非傍轴传输方程, 利用线性扰动理论, 得到了小尺度调制增长率的表达式. 在此基础上, 讨论了非傍轴对小尺度自聚焦的影响. 通过对非傍轴和傍轴情形下小尺度调制的增益谱分析, 发现非傍轴对小尺度调制的增益谱的影响程度与光束的强度有关, 光强越强, 影响越大. 但总的趋势是非傍轴使小尺度调制增长的截止频率、最快增长频率和最大增长率减小, 而非傍轴对截止频率和最快增长频率的影响比对最大增长率的更大.

PACC: 4265

## 1 引 言

自聚焦是非线性光学中的一个基本物理现象<sup>[1]</sup>. 通常将自聚焦分成大尺度自聚焦(又叫全光束自聚焦)和小尺度自聚焦两类. 两类自聚焦都会造成介质的损坏, 而小尺度自聚焦的危害更大, 是限制高功率激光系统输出功率的主要因素之一. 所以, 对小尺度自聚焦的研究具有重要的实际意义.

Bespalov 和 Talanov 关于小尺度自聚焦的经典理论<sup>[2]</sup>假定了横截面上平均光强是常数, 传输过程中不随距离  $z$  变化. 在此基础上对小尺度扰动导出了扰动的谱分量指数增长率的表达式、最快增长频率、最大增长系数  $B$  (即  $B$  积分)等著名结果. 这个理论随后被其他作者推广到会聚光束情形<sup>[3]</sup>和高斯光束情形<sup>[4]</sup>. 但是, 所有这些理论都是基于在傍轴近似(paraxial approximation)下导出的非线性 Schrödinger 方程, 而由这个方程得出的结论是: 光束将在一个有限的距离内崩塌于一个奇点(自聚焦点). 光束半径在自聚焦点将减小到零, 而光束光强趋于无穷大. 显然, 基于傍轴近似的自聚焦理论关于自聚焦点附近的光束特性与实际的问题是相悖的. 1988 年 Feit 等人<sup>[5]</sup>指出: 由于光束在自聚焦点附近已非常细小, 因而傍轴近似条件已不能满足. 后来, 文献 6—8 相继证明非傍轴可以消除自聚焦的奇异性. 文献 9 给出了非傍轴情形下光束的传输方程. 本文从非傍轴传输方程出发, 研究高功率激光束

在非线性介质中的小尺度自聚焦问题. 尽管有很多作者对非傍轴光束的整体自聚焦进行了研究<sup>[5-8]</sup>, 但对非傍轴光束的小尺度自聚焦研究甚少. 就我们所知, 到目前为止, 只有文献 5 作过数值研究. 但文献 5 的研究并未给出非傍轴情形下光束的小尺度自聚焦的基本特征, 对于非傍轴因素对小尺度自聚焦到底有没有影响? 如有影响, 影响有多大? 这些问题也不得而知. 本文根据文献 2 的方法, 从理论上给出了小尺度调制增长率的表达式. 在此基础上讨论了非傍轴对光束的小尺度自聚焦的影响.

## 2 非傍轴非线性光束传输方程与线性稳定性分析

考虑一束平面极化准单色电磁波,  $E(x, y, z, t) = A(x, y, z) \exp(i\omega t - ikz)$  ( $k = n_1\omega/c$ ,  $n_1$  是传输介质的线性折射率), 在非线性 Kerr 介质 ( $n = n_1 + n_2|E|^2$ ,  $n_2$  是介质的非线性折射系数) 中的传输. 在傍轴近似下, 电场包络  $A(x, y, z)$  的演化满足下列方程<sup>[1]</sup>:

$$2ik \frac{\partial A}{\partial z} - \nabla_{\perp}^2 A - 2 \frac{n_2}{n_1} k^2 |A|^2 A = 0, \quad (1)$$

式中  $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ . 利用变换  $u = \sqrt{n_2/2n_1} \cdot A$  和  $(X, Y, Z) = k(x, y, z)$ , 得到下列(1+2)维非线性 Schrödinger 方程:

$$\frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) u + i|u|^2 u = 0. \quad (2)$$

\* 国家高技术研究发展计划(批准号: 863-416-5)资助的课题.

文献 [9] 将傍轴近似下的非线性传输方程 (2) 推广到非傍轴情形, 其形式为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) u + i |u|^2 u \\ &= \frac{i}{8} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right)^2 u - \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} - \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) (|u|^2 u) \\ & - \frac{i}{3} \left| \frac{\partial u}{\partial X} \right|^2 u - \frac{i}{3} \left( |u|^2 \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} - u^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial X^2} \right) \\ & - \frac{i}{3} \frac{\partial}{\partial X} \left( |u|^2 \frac{\partial u}{\partial X} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

显然, 方程 (3) 有稳态解  $u = u_0 \exp(-iu_0^2 Z)$ . Be-spalov 和 Talanov 的线性扰动理论 [2] 假定正弦扰动加在均匀背景光场  $u_0$  上, 这样, 输入光场和复扰动 ( $e = e_1 + ie_2$ ) 由下式给出:

$$u = u_0 (1 + e_1 + ie_2) \exp(-iu_0^2 Z). \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (3) 式, 并利用线性近似  $e_1, e_2 \ll 1$ , 得到关于  $e_1, e_2$  的耦合方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial e_1}{\partial Z} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) e_2 \\ &= -\frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_2}{\partial X^4} - \frac{1}{4} \frac{\partial^4 e_2}{\partial X^2 \partial Y^2} - \frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_2}{\partial Y^4} \\ & + \frac{3}{2} u_0^2 \frac{\partial^2 e_2}{\partial X^2} - \frac{1}{2} u_0^2 \frac{\partial^2 e_2}{\partial Y^2}, \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial e_2}{\partial Z} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \right) e_1 + 2u_0^2 e_1 \\ &= \frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_1}{\partial X^4} + \frac{1}{4} \frac{\partial^4 e_1}{\partial X^2 \partial Y^2} + \frac{1}{8} \frac{\partial^4 e_1}{\partial Y^4} \\ & - \frac{11}{6} u_0^2 \frac{\partial^2 e_1}{\partial X^2} + \frac{3}{2} u_0^2 \frac{\partial^2 e_1}{\partial Y^2}. \end{aligned} \quad (5b)$$

为简单起见, 假定  $e_1$  和  $e_2$  取一维正弦扰动形式, 并随传输距离指数增长, 即

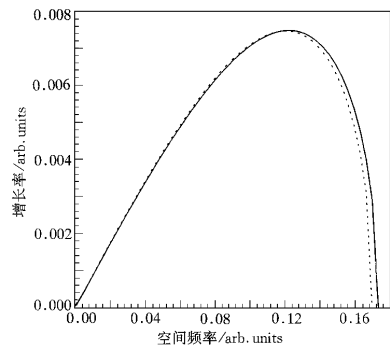
$$e_{1,2} = e_{10,20} \exp(gZ) \cos(qX), \quad (6)$$

式中  $e_{10,20}$  是扰动的初始幅值,  $q$  是与扰动的横向特征尺寸有关的空间频率,  $g$  是扰动的指数增长率. 将 (6) 式代入 (5a) 和 (5b) 式, 并消去  $e_1$  和  $e_2$ , 得到关于  $g$  的表达式为

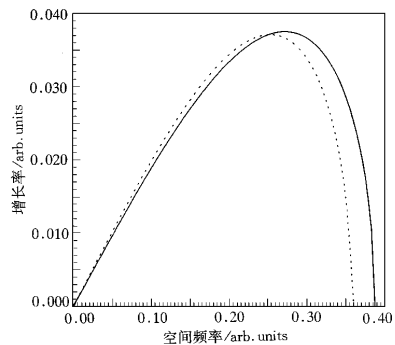
$$\begin{aligned} g^2 &= q^2 \left( u_0^2 - \frac{q^2}{4} \right) + q^2 \left[ 3u_0^4 - \left( \frac{11}{4} u_0^2 + \frac{17}{12} \right) u_0^2 q^2 \right. \\ & \left. - \left( \frac{5}{12} u_0^2 + \frac{1}{8} \right) q^4 - \frac{1}{64} q^6 \right], \end{aligned} \quad (7)$$

式中等号右边第一项是基于傍轴波动方程所得到的指数增长率 [2], 因此第二项表示非傍轴项的贡献. 在小尺度自聚焦的分析中, 两个最重要的量是最快增长频率  $q_m$  和最快增长率  $g_{\max}$ . 利用 (7) 式通过关系式  $\partial g / \partial q = 0$ , 很容易得到这两个量. 为了直观地

了解非傍轴对小尺度自聚焦的影响, 这里直接对 (7) 式作数值分析.



(a)  $I_{\max} = |E|^2 = 1.0, n_0 = 1, n_2 = 0.015$



(b)  $I_{\max} = |E|^2 = 5.0, n_0 = 1, n_2 = 0.015$

图 1 傍轴和非傍轴情形下小尺度调制增益谱 —— 是傍轴, ... 是非傍轴

图 1 示出分别由傍轴和非傍轴模型得到的增益谱. 图 1(a) 采用文献 [5] 的参数: 初始时刻的光强  $I_{\max} = |E|^2 = 1.0, n_0 = 1, n_2 = 0.015$ . 这里  $|E|^2$  和  $n_2$  的单位不重要, 因为真正重要的是非线性对折射率的贡献, 即  $|E|^2$  和  $n_2$  的乘积  $n_2 |E|^2$ . 图 1(b) 是光强  $I_{\max} = |E|^2 = 5.0$  时的小尺度调制增益谱, 其他参数同图 1(a). 由图 1 可以看出: 1) 非傍轴对最快增长频率  $q_m$  和扰动增长的截止频率  $q_c$  的影响较大, 它使  $q_m$  和  $q_c$  均减小, 而且光强越强, 非傍轴的影响越大; 2) 非傍轴虽然也使最大增长率  $g_{\max}$  减小, 但对  $g_{\max}$  的影响不如对  $q_m$  和  $q_c$  那么敏感; 3) 总的来看, 非傍轴情形下小尺度调制的增益谱与傍轴情形下的相似, 可以说前者是后者的高阶修正. 光

强越强,非傍轴的影响越大,所以在超强传输情形下,需要考虑非傍轴因素.但应指出,在某些情况下,尽管初始光强可能不是太强(其功率仍超过自聚焦临界功率),但当传播一段距离后,光束将产生整体自聚焦,这时光强会迅速增强,非傍轴的影响就较突出.

### 3 结 论

从非傍轴传输方程出发,研究了高功率激光束在非线性介质中的小尺度自聚焦.利用线性扰动理论,得到了小尺度调制增长率的表达式.通过对非傍轴和傍轴情形下小尺度调制增益谱的分析,发现非傍轴对小尺度调制的增益谱的影响程度与光束的强度有关.光强越强,影响越大,但总的趋势是非傍轴使小尺度调制增长的截止频率、最快增长频率和最大增长率减小,而非傍轴对截止频率和最快增长频

率的影响比对最大增长率的更大.

在高功率激光系统中,常常用低通空间滤波器来消除小尺度扰动以抑制小尺度自聚焦,在考虑非傍轴因素的情况下,滤波器的截止频率应该减小,因为如前所述,非傍轴使小尺度调制增长的截止频率和最快增长频率减小.

- [1] S. H. Marburger, *Prog. Quant. Elec.* **A**(1975), 35.
- [2] V. I. Bespalov, V. I. Talanov, *JETP Lett.* **3**(1966), 307.
- [3] N. N. Rozanov, V. A. Smirnov, *Sov. J. Quant. Elec.* **8**(1978), 1429.
- [4] S. C. Abbi, N. C. Kothari, *J. Appl. Phys.* **51**(1980), 1385.
- [5] M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr., *J. Opt. Soc. Am.* **B5**(1988), 633.
- [6] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J. M. Soto-Crespo, *Opt. Lett.* **18**(1993), 411.
- [7] G. Fibich, G. C. Papanicolaou, *Opt. Lett.* **22**(1997), 1370.
- [8] A. P. Sheppard, M. Haelterman, *Opt. Lett.* **23**(1998), 1820.
- [9] B. Crosignani, P. D. Porto, *Opt. Lett.* **22**(1997), 778, errata, **23**(1997), 1820.

## SMALL-SCALE SELF-FOCUSING OF NONPARAXIAL LASER BEAMS\*

WEN SHUANG-CHUN FAN DIAN-YUAN

(State Key Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 3 October 1999)

### ABSTRACT

We use the linear stability theory to study the small-scale self-focusing of intense laser beams in the presence of nonparaxiality. An analytic expression for the gain spectrum is obtained. A comparison of the gain spectrum obtained with the paraxial and non-paraxial methods shows that nonparaxiality reduces the cutoff frequency, the fastest growing frequency and the maximum growth of the perturbation. Nonparaxiality exerts more influence on the cutoff frequency and the fastest growing frequency than on the maximum growth.

PACC : 4265