第 49 卷 第 3 期 2000 年 3 月
1000-3290/2000/49(03)/0468-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 49, No. 3, March, 2000

非布儒斯特角情况下四棱镜组二阶、三阶色散的解析表示*

章若冰　庞冬青　孙敬华　王清月
（天津大学精密仪器与光电子工程学院，教育部光电信息技术科学开放实验室，天津　300072）
张树葵　文国庆
（中国工程物理研究院，成都　610003）
（1999 年 4 月 2 日收到；1999 年 8 月 27 日收到修改稿）

给出非布儒斯特角情况下四棱镜组二阶、三阶色散的解析表示，并给出改变入射角和入射波长以及棱镜顶角对二阶、三阶色散的影响.

PACC：4280；4280W

1　引　　言

1984 年 Fork 等人提出的四棱镜组或棱镜对可以产生正负可调的群速色散，用来补偿自相位调制所产生的啁啾，使得它在超短脉冲振荡器和放大器中均得到十分广泛的应用. 现在自锁模掺钛蓝宝石激光器中，用石英棱镜组和啁啾镜联合进行色散补偿，已获得 6.5fs 的光脉冲[1]. 随后又有利用腔外压缩至 4.6fs 的报道[2].

随着脉冲宽度的进一步减小，不光要补偿二阶色散，还必须补偿三阶及更高阶色散. 为了获得短于 10fs 的光脉冲，在自锁模固体激光器中，人们采用短的激光晶体并用石英棱镜代替玻璃棱镜进行色散补偿以减小三阶色散，利用棱镜对和啁啾镜联合来进行高阶色散补偿.

目前采用的四棱镜组，为了减小插入损耗，都设计为光线对棱镜以布儒斯特角入射和以布儒斯特角出射，即设计成布儒斯特棱镜. 1984 年，Fork 等人曾给出以布儒斯特角入射和出射情况下，四棱镜组二阶色散的表示式[3]，对三阶色散只给出了一个近似表示. 后来虽然有人给出三阶色散的完整表示式[4,5]，但仅为布儒斯特角下的完整表示. 将本文的计算结果与以前的工作进行比较，发现以前的工作都出现不同程度的错误（以前工作只给出完整表示式，没有给出推导过程）. 由于调整精度的限制，四棱镜可能在偏离布儒斯特角的情况下工作. 另外，有些宽调谐的超短脉冲激光器，如飞秒激光参量振荡器，色散补偿的棱镜组本身就在偏离布儒斯特角的情况下工作. 在有些情况下，为了改变二阶、高阶色散也可设计成非布儒斯特角情况下工作的棱镜组[6]. 因此，了解非布儒斯特角情况下四棱镜组的二阶、三阶色散是重要的. 本文将给出非布儒斯特角情况下四棱镜组二阶、三阶色散的解析表示. 并给出改变入射角和入射波长以及棱镜顶角对二阶、三阶色散的影响. 本文也将给出棱镜插入量对二阶、三阶色散的影响.

2　非布儒斯特角情况下四棱镜组二阶、三阶色散的解析表示

棱镜对如图 1(a)所示. 棱镜 Ⅰ 和棱镜 Ⅱ 为两个完全相同的棱镜. 只要棱镜 Ⅰ 和 Ⅱ 平行放置（棱镜 Ⅱ 的入射面平行棱镜 Ⅰ 的出射面），则从棱镜 Ⅱ 出射的光是与入射光平行的，并不一定需要以布儒斯特角入射和以最小偏向角运转. 若不考虑棱镜插入量，不同频率的光经过棱镜 Ⅱ 的路径如图 1(b)所示. 由图 1(b)可知，由折射定律，$\sin i = n\sin\gamma$，n 为棱镜材料的折射率. 因为 $\sin i = \dfrac{BB'}{BF}$，$\sin\gamma = \dfrac{EF}{BF}$，因此有 $\dfrac{BB'}{BF}$

* 国家“九五”攀登计划及中国工程物理研究院科学技术基金（批准号：E99706）资助的课题.

$=n\dfrac{EF}{BF}$，$BB'=nEF$. 同理可证 $A'B=nDE$. 即 DA' 和 FB' 为相应波前，DE 和 $A'B$ 等光程，EF 和 BB' 等光程. 若往返通过棱镜对，由 EF 和 BB' 等光程可知，EFM 和 $BB'M'$ 等光程，所以 EFM 段对色散无贡献，只有 CDE 段对色散有贡献. 由于 DE 和 $A'B$ 等光程，则 CDE 和 AB 等光程. 若设两棱镜顶角之间的连线距离 CB 为 l，则有 $CDE=l\cos\beta$，光往返通过棱镜对时，该系统对色散有贡献的光程为

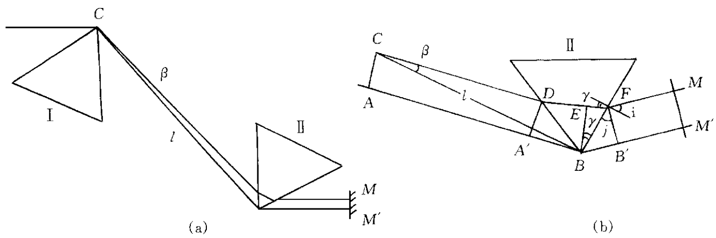

图 1　棱镜对工作在偏离最小偏向角和布儒斯特角时的光路图

$$P=2l\cos\beta.$$

将 P 对 λ 求导，利用 $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}=\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}n}\dfrac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$，$\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}n}=\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\beta}\dfrac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}n}$，$\phi_2+\beta=$ 常数（ϕ_2 为棱镜 Ⅰ 的出射角），有

$$\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}\lambda^2}=-\left[\frac{\mathrm{d}^2n}{\mathrm{d}\lambda^2}\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}+\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}\right]\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\beta}+\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2\left(\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}\right)^2\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}\beta^2},\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}^3P}{\mathrm{d}\lambda^3}=-\frac{\mathrm{d}^3n}{\mathrm{d}\lambda^3}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\beta}\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}+3\left[\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}\beta^2}\left(\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}\right)^2-\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\beta}\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}\right]\cdot\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}^2n}{\mathrm{d}\lambda^2}-\left[\frac{\mathrm{d}^3P}{\mathrm{d}\beta^3}\left(\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}\right)^3-3\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}\beta^2}\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}+\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\beta}\frac{\mathrm{d}^3\phi_2}{\mathrm{d}n^3}\right]\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^3.\tag{2}$$

在任意角入射情况下，棱镜出射角与入射角的关系为

$$\phi_2=\arcsin\left[\sin\alpha\sqrt{n^2-\sin^2\phi_1}-\cos\alpha\sin\phi_1\right],\tag{3}$$

式中 α 为棱镜的顶角，ϕ_1 为棱镜 Ⅰ 的入射角，ϕ_2 为出射角. 将 ϕ_2 对 n 求导，有

$$\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}=\frac{n\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2}}{\sqrt{1-\left[\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha\right]^2}}.\tag{4}$$

若光线以最小偏向角传播，利用 $n=\dfrac{\sin\phi_1}{\sin\alpha/2}$，有

$$\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}=\frac{2}{n}\tan\phi_1.\tag{5}$$

若 ϕ_1 为布儒斯特角，利用 $\tan\phi_1=n$，有

$$\frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}n}=2.\tag{6}$$

将(3)式求 ϕ_2 对 n 的二阶导数，有

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}=\left[\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2}-n^2\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}\right]\left\{1-\left[\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-1/2}+n^2\sin^2\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1}\cdot\left[\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha\right]\left\{1-\left[\sin\alpha\,(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-3/2}.\tag{7}$$

若光线以最小偏向角传播，利用 $n=\dfrac{\sin\phi_1}{\sin\alpha/2}$，有

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}=\frac{4}{n^2}\tan^3\phi_1-\frac{2}{n^2}\frac{1}{\tan\phi_1}.\tag{8}$$

若入射角 ϕ_1 为布儒斯特角，利用 $\tan\phi_1=n$，有

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi_2}{\mathrm{d}n^2}=4n-\frac{2}{n^3}.\tag{9}$$

将(4)和(7)式代入(1)式，并利用 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\beta=-2l\sin\beta$ 和 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\beta^2=-2l\cos\beta$，即可得任意角入射时 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$ 的一个最一般的表示式.

若光线以最小偏向角传播，但入射角不一定为布儒斯特角，将(5)和(8)式代入(1)式，可得

$$\frac{\mathrm{d}^2P}{\mathrm{d}\lambda^2}=4l\sin\beta\left[\frac{1}{n}\tan\phi_1\frac{\mathrm{d}^2n}{\mathrm{d}\lambda^2}+\left(\frac{2}{n^2}\tan^3\phi_1-\frac{1}{n^2}\frac{1}{\tan\phi_1}\right)\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2\right]-8l\cos\beta\cdot\frac{1}{n^2}\tan^2\phi_1\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2.\tag{10}$$

(10)式即为光线以最小偏向角传播，但入射角偏离布儒斯特角情况下二阶色散 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$ 的解析表示.

若以布儒斯特角入射并以最小偏向角传播，利

用 $\tan\phi_1 = n$，有

$$\frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}\lambda^2} = 4l\sin\beta\left[\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}\lambda^2} + \left(2n - \frac{1}{n^3}\right)\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2\right] - 8l\cos\beta\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^2. \tag{11}$$

(11)式即为布儒斯特棱镜在最小偏向角情况下二阶色散 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$ 的解析表示. 将(11)式与文献[3]的结果比较可知，它们的结果相一致.

本文也用类似的方法计算了三阶色散，ϕ_2 对折射率 n 的三阶导数很复杂，本文的计算结果为(较详细的推导过程见附录)

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3\phi_2}{\mathrm{d}n^3} = &\left[-3n\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-3/2} + 3n^3\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-5/2}\right]\left\{1 - \left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-1/2}\\ &+ 3n\sin^2\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-1}\left\{1 - \left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-3/2}\\ &\cdot\left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]\\ &- 3n^3\sin^2\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-2}\left\{1 - \left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-3/2}\\ &\cdot\left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]\\ &+ 3n^3\sin^3\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-3/2}\left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\left\{1 - \left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-5/2}\\ &+ n^3\sin^3\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{-3/2}\left\{1 - \left[\sin\alpha\left(n^2 - \sin^2\phi_1\right)^{1/2} - \sin\phi_1\cos\alpha\right]^2\right\}^{-3/2}.\end{aligned} \tag{12}$$

若光线以最小偏向角传播，利用 $n\sin\alpha/2 = \sin\phi_1$，有

$$\frac{\mathrm{d}^3\phi_2}{\mathrm{d}n^3} = \frac{6}{n^3}\frac{1}{\tan\phi_1}\frac{1}{\sin^2\phi_1} - \frac{12}{n^3}\tan\phi_1 + \frac{24}{n^3}\tan^5\phi_1 + \frac{8}{n^3}\tan^3\phi_1. \tag{13}$$

若光线以最小偏向角传播，入射角为布儒斯特角，$\tan\phi_1 = n$，有

$$\frac{\mathrm{d}^3\phi_2}{\mathrm{d}n^3} = \frac{6}{n^6} + \frac{6}{n^4} - \frac{12}{n^2} + 24n^2 + 8. \tag{14}$$

将(4)，(7)和(12)式代入(2)式，即可得任意角入射时 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 的一个最一般的表示式.

若光线以最小偏向角传播，但入射角不一定为布儒斯特角，将(5)，(8)和(13)式代入(2)式，可得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3 P}{\mathrm{d}\lambda^3} = &\frac{\mathrm{d}^3 n}{\mathrm{d}\lambda^3}(-2l\sin\beta)\left(-\frac{2}{n}\tan\phi_1\right)\\ &+ 3\left[(-2l\cos\beta)\left(-\frac{2}{n}\tan\phi_1\right)^2 + (-2l\sin\beta)\right.\\ &\left.\cdot\left(-\frac{4}{n^2}\tan^3\phi_1 + \frac{2}{n^2}\frac{1}{\tan\phi_1}\right)\right]\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}\lambda^2}\\ &+ 3\left[(-2l\cos\beta)\left(-\frac{2}{n}\tan\phi_1\right)\right.\\ &\left.\cdot\left(-\frac{4}{n^2}\tan^3\phi_1 + \frac{2}{n^2}\frac{1}{\tan\phi_1}\right)\right]\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^3\\ &+ (-2l\sin\beta)\left(-\frac{6}{n^3}\frac{1}{\tan\phi_1}\frac{1}{\sin^2\phi_1}\right.\\ &\left.+ \frac{12}{n^3}\tan\phi_1 - \frac{24}{n^3}\tan^5\phi_1\right)\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^3.\end{aligned} \tag{15}$$

(15)式即为光线以最小偏向角传播，但入射角偏离布儒斯特角情况下三阶色散 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 的解析表示.

若入射角为布儒斯特角，有

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}^3 P}{\mathrm{d}\lambda^3} = &4l\sin\beta\frac{\mathrm{d}^3 n}{\mathrm{d}\lambda^3} + 6\left[-4l\cos\beta + l\sin\beta\left(4n - \frac{2}{n^3}\right)\right]\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}\lambda^2}\\ &- \left[12l\cos\beta\left(4n - \frac{2}{n^3}\right) - 4l\sin\beta\right.\\ &\left.\cdot\left(\frac{3}{n^6} + \frac{3}{n^4} - \frac{6}{n^2} + 12n^2\right)\right]\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^3.\end{aligned} \tag{16}$$

(16)式即为布儒斯特棱镜在最小偏向角情况下三阶色散 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 的解析表示. 将上式的结果同文献[4]中文献[16]所给出的 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^2$ 公式及文献[5]中(24)式所给出的 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 公式相比较，我们认为文献[4]中 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 表示式中 $l\sin\beta\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}\right)^3$ 项中三、四、五项不妥. 文献[5]中 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 表示式中二、三、四项不妥.

3 计算结果

图 2 和图 3 分别示出以上解析表达式给出的棱镜对二阶、三阶色散 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$，$\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 随入射角的变化曲线. 由 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$ 和 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 的表示式可知，l 可从公式中提出. 图中所给出的均为单位长度的 $\mathrm{d}^2P/\mathrm{d}\lambda^2$ 和 $\mathrm{d}^3P/\mathrm{d}\lambda^3$ 值. 在图 2 和图 3 中，棱镜顶角的选取使该棱镜在 800 nm 处为布儒斯特棱镜. 图中为运转波长 800 nm 时的曲线. 由图 2 和图 3 可知，当入射角小于布儒斯特角时，二阶色散的绝对值以及三阶色散的值有明显的增加，当入射角大于布儒斯特角时，二阶色散的绝对值以及三阶色散的值随入射角的变化较小. 总体而言，SiO_2 和 BK7 的二阶、三阶色散随入射角的变化较小，而 F2，SF10 和 SF11 的二阶、三阶色散随入射角的变化较明显.

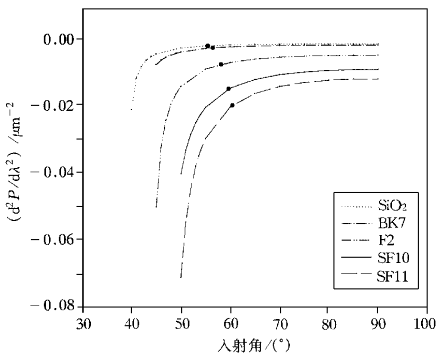

图 2　二阶色散 $d^2P/d\lambda^2$ 随入射角的变化　●为布儒斯特角

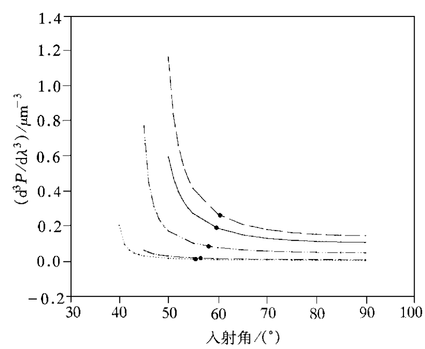

图 3　三阶色散 $d^3P/d\lambda^3$ 随入射角的变化　图注同图 2

图 4 和图 5 分别示出对设计波长为 800 nm 处的布儒斯特棱镜，当入射波长偏离 800 nm，由(10)，(16)式给出的棱镜对在最小偏向角情况下二阶、三阶色散 $d^2P/d\lambda^2$，$d^3P/d\lambda^3$ 随波长的变化曲线．由图

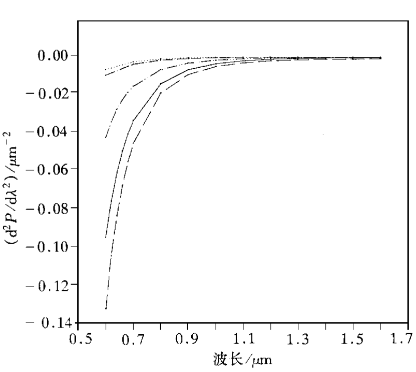

图 4　二阶色散 $d^2P/d\lambda^2$ 随波长的变化　图注同图 2

4 和图 5 可知，SiO_2 和 BK7 的二阶、三阶色散随波长的变化幅度较小，曲线比较平缓，特别是长波长区域；而 F2，SF10 和 SF11 的二阶、三阶色散随波长的变化较大，特别是短波长区域．在长波长区域变化幅度相对较小．尤其是三阶色散，在长波长区域几乎重合为一条直线．

图 6 和图 7 分别示出入射波长 800 nm 处，棱镜对在最小偏向角情况下，二阶、三阶色散 $d^2P/d\lambda^2$，$d^3P/d\lambda^3$ 随棱镜顶角的变化曲线．由图 6 和图 7 可知，当棱镜顶角小于布儒斯特棱镜对应的顶角时，二阶、三阶色散变化较小，当棱镜顶角大于布儒斯特棱镜对应的顶角时，二阶色散的绝对值以及三阶色散的值随顶角增加而明显变大．相对而言，SiO_2 和 BK7 的曲线比较平缓，而 F2，SF10 和 SF11 的变化幅度较大．

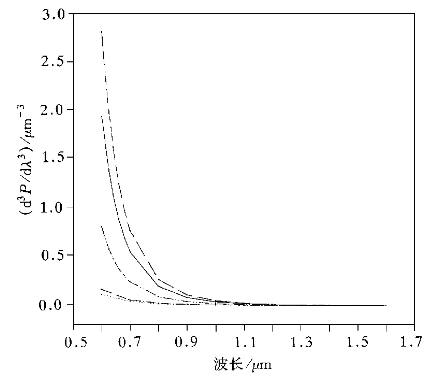

图 5　三阶色散 $d^3P/d\lambda^3$ 随波长的变化　图注同图 2

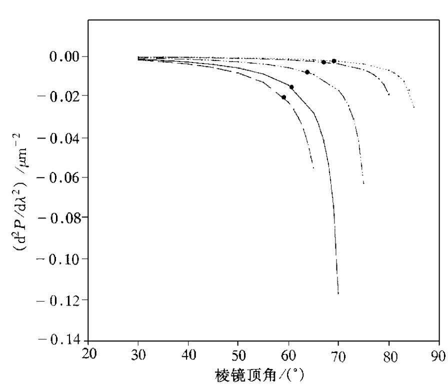

图 6　二阶色散 $d^2P/d\lambda^2$ 随棱镜顶角的变化　图注同图 2

以上计算均未考虑棱镜插入量. 当棱镜有一定的插入深度时,其光路图如图 8 所示,由图 8 可知,

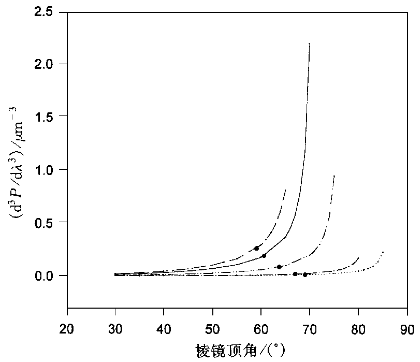

图 7 三阶色散 $d^3P/d\lambda^3$ 随棱镜顶角的变化 图注同图 2

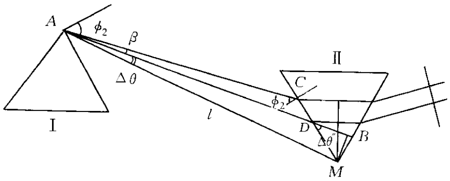

图 8 棱镜对有插入量时的光路图

这时对色散有贡献的光程应为

$$P = 2l\cos(\beta + \Delta\theta). \tag{17}$$

若令 $DM = \Delta$ 为棱镜插入量,由图可知

$$\sin\Delta\theta = \frac{BM}{l} = \frac{DM\sin\theta''}{l} = \frac{\Delta\sin\theta''}{l}. \tag{18}$$

由 $\triangle ACD$ 可知

$$\beta + \phi_2 + \pi/2 + \theta'' = \pi,$$
$$\theta'' = \pi/2 - \beta - \phi_2, \tag{19}$$

因为

$$\frac{dP}{d\beta} = -2l\sin(\beta + \Delta\theta),$$
$$\frac{d^2P}{d\beta^2} = -2l\cos(\beta + \Delta\theta),$$
$$\frac{d^3P}{d\beta^3} = 2l\sin(\beta + \Delta\theta), \tag{20}$$

利用(20)式和(18),(19)式,即可求出在棱镜有一定插入深度时的二阶、三阶色散.

图 9 和图 10 示出 800 nm 处石英材料的布儒斯特棱镜二阶、三阶色散随插入量的变化曲线,由图 9 和图 10 可知,二阶、三阶色散随插入量呈线性变化,这一结果从上面的公式中可以看出,当棱镜有一定插入深度时,所改变的仅仅是 β 的值,此时只将 β 变为 β' 即可. $\beta' = \beta + \Delta\theta$. 因为 $d\beta'/d\Delta = d\Delta\theta/d\Delta$,当 $\Delta\theta$ 很小时,$\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$,则 $d\Delta\theta/d\Delta \approx d(\sin\Delta\theta)/d\Delta = \sin\theta''/l = \sin(\pi/2 - \beta - \phi_2)/l =$ 常数,与插入量无关. 由图 9 和图 10 可知,二阶色散的绝对值以及三阶色散的值随插入深度增大而减小.

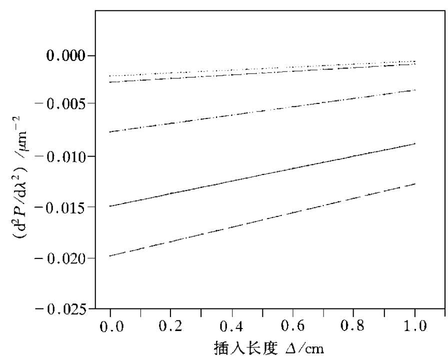

图 9 二阶色散 $d^2P/d\lambda^2$ 随插入量 Δ 的变化 图注同图 2

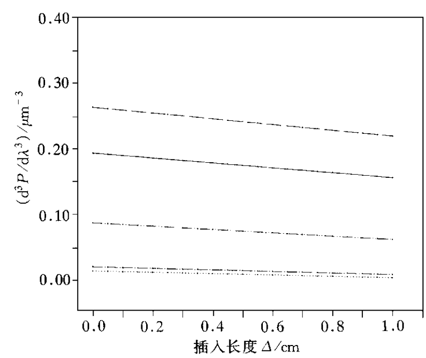

图 10 三阶色散 $d^3P/d\lambda^3$ 随插入量 Δ 的变化 图注同图 2

由以上计算可知,在某些情况下,可以利用改变入射角或棱镜顶角来增加四棱镜组的二阶负色散,以减小棱镜之间的间距,或改变三阶色散量,以获得所需要的三阶色散值. 当然这时应考虑偏离布儒斯特角将增加插入损耗. 尤其在腔内使用时更应注意. 一般地,当偏离布儒斯特角较小时,插入损耗变化不大. 当偏离较大时,为了减小插入损耗,应在棱镜表面镀增透膜. 此外,在宽调谐激光器中,如飞秒激光参量振荡器,应考虑工作波长的改变对四棱镜组或棱镜对二阶、三阶色散的影响.

附录　ϕ_2 对折射率 n 的三阶导数

由(2)式可知,要想求出四棱镜系统的三阶色散的解析表示,必须知道$\frac{d^3\phi_2}{dn^3}$的表示式.将(7)式对 n 求偏导,有

$$\begin{aligned}\frac{d^3\phi_2}{dn^3} =& \frac{d}{dn}\left[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2} - n^2\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}\right]\\
&\times\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-1/2}\\
&+[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2} - n^2\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}]\\
&\times\frac{d}{dn}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-1/2}\\
&+2n\sin^2\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\times[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&+n^2\sin^2\alpha(-1)(n^2-\sin^2\phi_1)^{-2}(2n)\\
&\cdot\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\\
&\times[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&+n^2\sin^2\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&\times\frac{d}{dn}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\\
&+n^2\sin^2\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\times\frac{d}{dn}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha],\end{aligned}\tag{A1}$$

因为

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dn}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2} - n^2\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}]\\
&=(-3n)\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}+3n^3\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-5/2},\end{aligned}\tag{A2}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dn}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-1/2}\\
&=n\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\\
&\quad\cdot[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2},\end{aligned}\tag{A3}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dn}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}\\
&=3n\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-5/2}\\
&\quad\cdot[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2},\end{aligned}\tag{A4}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dn}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&=n\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1/2},\end{aligned}\tag{A5}$$

将(A2),(A3),(A4),(A5)式代入(A1)式,有

$$\begin{aligned}\frac{d^3\phi_2}{dn^3} =& [-3n\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}+3n^3\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-5/2}]\\
&\cdot\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-1/2}\\
&+3n\sin^2\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-1}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&-3n^3\sin^2\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-2}\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]\\
&+3n^3\sin^3\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}\\
&-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-5/2}+n^3\sin^3\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{-3/2}\\
&\cdot\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{-3/2}.\end{aligned}\tag{A6}$$

(A6)式即为(12)式.

若光线以最小偏向角传播,由 $\sin\phi_1 = n\sin(\alpha/2)$,可得

$$(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2} = n\cos(\alpha/2),\tag{A7}$$

$$\{1-[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha]^2\}^{1/2} = \cos\phi_1,\tag{A8}$$

$$[\sin\alpha(n^2-\sin^2\phi_1)^{1/2}-\sin\phi_1\cos\alpha] = \sin\phi_1.\tag{A9}$$

将(A7),(A8),(A9)式代入(A6)式,有

$$\frac{d^3\phi_2}{dn^3} = \frac{6}{n^3}\frac{1}{\tan\phi_1}\frac{1}{\sin^2\phi_1} - \frac{12}{n^3}\tan\phi_1 + \frac{24}{n^3}\tan^5\phi_1 + \frac{8}{n^3}\tan^3\phi_1.\tag{A10}$$

(A10)式即为(13)式.

[1] I. D. Jung, F. X. KÄrtner, N. Matuschek *et al*., *Opt. Lett*., **22** (1997), 1009.

[2] A. Baltuska, Z. Wei, M. S. Pshenichnikov *et al*., *Appl. Phys*., **B65** (1997), 175.

[3] R. L. Fork, O. E. Martinez, J. P. Gordon, *Opt. Lett*., **9** (1984), 150.

[4] B. E. Lemoff, C. P. I. Barty, *Opt. Lett*., **18** (1993) 57.

[5] 王兴龙、肖绪辉、乔金元等, 中国激光, **A21** (1994), 624 [Wang Xing-long, Xiao Xu-hui, Qiao Jin-yuan *et al*., *Chin. J. Lasers*, **A21** (1994), 624 (in Chinese)].

[6] G. Cerullo, M. Nisoli, S. Stagira *et al*., *Opt. Lett*., **23** (1998), 1283.

ANALYTICAL EXPRESSIONS OF SECOND- AND THIRD-ORDER DISPERSION FOR FOUR-PRISM SEQUENCE USED AT OTHER THAN BREWSTER'S ANGLE OF INCIDENCE*

ZHANG RUO-BING PANG DONG-QING SUN JING-HUA WANG QING-YUE
(*Optoelectronic Information Science and Technology Laboratory*, *Chinese Minstry of Education and College of Precision Instruments and Optoelectronics Engineering*, *Tianjin University*, *Tianjin* 300072)
ZHANG SHU-KUI WEN GUO-QING
(*China Academy of Engineering Physics*, *Chengdu* 610003)
(Received 2 April 1999; revised manuscript received 27 August 1999)

ABSTRACT

This paper presents analytical expressions of second- and third-order dispersions of four-prism sequence used at other than Brewster's angle of incidence. The variations of second- and third-order dispersions on four-prism sequence with incidence-angle, wavelength and prisms' apexes are calculated.

PACC: 4280; 4280W

* Project supported by the National "Climbing" Program in the "9th 5-Year Plan" of China and the Science Foundation of China Academy of Engineering Physics of China (Grant No. E99706).