

等离子体放电柱磁螺旋不稳定性的线性理论*

刘金远 宫野 王晓刚[†] 马腾才 吕文彦

(大连理工大学三束材料改性国家重点实验室, 大连 116023)

(1999 年 4 月 24 日收到)

在静电流体方程基础上, 提出了柱状放电电弧等离子体磁螺旋不稳定性的一种新的线性分析方法. 通过数量级分析得到的简化扰动能量方程研究了外轴向磁场中阻抗-粘滞 $m=1$ 慢模, 解析地给出了全部解和不稳定性增长率, 并讨论了外加轴向磁场、弧电流和弧柱半径与外管壁半径相对大小等对电弧不稳定性的影响.

PACC: 5280; 5235; 5275

1 引 言

在低温等离子体物理中, 对慢粘滞阻尼的放电等离子体柱的平衡和磁螺旋不稳定性的研究, 在许多领域中都具有重要的意义^[1-21]. 由于电弧螺旋扰动和平衡的旋转对称性被这些模式破坏, 使得电弧放电柱变得不稳定^[19]. 电弧放电的早期研究是为了电路断路器和高压光源的应用^[1, 22, 23]. 近些年, 由于电弧放电技术在工业等离子体加工中对质量控制的应用, 使得这个领域的研究工作越来越受到人们的重视.

不稳定性增长率快于阻抗-粘滞扩散的电弧等离子体模称为理想模. 这样快模的螺旋不稳定性类似于托克马克的扭曲模, 其可由外加轴向磁场来稳定^[18], 但是在外磁场中慢于阻抗-粘滞扩散时间尺度的螺旋模能够增长. 在先前的工作中^[2-17, 20], 为了研究电弧放电的这种慢的螺旋模不稳定性, 使用了导电通道模型和与时间有关的线性微扰理论. 尽管这些工作对电弧放电的不稳定性分析提出一种方法, 但是这种方法要求大量的数学和数字计算工作, 导致了不必要的人为假设和复杂的热流势计算, 掩盖了不稳定性原因的分析. 为此, 本文通过数量级的分析, 简化了能量扰动方程, 给出了磁流体力学(MHD)方程的解析解, 提出一种新的不稳定性分析方法, 给出了螺旋不稳定性增长率的解析表达, 并讨论了外加正反向轴向磁场、输入功率等对电弧螺

旋不稳定性影响.

2 基本方程与平衡量

对于通道电流模型电弧放电的基本方程是静电 MHD 方程^[16, 18]

$$\frac{d\rho_m}{dt} + \rho_m \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p + \nu \left[\frac{4}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} \right] \quad (2)$$

$$\rho_m \frac{dh}{dt} - \frac{\partial p}{\partial t} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} + \nabla \cdot (\kappa \nabla T), \quad (3)$$

算符 $d/dt \equiv \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$, ρ_m 是等离子体的质量密度, \mathbf{v} 是等离子体速度, p 是等离子体压强, $h \equiv e + p/\rho_m$ (和 e) 是单位质量的焓(和能量), T 是温度, ν 是剪切粘滞系数(假设放电等离子体是分层的), κ 是热传导系数. 在静电近似下

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\mu_0 \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}, \quad (5)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi, \quad (6)$$

式中 σ 是电导率, μ_0 是真空磁导率. 总磁场是 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_e + \mathbf{B}_s$, \mathbf{B}_e 是外磁场, \mathbf{B}_s 是自磁场. 在方程(3)中忽略了能量的粘滞耗散和辐射损失, 用热流势代替温度^[2, 3]

$$S(T) = \int_0^T \kappa(T') dT', \quad (7)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 19577201 和 19875007)及大连理工大学青年基金资助的课题.

[†] 现在通讯地址: Department of Physics and Astronomy, The University of Iowa, Iowa City, IA 52242, USA.

有关系 $\nabla S \equiv \kappa \nabla T$.

考虑问题的轴对称性, 采用柱坐标系 (r, φ, z) , 其中 \hat{z} 沿轴向. 弧柱的通道半径是 r_c , 管壁半径是 $R (> r_c)$. 在这个模型中假设等离子体的平衡流 $\mathbf{v}_0 = 0$.

平衡时 $\partial/\partial t = 0$, 由动量方程 (2) 给出力平衡方程

$$\frac{dp_0}{dr} = -\frac{\mu_0 \sigma_0(r) E_0^2}{r} \int_0^r r' \sigma_0(r') dr' \quad (8)$$

和平衡磁场

$$\mathbf{B}_0(r) = \hat{\varphi} \frac{\mu_0}{2\pi r} \int_0^r 2\pi r' j_0(r') dr', \quad (9)$$

由能量方程 (3), 得能量平衡方程

$$\nabla^2 S_0 + E_0^2 \sigma_0 = 0, \quad (10)$$

如果取弧柱内平衡的电导率 $\sigma = \sigma_0$, 弧柱外为 $\sigma = 0$, 可得

$$S_0^{\text{in}}(r) = S_0(0) + [S_{0c} - S_0(0)] \left(\frac{r}{r_c}\right)^2 \quad (11)$$

和
$$S_0^{\text{out}}(r) = S_{0c} \frac{\ln(R/r)}{\ln(R/r_c)}, \quad (12)$$

式中上标 in 和 out 分别是弧柱内和弧柱外的解. 根据输入的欧姆热功率 $P_0 = E_0 I_0 = \pi r_c^2 \sigma_0 E_0^2$ 和在边界 $r = R$ 热流之间的平衡, 得通道边界的热势为

$$S_0(0) = \frac{P_0}{2\pi} \left[\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{R}{r_c}\right) \right],$$

$$S_{0c} = S_0(r_c) = \frac{P_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R}{r_c}\right). \quad (13)$$

根据静电的 MHD 方程, 很容易求得平衡电流密度 $j_0^{\text{in}} = j_0 = \sigma_0 E_0$, $j_0^{\text{out}} = 0$, 平衡磁场 $B_{z0}^{\text{in}}(r) = \mu_0 j_0 r / 2$, $B_{z0}^{\text{out}}(r) = \mu_0 j_0 r_c^2 / 2r$, 以及平衡压强

$$p_0^{\text{in}}(r) = p_0(0) + \sigma_0 \mu_0 [S_0^{\text{in}}(r) - S_0(0)],$$

$$p_0^{\text{out}} = p_0^{\text{in}}(r_c). \quad (14)$$

3 线性扰动理论

为了线性化静电 MHD 方程 (1—6), 把所有的物理量写为

$$f(\mathbf{r}, t) = f_0(r) + f_1(\mathbf{r}, t), \quad (15)$$

式中 $f_0(r)$ 是函数的平衡部分, 而扰动部分

$$f_1(\mathbf{r}, t) = \tilde{f}(\mathbf{r}, t) \exp[i(\varphi - kz)]. \quad (16)$$

线性化的 MHD 方程为

$$\left(\frac{d\rho_m}{dt}\right)_1 + \rho_{m0} \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0, \quad (17)$$

$$\nabla p_1 = (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_1 + \left[\frac{4}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}_1) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{v}_1 \right], \quad (18)$$

$$\rho_{m0} \left(\frac{dh}{dt}\right)_1 - \frac{\partial p_1}{\partial t} = (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E})_1 + \nabla^2 S_1, \quad (19)$$

$$\mathbf{j}_1 = \sigma_0 \mathbf{E}_1, \quad (20)$$

$$\mu_0 \mathbf{j}_1 = \nabla \times \mathbf{B}_{s1}, \quad (21)$$

$$\mathbf{E}_1 = -\nabla \phi_1. \quad (22)$$

在慢模近似下^[15-18]忽略了 (18) 式的惯性项. 由于在通道边界 $r = r_c$ 的扰动, 使得边界表面变形为

$$r = r_c + \epsilon_c \exp[i(\varphi - kz)], \quad (23)$$

ϵ_c 是弧柱边界扰动的幅度. 这个变形边界面的法向矢量为

$$\hat{n} \approx \hat{r} - i\epsilon_c (\hat{\varphi}/r_c - k\hat{z}) \exp[i(\varphi - kz)]. \quad (24)$$

3.1 扰动电磁场

对于弧柱内静电势的扰动, 根据泊松方程 $\nabla^2 \phi_1 = 0$ 和 $j_1 = -\sigma_0 \nabla \phi_1$ 及在弧柱表面的边界条件 $\mathbf{j} \cdot \hat{n} = 0$ 很容易求得扰动电流

$$\tilde{\mathbf{j}} = M_0 j_0 \left[-i I_1'(x) \hat{r} + \frac{I_1(x)}{x} \hat{\varphi} - I_1'(x) \hat{z} \right], \quad (25)$$

$I_1(x)$ 是一阶虚宗量 Bessel 函数. $M_0 \equiv \epsilon_c k / I_1'$ 和 $I_1' \equiv I_1'(x_c)$. 根据方程 (21), 得弧柱内的扰动自磁场为

$$\tilde{\mathbf{B}} = M_0 B_{0k} \left\{ \left[\frac{I_1(x)}{x} - I_1 K_1 I_1'(x) \right] \hat{r} + \left[\frac{I_1 K_1 I_1'(x)}{x} - I_1'(x) \right] \hat{\varphi} - I_1 K_1 I_1'(x) \hat{z} \right\}, \quad (26)$$

$K_1(x)$ 是一阶虚宗量 Bessel 函数. $B_{0k} \equiv \mu_0 j_0 / k$ 和 $I_1' \equiv I_1'(x_c)$, $K_1 \equiv K_1(x_c)$.

3.2 能量扰动方程及其解

线性化的能量扰动方程 (19) 可写为

$$\rho_{m0} \left[\frac{\partial \tilde{h}}{\partial t} + \tilde{v}_r h_0' \right] - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} = 2j_0 \tilde{E}_z + k^2 \hat{D}_B(x) \tilde{S}, \quad (27)$$

式中虚宗量 Bessel 算符

$$\hat{D}_B \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial}{x \partial x} - \left(1 + \frac{1}{x^2}\right),$$

式中 $x = kr$. 显然, 根据 $\rho_m h \sim p$, 有关系 $\rho_{m0} \tilde{v}_r h_0' \sim \tilde{v}_r p_0' = \tilde{v}_r j_0 B_{0\varphi}$. 由静电近似 $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0 \ll \mathbf{E}_1$, 有

$\bar{v}, B_{0\varphi} \ll \bar{E}_z$. 从而 $\rho_{m0} \bar{v}, h'_0 \ll j_0 \bar{E}_z$ 与欧姆加热项比较可以忽略. 再根据 (14) 式 $p \sim \sigma_0 \mu_0 S$, 如果 γ 是模的增长率, $\tau_R \equiv \sigma_0 \mu_0 / k^2$ 是阻尼扩散时间, 由静电假设 $\tau_R \gamma \ll 1$ (由 $\partial \bar{A} / \partial t \ll \bar{E}$ 得到), 可作如下估计:

$$\rho_{m0} \partial \bar{h} / \partial t \sim \partial \bar{p} / \partial t \sim \sigma_0 \mu_0 \partial \bar{S} / \partial t \sim k^2 \tau_R \gamma \bar{S} \ll k^2 \hat{D}_B \bar{S}.$$

在先前的工作中^[16-18], 由于没有作量级估计而采用人为的假设, 使问题非常复杂. 忽略这些项, 方程 (27) 可简化为

$$k^2 \hat{D}_B(x) \bar{S}^{\text{in}} + 2j_0 \bar{E}_z = 0, \quad \hat{D}_B(x) \bar{S}^{\text{out}} = 0. \quad (28)$$

在物理量有限条件及以下边界条件:

$$\bar{S}(r_c) + \epsilon_c S'(r_c) = 0, \quad \bar{S}^{\text{out}}(R) = 0,$$

得方程 (28) 的解

$$\begin{aligned} \bar{S}^{\text{in}}(x) &= \frac{\epsilon_c}{\pi r_c} \left[-\frac{I_1(x)}{2I_1} + \frac{xI_1'(x)}{x_c I_1'} \right], \\ \bar{S}^{\text{out}}(x) &= \frac{\epsilon_c}{2\beta\pi r_c} \left[\frac{I_1(x)}{I_1} + \frac{K_1(x)}{K_1} (\beta - 1) \right], \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\bar{S}^* = \bar{S} / P_0$, $I_{1R} \equiv I_1(kR)$, $K_{1R} \equiv K_1(kR)$ 和 $\beta = 1 - I_{1R} K_1' / (I_1 K_{1R}')$.

3.3 动量扰动方程及其解

对于压强梯度和粘滞力, 采用文献 [16] 同样的方法引进辅助量

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{4}{3} \nu (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) - p_1, \quad \boldsymbol{\omega}_1 = \nabla \times \mathbf{v}_1, \\ \omega_1 &= v_{z1}, \end{aligned} \quad (30)$$

这样由 (18) 式的散度给出

$$\nabla^2 q_1 + \nabla \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\parallel = 0, \quad (31)$$

引进 $q_1^* = [k^2 \mathcal{K}(\mu_0 j_0^2 x_c)] q_1$ 无量纲变量, 得方程 (31) 的解

$$\begin{aligned} \bar{q}^{\text{in}} &= C_4 I_1(x) - \frac{\epsilon_c}{r_c I_1'} x I_1'(x), \\ \bar{q}^{\text{out}} &= C_5 I_1(x) + C_6 K_1(x). \end{aligned} \quad (32)$$

取 (18) 式旋度的 z -分量, 得

$$\nu \nabla^2 \omega_{1z} + [\nabla \times (\mathbf{j} \times \mathbf{B})]_\parallel = 0. \quad (33)$$

引进 $\omega_1^* = [\nu k^2 \mathcal{K}(\mu_0 j_0^2 x_c)] \boldsymbol{\omega}_1$ 无量纲变量, 得方程 (33) 的解

$$\bar{\omega}_z^{\text{in}} = C_7 I_1(x) - A_0 M_0 \frac{x I_1'(x)}{4x_c},$$

$$\bar{\omega}_z^{\text{out}} = C_8 I_1(x) + C_9 K_1(x), \quad (34)$$

式中 $A_0 = 1 + 2I_1 K_1 - \overline{FM} x_c$, $\overline{FM} \equiv B_{0\varphi} / B_{s0}(r_c)$. 取 (18) 式 z 分量和关系式 (14), 得

$$\nu \nabla^2 \omega_{1z} + \frac{1}{4} \frac{\partial q_1}{\partial z} + (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\parallel \omega_z - \frac{3}{4} \mu_0 \sigma_0 \zeta \frac{\partial S_1}{\partial z} = 0. \quad (35)$$

引进 $\omega_1^* = [\nu k^3 \mathcal{K}(\mu_0 j_0^2 x_c)] \omega_1$ 无量纲变量, 得方程 (35) 的解

$$\begin{aligned} \bar{\omega}^{\text{in}} &= C_{10} I_1(x) - \frac{1}{8x_c} \left[\left(2 + \frac{3}{2} \alpha_c \right) M_0 \right. \\ &\quad \left. + C_4 \right] x I_1'(x) + \frac{1}{8x_c} M_0 x^2 I_1(x), \\ \bar{\omega}^{\text{out}} &= C_{11} I_1(x) + C_{12} K_1(x) \\ &\quad - \frac{1}{8} x [C_5 I_1'(x) + C_6 K_1'(x)], \end{aligned} \quad (36)$$

常数 C_i ($i = 4, \dots, 12$) 由边界条件确定.

3.4 边界条件和常数 C_i

确定常数 C_i ($i = 4, \dots, 12$) 的 9 个边界条件是

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}^* \rangle &= -\frac{k\epsilon_c}{2}; \\ \langle \frac{\partial \bar{q}^*}{\partial x} \rangle + \frac{k}{\mu_0 j_0^2 x_c} (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\parallel \Big|_{x_c} &= 0; \\ \langle \bar{\omega}_z^* \rangle &= 0; \\ \langle \frac{\partial \bar{\omega}_z^*}{\partial x} \rangle - \langle \frac{\bar{q}^*}{x} \rangle + \frac{ik}{\mu_0 j_0^2 x_c} (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\parallel \Big|_{x_c} &= 0; \\ \langle \bar{\omega}^* \rangle &= 0; \quad \langle \frac{\partial \bar{\omega}^*}{\partial x} \rangle = 0; \end{aligned} \quad (37)$$

$$x_R \frac{d}{dx} (\bar{q}^{\text{out}} + \bar{\omega}^{\text{out}})_{x_R} = \bar{\omega}_z^{\text{out}}(x_R);$$

$$x_R \frac{d}{dx} (\bar{\omega}_z^{\text{out}})_{x_R} = \bar{q}^{\text{out}}(x_R); \quad \bar{\omega}^*(x_R) = 0,$$

式中 $\langle f \rangle \equiv f^{\text{in}}(x_c) - f^{\text{out}}(x_c)$. 根据上面的边界条件可得常数 C_i ($i = 4, \dots, 12$)

$$C_4 = M_0 [A_4 + A_1 K_1 / I_1 + I_1' / 2I_1],$$

$$C_5 = M_0 A_4, \quad C_6 = M_0 A_1,$$

$$\begin{aligned} C_7 &= M_0 \left[\frac{A_4 I_{1R} + A_1 K_{1R}}{I_{1R} x_R} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{K_1}{I_1} - \frac{K_{1R}'}{I_{1R}'} \right) A_2 + \frac{A_0 I_1'}{4I_1} \right], \end{aligned}$$

$$C_8 = M_0 \left[\frac{A_4 I_{1R} + A_1 K_{1R}}{I_{1R} x_R} - \frac{K_{1R}' A_2}{I_{1R}'} \right],$$

$$C_9 = M_0 A_2,$$

$$C_{10} = M_0 \left[\frac{x_R}{8I_{1R}} (A_4 I_{1R}' + A_1 K_{1R}') + \left(\frac{K_1'}{I_1} - \frac{K_{1R}'}{I_{1R}'} \right) A_3 \right]$$

$$+ \frac{1}{8x_c} \left(2 + \frac{2}{\alpha_c} + x_c^2 \right) \Big],$$

$$C_{11} = M_0 \left[\frac{x_R}{8I_{1R}} (A_4 I'_{1R} + A_1 K'_{1R}) - \frac{K_{1R} A_3}{I_{1R}} \right],$$

$$C_{12} = M_0 A_3,$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \left[\xi_{cl} + \left(\frac{A_0}{\alpha_c} - 2 \right) I_1 I'_1 \right],$$

$$A_2 = \frac{1}{4} \left[A_0 \xi_{cl} + \left(\frac{4}{\alpha_c} - 2A_0 \right) I_1 I'_1 \right],$$

$$A_3 = \frac{1}{16} \left[\mathfrak{X} (1 + x_c^2) - A_0 + \frac{4}{\alpha_c} - 2\alpha_c - 3\alpha_c^2 \right] I_1 I'_1,$$

$$A_4 = [A_2 + \alpha_R A_3 - \zeta_{RK} A_1] \zeta_{RI},$$

$$\alpha_c = x_c I'_1 / I_1,$$

$$\alpha_R = x_R I'_{1R} / I_{1R},$$

$$\xi_{cl} = \left(x_c + \frac{1}{x_c} \right) I_1^2 - x_c I_1'^2,$$

$$\xi_{RI} = \left(x_R + \frac{1}{x_R} \right) I_{1R}^2 - x_R I_{1R}'^2,$$

$$\xi_{RK} = \left(x_R + \frac{1}{x_R} \right) I_{1R} K_{1R} - x_R I'_{1R} K'_{1R},$$

$$\zeta_{RI} = x_R \left[x_R I_{1R}^2 - \xi_{RI} \left(1 + \frac{1}{8} \alpha_R \right) \right],$$

$$\zeta_{RK} = x_R \left[x_R I_{1R} K_{1R} - \xi_{RK} \left(1 + \frac{1}{8} \alpha_R \right) \right].$$

4 不稳定性分析

定义等离子体的旋转频率和不稳定性增长率分别为

$$\omega_0(r) = \frac{r_c}{\epsilon_c} \frac{d\tilde{v}_\varphi}{dr}, \quad \gamma = \frac{1}{\epsilon_c} \left(\frac{d\epsilon_c}{dt} \right), \quad (38)$$

根据一系列推导, 得

$$\begin{aligned} \tilde{v}_\varphi = & \frac{\mu_0 j_0^2 x_c^2}{i\nu k^3} \left[-\frac{\tilde{w}^*}{x} + \frac{ik}{\mu_0 j_0^2 x_c} (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_\lambda \varphi \right. \\ & \left. - \frac{\tilde{q}^*}{x} + \frac{d\tilde{\omega}_z^*}{dx} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

和

$$\tilde{\omega}_z^*(x_c) = \frac{\nu k^2}{\mu_0 j_0^2 x_c} \left[\frac{d\epsilon_c}{dt} + i\epsilon_c \omega_0(x_c) \right], \quad (40)$$

得

$$\begin{aligned} \gamma = & \frac{\mu_0 j_0^2 x_c^2}{i\nu k^3} \tilde{\omega}_z^*(x_c) - i\omega_0(x_c) \\ = & \frac{\overline{MK}}{\pi\tau M_0 I_1} \left[(C_5 + C_8 + C_{11}) \mathfrak{X} (I_1 - I'_1) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. + (C_6 + C_9 + C_{12}) \mathfrak{X} (K_1 - K'_1) \right. \\ & \left. - \frac{1}{8} (C_5 I'_1 + C_6 K'_1) \right], \end{aligned} \quad (41)$$

式中 $\overline{MK} \equiv \mu_0 \sigma_0 P_0 \tau / \nu$ 是所谓的马赫数.

数值求解 (41) 式给出如图 1 至图 3 所示的不稳定性增长率与扰动波长的关系.

图 1 是在无外磁场情况下, 弧柱螺旋不稳定性增长率与扰动波长和弧电流 (即输入功率) 之间的关系. 可见在无外加轴向磁场时弧柱在短波扰动下不稳定, 并且随着弧柱电流的增大而变得更加不稳定.

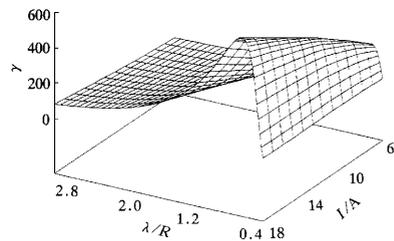


图 1 不同输入电流下, 不稳定性增长率与扰动波长的关系 $\overline{FM} = 0$

图 2 是在给定弧柱电流情况下, 不同外加正反向轴向磁场对不稳定性增长率的影响. 可见在短波扰动下, 加正轴向磁场电弧是稳定的, 而加反轴向磁场电弧不稳定. 在中长波扰动下, 情况与短波扰动正好相反.

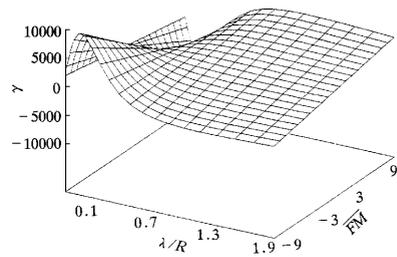


图 2 不同外加正反向轴向磁场下, 不稳定性增长率与扰动波长的关系 $I = 18 \text{ A}$

图 3 是在给定弧柱电流和无外加磁场情况下讨论外管壁半径与弧柱半径的比值对不稳定性增长率的影响. 可见比值小的即弧柱半径大的不稳定性增长率的最大值向长波方向移动. 这种情况下若加反向磁场, 稳定的短波区域也将变大.

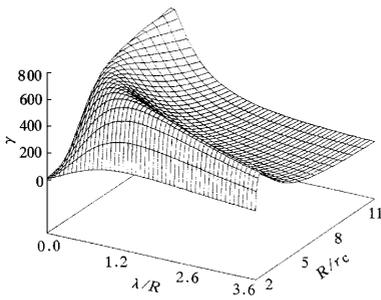


图3 外壁半径与弧柱半径比值对不稳定性增长率的影响 $I = 18 \text{ A}$

5 结 论

通过 MHD 方程中各项的数量级分析,简化了能量方程,从而解析地给出了方程的全部平衡和扰动解.本文也发展了一种新的分析不稳定性的方法,解析地给出了不稳定性增长率的关系式(41),并讨论了外磁场、输入功率以及弧柱与管壁的相对大小对电弧螺旋不稳定性的影响.所得结果基本上与先前的实验结果^[17,18]一致.其结论如下:

1. 正向轴向磁场能够使短波长的扰动稳定,反向轴向磁场能够使长波长的扰动稳定.
2. 最危险的不稳定性发生在波长等于外壁半径,此位置是稳定和不稳定转换的位置.
3. 弧柱的相对大小变化会改变不稳定性发生的危险波长.

- [1] see, for example, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **PS-14**(1986), 289; also see *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **21**(1997), 1174.
- [2] M. Steenbeck, *Z. Phys.*, **33**(1932), 809.
- [3] W. Elenbaas, *Physica*, **1**(1934), 674.
- [4] G. Heller, *Physica*, **6**(1935), 389.
- [5] M. Ye Zarudi, Sibirs, Jodel AN USSR, Seriya Tekhnich. Nauke, No.3 (Soviet Academy of Sciences, Moscow, 1976).
- [6] H. H. Maecker, *Z. Phys.*, **157**(1959), 1.
- [7] M. C. Yuen, *Phys. Fluids*, **9**(1966), 1140.
- [8] S. Steinberger, *Z. Phys.*, **223**(1969), 1.
- [9] J. Mentel, *Z. Naturforsch. Teil A*, **26**(1971), 526.
- [10] H. H. Maecker, *Proc. IEEE*, **59**(1971), A39.
- [11] P. J. Gaede, *Z. Phys.*, **255**(1972), A0.
- [12] K. A. Ernst, J. Kopainsky, J. Mentel, *Z. Phys.*, **265**(1973), 253.
- [13] K. Ragaller, *Z. Naturforsch. Teil A*, **28**(1973), 1321.
- [14] S. V. Dresvin, *Physics and Technology of Low-Temperature Plasmas* (Iowa State University Press, Des Moines, 1977).
- [15] K. Behringer, N. van Cung, *Appl. Phys.*, **22**(1980), 373.
- [16] H. G. Hülsmann, J. Mentel, *Phys. Fluids*, **30**(1987), 2266.
- [17] H. G. Hülsmann, J. Mentel, *Phys. Fluids*, **30**(1987), 2274.
- [18] P. M. Bellan, J. W. Higley, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **20**(1992), 1026.
- [19] M. Karasik, G. Lemunyan, L. Roquemore et al., *Bull. Amer. Phys. Soc.*, **41**(1996), 33.
- [20] 刘金远等, *物理学报*, **45**(1996), 608; [Liu Jin-yuan et al., *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 608 (in Chinese)].
- [21] X. Wang, J. Y. Liu, Y. Gong et al., *Phys. Plasmas*, **4**(1997), 2791.
- [22] J. J. Lowke, *J. Appl. Phys.*, **41**(1970), 2588.
- [23] H. G. Hülsmann, Ph. D. Thesis (Ruhr-University Bochum, 1982).

LINEAR THEORY OF MAGNETIC HELICAL INSTABILITIES OF PLASMA DISCHARGE COLUMNS*

LIU JIN-YUAN GONG YE WANG XIAO-GANG MA TENG-CAI Lü WEN-YAN

(*State Key Laboratory of Modification by Laser ,Electron and Ion Beams ,*

Dalian University of Technology ,Dalian 116023)

(Received 24 April 1999)

ABSTRACT

A new linear analysis for magnetic helical instabilities of arc discharges in a cylindrical plasma is developed based on a set of electrostatic magnetohydrodynamic equations. The resistive-viscous $m = 1$ "slow" modes with an external axial magnetic field are studied in the correct electrostatic ordering for the perturbed energy equation. All quantities and the growth rates of helical instabilities are obtained analytically. In addition, the effects of the external axial magnetic field, the arc currents and the rates between arc column radius and tube radius, ρ on the arc helical instabilities are discussed.

PACC : 5280 ; 5235 ; 5275

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 19577201 and 19875007) and the Youth Foundation of Dalian University of Technology of China.