第 49 卷 第 5 期 2000 年 5 月
1000-3290/2000/49(05)/0819-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 49, No. 5, May, 2000

双波量子理论中的守恒定律

黄春佳 厉江帆 贺慧勇

(长沙电力学院物理系,长沙 410077)

(1999 年 8 月 14 日收到;1999 年 9 月 7 日收到修改稿)

研究了双波量子理论中守恒定律的数学形式,讨论了三维各向同性谐振子的守恒量及其经典极限.结果表明,双波量子理论中的守恒定律适用于单个粒子,而通常量子力学中的守恒定律仅适用于统计系综.

PACC:0365;0320

1 引 言

1986 年,北京大学黄湘友教授首先采用一对波函数描述微观粒子的运动状态[1],随后又系统地提出了双波函数量子理论[1—4].近十几年来,这一理论已成功地应用于自由粒子,束缚体系,自旋系统,散射体系,电场和磁场中运动的带电粒子以及其他量子力学和量子光学系统的研究[1—12],证明双波函数所描述的是单个粒子,而通常量子力学中的一个波函数所描述的是统计系综.在量子力学中,守恒量是一个极其重要的概念,守恒定律有着极其广泛的应用.本文用双波量子理论研究了量子力学中的守恒定律,给出了双波量子理论中守恒定律的数学形式,讨论了三维各向同性谐振子的守恒量及其经典极限.结果表明,双波量子理论中的守恒定律适用于单个粒子,而通常量子力学中的守恒定律仅适用于统计系综.

2 双波量子理论中守恒定律的数学形式

设描述单粒子体系状态的双波函数为 $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 和 $\varphi(\boldsymbol{r},t)$,其中 $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 为通常量子力学描述下的状态波函数,$\varphi(\boldsymbol{r},t)$ 为 $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 的伴随函数.根据双波量子理论的基本假设[4],$\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 和 $\varphi(\boldsymbol{r},t)$ 均满足体系的 Schrödinger 方程,即有

$$\begin{aligned} \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) &= \hat{H}\Psi(\boldsymbol{r},t), \\ \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\varphi(\boldsymbol{r},t) &= \hat{H}\varphi(\boldsymbol{r},t). \end{aligned} \tag{1}$$

在双波函数 $\Psi(\boldsymbol{r},t)$ 和 $\varphi(\boldsymbol{r},t)$ 描述的状态下,体系的力学量 f 在任一时刻 t 的实测值由下式给出,

$$< f(t) > = \mathrm{Re}\int \mathrm{d}\tau\varphi^*(\boldsymbol{r},t)\hat{f}\Psi(\boldsymbol{r},t). \tag{2}$$

将(2)式对 t 求导,得

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} < f(t) > &= \mathrm{Re}\int \mathrm{d}\tau\left[\frac{\partial}{\partial t}\varphi^*(\boldsymbol{r},t)\right]\hat{f}\Psi(\boldsymbol{r},t) \\ &= \mathrm{Re}\int \mathrm{d}\tau\varphi^*(\boldsymbol{r},t)\hat{f}\left[\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t)\right] \\ &\quad + \mathrm{Re}\int \mathrm{d}\tau\varphi^*(\boldsymbol{r},t)\left[\frac{\partial\hat{f}}{\partial t}\right]\Psi(\boldsymbol{r},t). \end{aligned} \tag{3}$$

将(1)式代入(3)式,整理后,得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} < f(t) > = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} < [\hat{f},\hat{H}] > + < \frac{\partial\hat{f}}{\partial t} >, \tag{4}$$

若 $\hat{f}$ 不显含时间且与体系的哈密顿算符可对易

$$\frac{\partial\hat{f}}{\partial t} = 0, \quad [\hat{f},\hat{H}] = 0, \tag{5}$$

则有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} < f(t) > = 0, \tag{6}$$

即体系的力学量 f 的实测值不随时间变化.这就是双波量子理论中的守恒定律.由于双波函数描述单个粒子的运动状态,故双波量子理论中的守恒定律适用于单个粒子.

可以证明,通常量子力学中的守恒定律可以作为统计平均结果包含在双波量子理论中的守恒定律之中.以一维定态问题为例,设描述微观粒子运动状态的双波函数可表示为

$$\Psi_n(x,t) = \psi_n(x)\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}E_n(t-t_0)}, \tag{7}$$

$$\varphi(x,t) = \sum_{n'}\Psi_{n'}(x,t). \tag{8}$$

在(7),(8)式中,$\Psi_n(x,t)$为体系的定态波函数,t_0为双波量子理论引入的实参数,体系的力学量 f 在任一时刻 t 的实测值由下式给出,

$$< f(t) > = \mathrm{Re}\int \mathrm{d}x \varphi^*(x,t)\hat{f}\Psi_n(x,t). \tag{9}$$

定义体系的系综平均值

$$\bar{f} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\mathrm{d}t_0 < f(t) >, \tag{10}$$

将(7)—(9)式代入(10)式,容易得到

$$\bar{f} = \int \mathrm{d}x \Psi_n^*(x,t)\hat{f}\Psi_n(x,t), \tag{11}$$

(10),(11)式表明,通常量子力学中力学量的期望值实际上是量子体系的系综平均值.

将(10)式对 t 求导,并将(4)式代入,整理后得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\bar{f} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\overline{[\hat{f},\hat{H}]} + \overline{\frac{\partial \hat{f}}{\partial t}}. \tag{12}$$

当 $\hat{f}$ 不显含时间且与体系的哈密顿算符 $\hat{H}$ 可对易时,$\bar{f}$ 将不随时间变化,即

$$\frac{\mathrm{d}\bar{f}}{\mathrm{d}t} = 0 \qquad \left(\text{当}\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} = 0,\ \text{且}[\hat{f},\hat{H}] = 0\ \text{时}\right), \tag{13}$$

这正是通常量子力学中力学量的守恒定律[13].以上讨论不仅适用于一维定态体系,也可以直接推广到一般情形.

特别地,如果体系所处的状态 ψ 是力学量算符 $\hat{f}$ 的本征态,即

$$\hat{f}\psi_n = \lambda_n\psi_n. \tag{14}$$

根据(2)式和(11)式及波函数的归一化条件

$$\mathrm{Re}\int \mathrm{d}\tau\varphi^*\Psi_n = \int \mathrm{d}\tau\psi_n^*\psi_n = 1, \tag{15}$$

容易得到

$$< f > = \bar{f} = \lambda_n. \tag{16}$$

这一结果表明,如果体系所处的状态 ψ 是力学量算符 $\hat{f}$ 的本征态,那么对力学量 f 来说,单粒子的实测值和系综平均值一定相等,且都等于力学量算符 $\hat{f}$ 在态 ψ 中的本征值.

3 应用举例——三维各向同性谐振子的守恒量

根据对称性分析,三维各向同性谐振子有九个独立的守恒量[13]:体系的能量 E,角动量的三个分量 L_x, L_y, L_z,一个二阶张量的五个独立分量 Q_{xy}, Q_{yz}, Q_{zx}, Q_1, Q_0.

3.1 经典描述

为便于将双波函数描述的有关结果与经典描述进行比较,现将三维各向同性谐振子的经典力学概述如下.

在经典力学中,三维各向同性谐振子的哈密顿量为

$$H = \frac{1}{2}\mu\omega^2(x^2+y^2+z^2) + \frac{1}{2\mu}(p_x^2+p_y^2+p_z^2), \tag{17}$$

其中 μ 为谐振子的质量,ω 为谐振子振动的圆频率.

由体系的哈密顿运动方程

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p_x} = \frac{p_x}{\mu},\ \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial p_y} = \frac{p_y}{\mu},\ \dot{z} = \frac{\partial H}{\partial p_z} = \frac{p_z}{\mu}, \tag{18}$$

$$\dot{p}_x = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\mu\omega^2 x,\ \dot{p}_y = -\frac{\partial H}{\partial y} = -\mu\omega^2 y,$$
$$\dot{p}_z = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\mu\omega^2 z. \tag{19}$$

可解得

$$x = x_0\cos\omega(t-t_1),\ y = y_0\cos\omega(t-t_2),$$
$$z = z_0\cos\omega(t-t_3), \tag{20}$$
$$p_x = -\mu\omega x_0\sin\omega(t-t_1),$$
$$p_y = -\mu\omega y_0\sin\omega(t-t_2),$$
$$p_z = -\mu\omega z_0\sin\omega(t-t_3). \tag{21}$$

体系的守恒量则表示为

$$E = E_x + E_y + E_z = \frac{1}{2}\mu\omega^2(x_0^2+y_0^2+z_0^2), \tag{22}$$
$$\left(E_x = \frac{1}{2}\mu\omega^2 x_0^2,\ E_y = \frac{1}{2}\mu\omega^2 y_0^2,\ E_z = \frac{1}{2}\mu\omega^2 z_0^2\right).$$

$$L_x = yp_z - zp_y = y_0 z_0\mu\omega\sin\omega(t_3-t_2), \tag{23}$$
$$L_y = zp_x - xp_z = z_0 x_0\mu\omega\sin\omega(t_1-t_3), \tag{24}$$
$$L_z = xp_y - yp_x = x_0 y_0\mu\omega\sin\omega(t_2-t_1), \tag{25}$$

$$Q_{xy} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 xy + \frac{1}{2\mu}p_x p_y$$
$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 x_0 y_0\cos\omega(t_1-t_2), \tag{26}$$

$$Q_{yz} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 yz + \frac{1}{2\mu}p_y p_z$$
$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 y_0 z_0\cos\omega(t_2-t_3), \tag{27}$$

$$Q_{zx} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 zx + \frac{1}{2\mu}p_z p_x$$

$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 z_0 x_0 \cos\omega(t_3 - t_1), \qquad (28)$$

$$Q_1 = \frac{1}{2}\mu\omega^2(x^2 - y^2) + \frac{1}{2\mu}(p_x^2 - p_y^2)$$
$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2(x_0^2 - y_0^2), \qquad (29)$$

$$Q_0 = \frac{1}{2}\mu\omega^2(x^2 + y^2 - 2z^2) + \frac{1}{2\mu}(p_x^2 + p_y^2 - 2p_z^2)$$
$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2(x_0^2 + y_0^2 - 2z_0^2). \qquad (30)$$

在(20)—(30)式中,x_0, y_0, z_0 及 $\omega t_1, \omega t_2, \omega t_3$ 分别为谐振子沿 x, y, z 轴振动的振幅和初位相.

3.2 单波描述[13]

在量子力学中,三维各向同性谐振子的哈密顿算符为

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + \frac{1}{2}\mu\omega^2(x^2 + y^2 + z^2). \qquad (31)$$

求解体系的定态 Schrödinger 方程

$$\hat{H}\psi = E\psi, \qquad (32)$$

可得

$$E_{n_1 n_2 n_3} = E_{n_1} + E_{n_2} + E_{n_3}, \qquad (33)$$

其中

$$E_{n_1} = \left(n_1 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega,\ E_{n_2} = \left(n_2 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega,$$
$$E_{n_3} = \left(n_3 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

以及

$$\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z) = \psi_{n_1}(x)\psi_{n_2}(y)\psi_{n_3}(z), \qquad (34)$$

其中

$$\psi_{n_1}(x) = N_{n_1} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2} H_{n_1}(\alpha x),$$
$$\psi_{n_2}(y) = N_{n_2} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 y^2} H_{n_2}(\alpha y),$$
$$\psi_{n_3}(z) = N_{n_3} e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 z^2} H_{n_3}(\alpha z).$$

在(33),(34)式中,$n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, 3, \cdots$; $H_{n_1}(\alpha x), H_{n_2}(\alpha y), H_{n_3}(\alpha z)$ 为厄米多项式,N_{n_1}, N_{n_2}, N_{n_3} 为归一化因子:

$$N_{n_i} = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}2^{n_i}n_i!}},\ \alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}} \qquad (i = 1, 2, 3). \qquad (35)$$

在(34)式描述的状态中,体系力学量 f 的期望值为

$$\bar{f} = \int_{-\infty}^{\infty}dx\int_{-\infty}^{\infty}dy\int_{-\infty}^{\infty}dz\,\psi^*_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z) \cdot \hat{f}\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z). \qquad (36)$$

利用(36)式,可求得三维各向同性谐振子各守恒量的平均值为

$$\bar{E} = \hbar\omega\left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2}\right), \qquad (37)$$

$$\bar{L}_x = \bar{L}_y = \bar{L}_z = 0, \qquad (38)$$

$$\bar{Q}_{xy} = \bar{Q}_{yz} = \bar{Q}_{zx} = 0, \qquad (39)$$

$$\bar{Q}_1 = \hbar\omega(n_1 - n_2), \qquad (40)$$

$$\bar{Q}_0 = \hbar\omega(n_1 + n_2 - 2n_3). \qquad (41)$$

3.3 双波描述

根据双波量子理论,微观粒子的状态应由一对波函数描述.三维各向同性谐振子的双波函数可由(34)式给出的 $\psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z)$ 来构造,即

$$\Psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z, t) = \psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z) \cdot e^{-i\omega\left[\left(n_1+\frac{1}{2}\right)(t-t_1)+\left(n_2+\frac{1}{2}\right)(t-t_2)+\left(n_3+\frac{1}{2}\right)(t-t_3)\right]}, \qquad (42)$$

$$\varphi(z, y, z, t) = \sum_{n_1' n_2' n_3'} \Psi_{n_1' n_2' n_3'}(x, y, z, t). \qquad (43)$$

其中 t_1, t_2 和 t_3 为双波量子理论中引入的实参数.在由(42),(43)式描述的状态中,体系任一力学量 f 在时刻 t 的实测值由下式给出:

$$\langle f(t) \rangle = \mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}dx\int_{-\infty}^{\infty}dy\int_{-\infty}^{\infty}dz \cdot \varphi^*(x, y, z, t)\hat{f}\Psi_{n_1 n_2 n_3}(x, y, z, t). \qquad (44)$$

利用(42)—(44)式,可求得在双波描述下三维各向同性谐振子各守恒量的实测值如下:

$$\langle E \rangle = \hbar\omega\left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2}\right), \qquad (45)$$

$$\langle L_x \rangle = \hbar\left[\sqrt{(n_2 + 1)n_3} + \sqrt{n_2(n_3 + 1)}\right] \cdot \sin\omega(t_3 - t_2), \qquad (46)$$

$$\langle L_y \rangle = \hbar\left[\sqrt{(n_3 + 1)n_1} + \sqrt{n_3(n_1 + 1)}\right] \cdot \sin\omega(t_1 - t_3), \qquad (47)$$

$$\langle L_z \rangle = \hbar\left[\sqrt{(n_1 + 1)n_2} + \sqrt{n_1(n_2 + 1)}\right] \cdot \sin\omega(t_2 - t_1), \qquad (48)$$

$$\langle Q_{xy} \rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega\left[\sqrt{n_1(n_2 + 1)} + \sqrt{(n_1 + 1)n_2}\right] \cdot \cos\omega(t_1 - t_2), \qquad (49)$$

$$\langle Q_{yz} \rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega\left[\sqrt{n_2(n_3 + 1)} + \sqrt{(n_2 + 1)n_3}\right]$$

$$\cdot\cos\omega(t_2-t_3), \tag{50}$$

$$<Q_{zx}>=\frac{1}{2}\hbar\omega\left[\sqrt{n_3(n_1+1)}+\sqrt{(n_3+1)n_1}\right]$$

$$\cdot\cos\omega(t_3-t_1), \tag{51}$$

$$<Q_1>=\hbar\omega(n_1-n_2), \tag{52}$$

$$<Q_0>=\hbar\omega(n_1+n_2-2n_3). \tag{53}$$

由(45)—(53)式可以看出,三维各向同性谐振子上述各力学量的单粒子实测值均与时间 t 无关,即为单粒子守恒量.推广到一般情形,如果力学量 f 是体系的守恒量,那么 f 不仅对相应微观粒子的均匀系综是守恒的,而且对单个粒子也是守恒的.

4 讨论和结论

4.1 三维各向同性谐振子各守恒量双波描述的经典极限

令 $n_1,n_2,n_3\to\infty,\hbar\to0$,同时保持(33)式所表示的体系的能量为有限值.忽略谐振子的零点能,并记

$$\tilde{x}_0=\sqrt{\frac{2n_1\hbar}{\mu\omega}},\ \tilde{y}_0=\sqrt{\frac{2n_2\hbar}{\mu\omega}},\ \tilde{z}_0=\sqrt{\frac{2n_3\hbar}{\mu\omega}}, \tag{54}$$

则由(45)—(53)式可得

$$<E>=\frac{1}{2}\mu\omega^2(\tilde{x}_0^2+\tilde{y}_0^2+\tilde{z}_0^2), \tag{55}$$

$$<L_x>=\tilde{y}_0\tilde{z}_0\mu\omega\sin\omega(t_3-t_2), \tag{56}$$

$$<L_y>=\tilde{z}_0\tilde{x}_0\mu\omega\sin\omega(t_1-t_3), \tag{57}$$

$$<L_z>=\tilde{x}_0\tilde{y}_0\mu\omega\sin\omega(t_2-t_1), \tag{58}$$

$$<Q_{xy}>=\frac{1}{2}\mu\omega^2\tilde{x}_0\tilde{y}_0\cos\omega(t_1-t_2), \tag{59}$$

$$<Q_{yz}>=\frac{1}{2}\mu\omega^2\tilde{y}_0\tilde{z}_0\cos\omega(t_2-t_3), \tag{60}$$

$$<Q_{zx}>=\frac{1}{2}\mu\omega^2\tilde{z}_0\tilde{x}_0\cos\omega(t_3-t_1), \tag{61}$$

$$<Q_1>=\hbar\omega(n_1-n_2), \tag{62}$$

$$<Q_0>=\hbar\omega(n_1+n_2-2n_3). \tag{63}$$

将(55)—(63)式与(22)—(30)式比较,很快发现,在经典极限条件下,三维各向同性谐振子各守恒量的双波描述结果与经典描述结果趋于一致.这种一致性再次表明,双波描述和经典描述一样,都是对单个谐振子运动规律的描述.

4.2 单波描述与双波描述的比较

令 $\theta_1=\omega t_1,\theta_2=\omega t_2,\theta_3=\omega t_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 分别为三维谐振子沿 x,y,z 轴振动的初位相.定义力学量 f 的系综平均值

$$\bar{f}=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta_1\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta_2\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta_3<f(t)>. \tag{64}$$

将(41)式代入(61)式,得到

$$\bar{f}=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}x\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}y\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}z\psi_{n_1n_2n_3}^{*}$$

$$\cdot(x,y,z)\hat{f}\psi_{n_1n_2n_3}(x,y,z). \tag{65}$$

显然,(65)式与(36)式完全一致.这一结果不是偶然的巧合,而是双波量子理论基本假设的必然结果.根据双波量子理论,(42),(43)式所表示的双波函数描述单个谐振子,而单一波函数 $\psi_{n_1n_2n_3}(x,y,z)$所描述的是谐振子的均匀系综,单波描述中力学量的期望值 $\bar{f}$ 就是系综的统计平均值.根据这一关系,可以更确切地理解三维各向同性谐振子各守恒量的单波描述结果与双波描述结果之间的异同.比较(34)—(38)式和(42)—(50)式,不难看出,由于波函数 $\psi_{n_1n_2n_3}(x,y,z)$是力学量算符 $\hat{H},\hat{Q}_1,\hat{Q}_0$ 的共同本征函数,单粒子力学量的实测值 $\langle E\rangle$,$\langle Q_1\rangle$,$\langle Q_0\rangle$ 均与谐振子的初位相 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 无关,故力学量的系综平均值与单粒子力学量的实测值对应相等,且分别等于相应的力学量算符的本征值.但 $\psi_{n_1n_2n_3}(x,y,z)$不是算符 $\hat{L}_x,\hat{L}_y,\hat{L}_z,\hat{Q}_{xy}$,$\hat{Q}_{yz},\hat{Q}_{zx}$ 的本征函数,单粒子力学量的实测值 $\langle L_x\rangle$,$\langle L_y\rangle$,$\langle L_z\rangle$,$\langle Q_{xy}\rangle$,$\langle Q_{yz}\rangle$,$\langle Q_{zx}\rangle$ 均与谐振子的初位相 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 有关,将初位相均匀分布的统计系综对初位相求平均,自然只能得到为零的结果.这使我们注意到,初位相对于描述单粒子的运动来说是非常重要的,双波量子理论其所以能够给出单个微观粒子的决定性描述,就在于它通过引入实参数的方式恰当地把这个初位相纳入到了双波函数之中.

4.3 结论

综上所述,在双波量子理论中,单个粒子的状态用一对波函数描述,而通常量子力学中的单一波函数所描述的是统计系综.如果力学量 f 是体系的一个守恒量,那么 f 不仅对微观粒子的均匀系综是守恒的,而且对单个微观粒子也是守恒的.本文所推得的双波量子理论中的守恒定律适用于单个微观粒子,而通常量子力学中的守恒定律可以作为统计平

均结果包含在双波量子理论中的守恒定律之中. 量子力学中微观体系的守恒量在单波和双波这两种描述中所得的结果一般不相同,除非体系所处的状态是该守恒力学量算符的本征态.

[1] X. Y. Huang, *Phys. Lett.*, **A115**(1986), 310.

[2] X. Y. Huang, *Phys. Lett.*, **A121**(1987), 54.

[3] X. Y. Huang, *Chinese Phys. Lett.*, **4**(1987), 153.

[4] Xiang-you Huang, New Ponderation on Quantum Mechanics (Sichuan Science and Technology Press, Chengdu, 1989)(in Chinese)[黄湘友,量子力学新探(四川科技出版社,成都,1989)].

[5] Quan-hui Liu, Fa-bo Wang, *Acta Physica Sinica*, **40**(1991), 1562(in Chinese)[刘全慧、王发伯,物理学报,**40**(1991), 1562].

[6] Quan-hui Liu, *Acta Physica Sinica*, **42**(1993), 522(in Chinese)[刘全慧,物理学报,**42**(1993), 522].

[7] Xiang-you Huang, Quan-hui Liu, Xu Tian, Zhong-ping Qiu, *Acta Physica Sinica*, **42**(1993), 180(in Chinese)[黄湘友、刘全慧、田旭、裘忠平,物理学报,**42**(1993), 180].

[8] Kun-zhi Lin, *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 360(in Chinese)[林琨智,物理学报,**45**(1996), 360].

[9] Xiang-you Huang, *Acta Physica Sinica*, **45**(1996), 729(in Chinese)[黄湘友,物理学报,**45**(1996), 729].

[10] Quan-hui Liu, *Acta Physica Sinica* (overseas edition), **5**(1996), 241.

[11] Chang-yuan Chen, You-wen Liu, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 536(in Chinese)[陈昌远、刘友文,物理学报,**47**(1998), 536].

[12] Xiang-you Huang, Ji-ye Wang, Xue-min Ye, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 566(in Chinese)[黄湘友、王继业、叶学敏,物理学报,**48**(1999), 566].

[13] Jin-yan Zeng, Quantum Mechanics (Science Press, Beijing, 1997)(in Chinese)[曾谨言,量子力学(科学出版社,北京,1997)].

THE CONSERVATION LAW IN THE DOUBLE-WAVE QUANTUM THEORY

HUANG CHUN-JIA LI JIANG-FAN HE HUI-YONG
(*Department of Physics, Changsha University of Electric Power, Changsha 410077, China*)
(Received 14 August 1999; revised manuscript received 7 September 1999)

ABSTRACT

The mathematical formulas of the conservation law in the double-wave quantnm theory are studied. As an example, the constants of motion and their classical limits of a 3-dimensional isotropic harmonic oscillator are discussed. The results indicate that the conservation law of the double-wave quantnm theory is applicable to single particle systems, and the conservation law of the usual quantnm theory is applicable only to statistical ensembles.

PACC: 0365; 0320