

自旋对磁量子反点能谱和磁电导的影响*

王 斌 郭 永 胡 辉 顾秉林

(清华大学物理系 北京 100084)

(1999 年 7 月 12 日收到;1999 年 12 月 13 日收到修改稿)

利用分区求解单粒子薛定谔方程的方法,研究了电子自旋对磁量子反点中电子能级和磁电导的影响.结果表明,电子自旋与非均匀磁场的相互作用使电子能级发生劈裂,其特征与均匀磁场中电子自旋引起的劈裂显著不同,磁量子反点中能级的劈裂与角动量子数密切相关.电子共振隧穿到磁边缘态,导致了磁电导随磁场的非周期性振荡.考虑电子自旋与不考虑电子自旋相比,磁电导谱中谷的数目增多且深度减小.

PACC: 7340

1 引 言

90 年代以来,实验上通过在高迁移率的半导体异质结表面上沉积铁磁材料或超导材料实现了纳米尺度的非均匀磁场,由此激发了人们对电子和具有纳米尺度的非均匀磁场相互作用的浓厚兴趣.二维电子气的磁调制已成为当前凝聚态物理实验与理论研究的热点课题之一. Peeters 和 Matulis 研究了沿一个方向非均匀磁场的不同构型,提出了磁台阶(magnetic step)、磁垒(magnetic barrier)、磁阱(magnetic well)等磁量子结构的概念^[1]. Matulis 等人对电子隧穿相对复杂的磁结构中的输运现象进行了研究,发现了十分有趣的依赖于电子纵向波矢的隧穿输运特性^[2]. 随后 You 等人用平面波近似的方法研究了几种特殊磁结构中的电子隧穿输运特性^[3,4]. Ibrahim 等人^[5]及 Krakovsky^[6]对具有任意强度以及沿一个方向周期磁调制的二维电子气的能谱结构作了较为系统的研究. Guo 等人系统研究了由相同构筑单元和不同构筑单元周期排列而成的磁超晶格结构中的波矢过滤效应、量子尺寸效应、电场效应以及周期磁超晶格结构中的共振劈裂效应,并将准周期的概念引入磁超晶格,进而揭示了电子渡越准周期磁超晶格结构的隧穿输运特征^[7-10]. Peeters 等人提出了“磁量子反点”,并对其中电子的填充、磁矩及系统的光学性质进行了研究^[11,12]. Sim 等人对磁量子反点中的磁边缘态进行了研究,揭示了“磁通

量子数丢失(missing magnetic flux quanta)对电子能级的影响及磁边缘态与电子经典运动轨道的对应关系,并研究了磁电导的非周期性振荡^[13]. 总之,磁量子结构中的物性研究是激动人心的.

受上述新近工作的启发,本文着重研究磁量子反点系统中的电子自旋效应,揭示自旋对系统中电子能谱和磁电导的影响,同时也将考虑十分显著的量子尺寸效应.

2 理论方法

我们所考虑的磁量子反点是一个低维磁量子结构,该结构中二维电子气平面上存在一个无磁场的圆盘区域,而圆盘之外的区域则存在垂直于二维电子气平面的均匀磁场.以二维电子气平面为 $x-y$ 平面,磁场方向为 z 方向,用来约束电子的非均匀磁场可以表示为 $\mathbf{B} = (r < r_0), \mathbf{B} = B\hat{z} (r > r_0)$, 相应的磁矢量势 \mathbf{A} 在平面极坐标系中可以表示为 $\mathbf{A} = 0 (r < r_0), \mathbf{A} = \frac{(r^2 - r_0^2)B}{2r}\hat{\theta} (r > r_0)$, 其中 r_0 是无磁场区圆盘的半径. 考虑电子自旋的非相对论性单粒子薛定谔方程可以写成^[14,15]

$$\left[\frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m^*} + \frac{eg^* \delta}{2m^*} \cdot \frac{\hbar}{2} B \right] \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

其中 \mathbf{p} 为电子动量, m^* 为电子的有效质量, e 是质子电荷, g^* 为有效朗德因子, $\delta = \pm 1$ 是泡利矩阵的

* 国家高技术研究发展计划(批准号:715-010-0011)和清华大学科研基金(批准号:98jc082)资助的课题.

本征值. 对于 GaAs 材料, $m^* = 0.067 m_e$ (m_e 是自由电子质量) $g^* = 0.44$ ^[14]. 考虑到系统的对称性, 波函数可写为

$$\Psi_{nm\delta}(r, \theta) = R_{nm}(r) e^{im\theta} \chi_\delta, \quad (2)$$

其中 m 为角动量量子数, n 为径向节点数 (m, n 均取整数), 而 χ_δ 是泡利矩阵的本征矢量, δ 为相应的本征值 ($\delta = \pm 1, \chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$).

为方便起见, 我们采用 $a_0 = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r\hbar^2/(m^*e^2)$ 作为长度单位, $B_0 = \hbar/(ea_0^2)$ 作为磁场单位, 磁通单位取为 $\phi_0 = 2\pi\hbar/e$, 能量单位取为 $E_0 = \hbar^2/(m^*a_0^2)$. 用分离变量法容易得到径向波函数满足的方程.

当 $r < r_0$ 时,

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{m^2}{r^2} + 2E \right) R_{nm}^{(1)}(r) = 0. \quad (3)$$

由(3)式可得波函数的径向部分为

$$R_{nm}^{(1)}(r) = C_1 J_{|m|}(\sqrt{2E}r), \quad (4)$$

其中 $J_{|m|}$ 为 Bessel 函数.

当 $r > r_0$ 时

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-s)^2}{r^2} - \frac{1}{4} B^2 r^2 + [2E - (m-s + \alpha\delta)B] \right] R_{nm}^{(2)}(r) = 0, \quad (5)$$

其中 $s = \frac{1}{2} B r_0^2$ 称为“磁通量子数丢失”, $\alpha = \frac{g^*}{2}$. 当电子自旋向上时, $\delta = 1$, 由(5)式可得

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-s)^2}{r^2} - \frac{1}{4} B^2 r^2 + [2E - (m-s + \alpha)B] \right] R_{nm}^{(2)}(r) = 0, \quad (6)$$

$$R_{nm}^{(2)}(r) = C_2 r^{|m-s|} e^{-\frac{Br^2}{4}} F\left(a', b; \frac{B}{2} R^2\right), \quad (7)$$

其中

$$a' = -\frac{2E - [(m-s) + |m-s| + \alpha + 1]B}{2B}. \quad (8)$$

当电子自旋向下时 $\delta = -1$, 由(5)式可得

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{(m-s)^2}{r^2} - \frac{1}{4} B^2 r^2 + [2E - (m-s - \alpha)B] \right] R_{nm}^{(2)}(r) = 0. \quad (9)$$

同理, 可得径向波函数为

$$R_{nm}^{(2)}(r) = C_2 r^{|m-s|} e^{-\frac{Br^2}{4}} F\left(a'', b; \frac{B}{2} r^2\right), \quad (10)$$

其中

$$a'' = -\frac{2E - [(m-s) + |m-s| - \alpha + 1]B}{2B}, \quad (11)$$

(7)(10)式中 $F(a, b; Br^2/2)$ 为合流超几何函数, 参量 $b = |m-s| + 1$. 由波函数及其一阶导数在磁量子反点边界处连续的条件, 可以求得电子的本征能级.

在文献[13]中给出了不考虑自旋时由磁量子反点组成的二端量子结构的磁电导, 考虑电子自旋后的磁电导由下式给出:

$$G(B) = \frac{e^2}{h} \left[2 - \sum_{n, m, \delta} \frac{\Delta_{nm\delta}^2}{[E_F - E_{nm\delta}(B)]^2 + \Delta_{nm\delta}^2} \right], \quad (12)$$

其中 E_F 为电子费米能, $E_{nm\delta}$ 为考虑自旋时的电子能级, $\Delta_{nm\delta}$ 为电子能级洛仑兹展宽的宽度. 该式由两部分组成, 即霍尔电导和与磁边缘态相联系的电导. 我们考虑的磁场范围位于 $\nu = 2$ 的量子霍尔平台区内, ν 为朗道能级填充数. 在计算中为方便起见, 取 $\Delta_{nm\delta} = 0.001$ ^[13, 14].

3 结果与讨论

本文分别计算了不考虑自旋与考虑自旋两种情况下的电子能级和磁电导, 并对不同强度磁场以及不同尺寸的磁量子反点中得到的结果进行了比较, 以期进一步定量地揭示电子自旋对系统物理性质的影响.

图1给出了不考虑自旋(a)、自旋向上(b)和自旋向下(c)的电子能级随角动量量子数 m 的变化. 可以看到不考虑自旋时, 电子能级在 $m = 0$ 处最小, 当 $m < 0$ 时, 能级随 m 的减小逐渐增大, 而当 $m > 0$ 时, 能级则随 m 的增大迅速增大. 均匀磁场中的电子能级可以用朗道能级描述: $E_{nm} = (2n + m + |m| + 1)B/2$; 在我们研究的磁量子反点系统中, 电子能级相对均匀磁场中的朗道能级 E_{nm} 降低, 而且当 $m < 0$ 时, 随着 m 的减小, 电子的本征能级逐渐接近于 E_{nm} . 考虑电子自旋后电子能级发生劈裂, 自旋向上的电子能级增大, 自旋向下的电子能级减小,

这与均匀磁场下考虑自旋的情况是类似的.但与均匀磁场中显著不同的性质是,在我们考虑的磁量子反点系统中能级劈裂的程度与角动量子数密切相关,角动量子数绝对值越大,能级劈裂的程度就越大,而且 $m < 0$ 时的能级劈裂比 $m > 0$ 时更为显著.

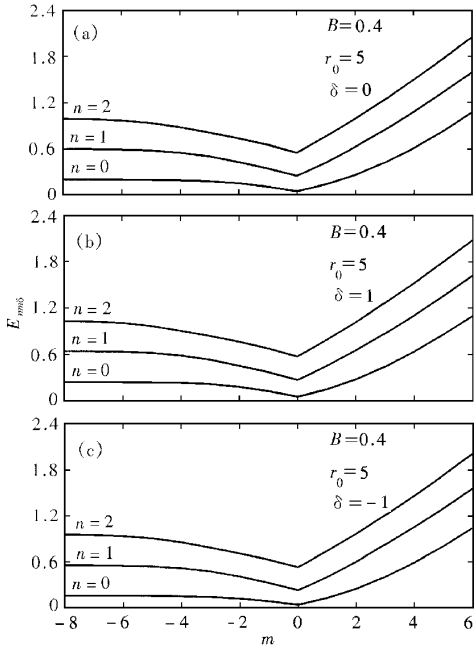


图1 磁量子反点中电子能级随角动量子数的变化 $r_0 = 5, B = 0.4, s = 5$ (a) $\delta = 0$ (b) $\delta = +1$ (c) $\delta = -1$

图2给出了自旋向上与自旋向下的电子在不同磁感应强度下能级随角动量子数的变化.显然曲线的形状与图1中的曲线相似,即能量在 $m = 0$ 处最小,当 $m < 0$ 时,能级随 m 的减小而增大,当 $m > 0$ 时,能级随 m 的增大而增大.但是在不同强度的磁场下,能谱曲线的特征有显著的不同.从图中可以看出,磁感应强度越大,能级曲线随 m 的变化就越大.另外,较小的磁感应强度下, $m > 0$ 的量子态的本征能量随角动量子数的变化更接近于线性.由于非均匀磁场与电子自旋的相互作用,磁感应强度的变化对电子能级的劈裂也有显著影响,能级劈裂的程度随磁感应强度的增大而增大.

图3给出了自旋向上与自旋向下的电子在不同尺寸磁量子反点中能级随角动量子数的变化.我们可以明显看出在不同尺寸的磁量子反点中,能谱曲线的特征有显著的不同.磁量子反点的半径越大, $m < 0$ 时的能级曲线随角动量子数的变化越大;而 $m > 0$ 时,能级曲线随角动量子数的变化当半径较小时更接近于线性.此外,电子自旋造成的能级

劈裂的程度随着磁量子反点半径的减小明显增大.由图2和图3不难看出,当磁量子反点半径增大时能级曲线形状与磁感应强度增大时能级曲线形状的变化趋势是一致的.

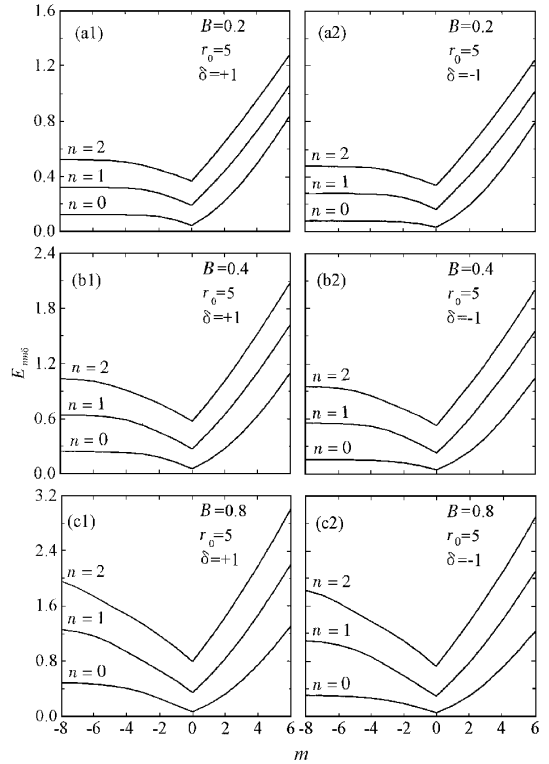


图2 磁量子反点中的电子在不同磁场下能级随角动量子数的变化 $r_0 = 5$

(a1) $\delta = +1, B = 0.2$ (b1) $\delta = +1, B = 0.4$ (c1) $\delta = +1, B = 0.8$ (a2) $\delta = -1, B = 0.2$ (b2) $\delta = -1, B = 0.4$ (c2) $\delta = -1, B = 0.8$

通过分析有效势和非均匀磁场的“磁通量子数丢失”,我们可以解释磁量子反点中电子自旋、磁场的强弱及磁量子反点的尺寸对电子能级带来的影响.该系统的有效势可写为

$$V_{\text{eff}}(r) = \begin{cases} \frac{m}{2r^2} & (r < r_0), \\ \left\{ \frac{(m-s)^2}{2r^2} + \frac{1}{8}r^2B^2 + (m-s+\alpha\delta)\frac{B}{2} \right\} & (r \geq r_0). \end{cases} \quad (13)$$

由上式可以得到,当 $|m-s| < s$ 时,有效势的极小值出现在 $r = r_0$ 处,当 $|m-s| > s$ 时,有效势的极小值出现在 $r = (2|m-s|/B)^{1/2}$ 处,位于磁量子反点半径 r_0 之外.对于我们考虑的量子态,当 $m < 0$ 时,有

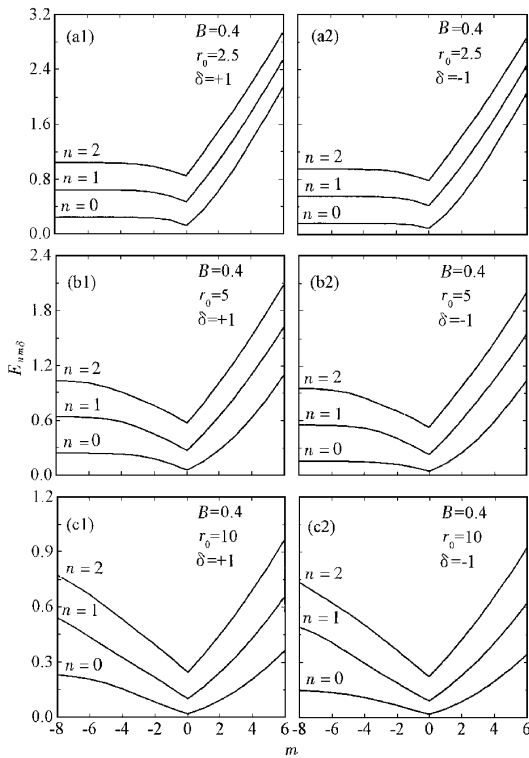


图3 电子在不同尺寸的磁量子反点中能级随角动量子数的变化 $B=0.4$

(a1) $\delta = +1, r_0 = 2.5$ (b1) $\delta = +1, r_0 = 5.0$ (c1) $\delta = +1, r_0 = 10$ (a2) $\delta = -1, r_0 = 2.5$ (b2) $\delta = -1, r_0 = 5.0$ (c2) $\delta = -1, r_0 = 10$

效势的极小值出现在 $r = (2|m - s|/B)^{1/2}$, 随着 m 的减小, r 逐渐增大, 即离开无磁场区越来越远, 因此其能级就逐渐接近于均匀磁场下的朗道能级; 当 $m > 0$ 且 $|m - s| < s$ 时, 有效势的极小值位于无磁场区内, 因而受无磁场区的影响较大, 相应量子态的能级相对均匀磁场下的朗道能级显著下降. 在无磁场的区域, 自旋对能级是没有影响的. 由此可知, 受无磁场区影响较大的量子态, 考虑电子自旋后, 自旋带来的能级分裂较小, 图 1 中的结果就不难理解了. 从图 2 与图 3 来看, 磁场强度与磁量子点尺寸对能谱的影响有相似之处, 这是因为它们对能级形状的影响统一地体现在前面提到的“磁通量子数丢失” s ($= \frac{1}{2} Br_0^2$) 中. s 越大, 无磁场区带来的影响越大, 能级相对于朗道能级的差别就越大, 于是出现了前文所述的变化. 磁量子反点结构中电子能级相对于均匀磁场下朗道能级的降低, 可理解为由于均匀磁场中某区域磁场的消失, 电子与该区域磁场相互作用的能量随之消失. 如果对不同的自旋方向进一步

分析可知, 自旋向上的电子在该区域的能量比自旋向下电子的能量大, 那么由于该区域磁场消失, 自旋向上的电子与自旋向下的电子相比失去的能量更多, 于是自旋向上的电子与自旋向下的电子相比, 能级分裂更小一些. 这是与我们计算得到的结果相一致的, 如图 1 中的 $(0, -2)$ 量子态, 电子处在自旋向上与自旋向下状态时的能量分别为 0.18141 和 0.12206, 与不考虑自旋时的本征能量 0.15279 相比发生的分裂分别为 0.02862 和 0.03073, 其他的量子态也有类似的结果. 只是由于这种差别较小, 在图中无法明显看出.

图 4 给出的是考虑电子自旋与不考虑电子自旋两种情况下的磁电导随磁场的变化曲线. 可以看出, 磁电导谱是由一系列尖锐的深谷组成的. 磁量子反点结构中量子尺寸效应非常显著, 在改变磁量子反点半径后图 4 (b) 与 (a) 比较, 组成磁电导谱的深谷的位置及谷之间相对的位置都发生了显著的变化. 此外, 该结构中自旋效应也非常显著, 考虑电子自旋后图 4 (c) 与 (b) 比较, 磁电导谱中谷的数目明显增多, 而谷的深度显著减小. 磁量子反点中磁电导的非周期振荡, 是

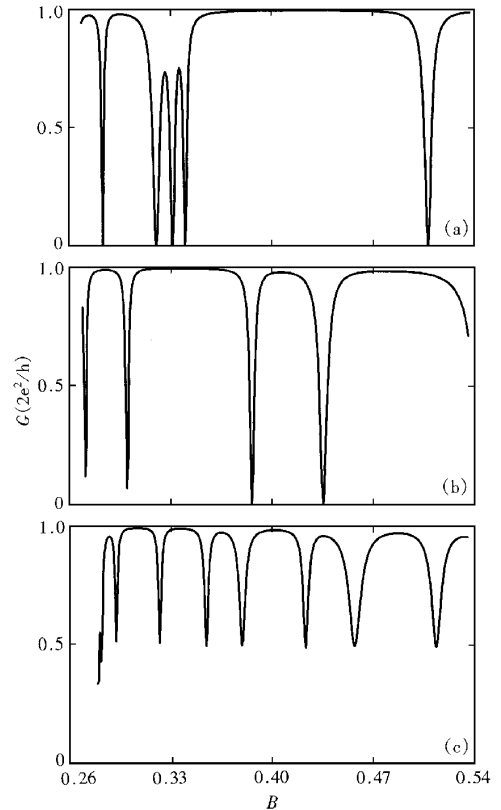


图4 磁量子反点中磁电导随磁感应强度的变化 $\Delta = 0.001, E_F = 0.384$

(a) $\delta = 0, r_0 = 5.11$ (b) $\delta = 0, r_0 = 5.62$ (c) $\delta = \pm 1, r_0 = 5.62$;

由于磁边缘态的贡献而产生的. 磁边缘态在磁量子反点的边界附近产生顺时针或逆时针的环流, 所以在磁量子反点中相对于没有环流的情况磁电导会急剧减小. 在一定的磁场下, 如果费米能与某量子态的本征能级非常接近 (在弹性共振宽度内) 电子共振隧穿到磁边缘态的概率非常大, 磁电导就会急剧减小. 考虑到电子自旋的影响, 磁边缘态自旋简并消除, 能级发生劈裂, 也就是说考虑电子自旋后, 有更多的磁边缘态能够使磁电导急剧减小, 于是磁电导随磁场变化的曲线出现了更多的深谷. 另外, 处在不同自旋状态的电子很多情况下不会同时处于磁边缘态, 因此磁电导谱中的大部分谷不会像不考虑自旋时那样急剧减小到 0.

从图 5 能直观地看到, E_F 对应的虚线与各量子态的能级随磁场变化的曲线的交点就是上面所说的磁电导急剧减小的位置. 如果考虑自旋, 每个量子态的能级曲线劈裂为两条, 于是 E_F 对应的虚线与能级曲线的交点与不考虑自旋时相比增多了一倍. 相应地在考虑的磁场范围内, 磁电导谱中谷的数目增多, 且谷的相对位置发生变化.

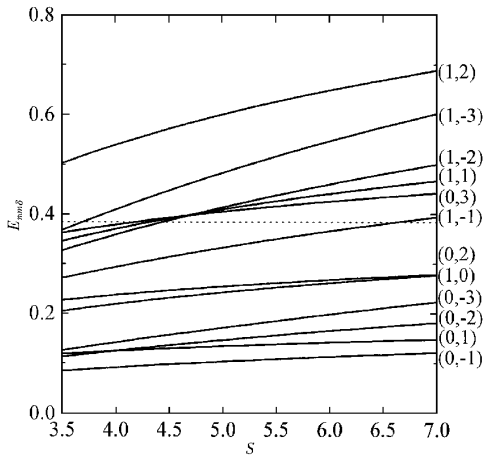


图 5 磁量子反点中某些能量本征态的能级随磁感应强度的变化 $r_0 = 5.11$

4 结 论

本文研究了电子自旋对磁量子反点中的电子量

子能级和磁电导的影响. 在磁量子反点中, 由于非均匀磁场的影响, 电子能级与均匀磁场中的能级相比有所降低, 且与角动量量子数有关. 考虑自旋后, 电子能级发生了劈裂, 其特征也与角动量量子数密切相关, 角动量量子数绝对值越大, 能级的劈裂程度就越大. 磁量子反点中的电子能级谱的特征可通过分析有效势及“磁通量子数丢失”得到解释. 电子共振隧穿到磁边缘态, 导致了磁电导随磁感应强度的非周期性振荡. 自旋对磁量子反点的磁电导有显著的影响, 与不考虑自旋相比, 磁电导随磁场变化的曲线中谷的数目增多且谷的深度减小. 此外, 和半导体量子点相类似, 在磁量子反点结构中, 量子尺寸效应也十分显著.

- [1] F. M. Peeters, A. Matulis, *Phys. Rev.* **B48** (1993), 15166.
- [2] A. Matulis, F. M. Peeters, P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994), 1518.
- [3] J. Q. You, L. D. Zhang, P. K. Ghosh, *Phys. Rev.* **B52** (1995), 17243.
- [4] J. Q. You, L. D. Zhang, *Phys. Rev.* **B54** (1996), 1526.
- [5] I. S. Ibrahim, F. M. Peeters, *Phys. Rev.* **B52** (1995), 17321.
- [6] A. Krakovsky, *Phys. Rev.* **B53** (1996), 8469.
- [7] Y. Guo, B. L. Gu, W. H. Duan, Y. Zhang, *Phys. Rev.* **B55** (1997), 9314.
- [8] Y. Guo, B. L. Gu, Z. Q. Li, J. Z. Yu, Y. Kawazoe, *J. Appl. Phys.* **83** (1998), C4545.
- [9] Y. Guo, B. L. Gu, Z. Q. Li, J. L. Zhu, Y. Kawazoe, *J. Phys.: Condens. Matter* **10** (1998), 1549.
- [10] H. Wang, Y. Guo, B. L. Gu, *Acta. Phys. Sinica* **48** (1999), 1723 (in Chinese) 王浩、郭永、顾秉林, *物理学报* **48** (1999), 1723.
- [11] F. M. Peeters, A. Matulis, I. S. Ibrahim, *Physica* **B227** (1996), 131.
- [12] J. Reijniers, F. M. Peeters, A. Matulis, *Phys. Rev.* **B59** (1999), 2817.
- [13] H. S. Sim, K. H. Ahn, K. J. Chang, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998), 1501.
- [14] A. Majumdar, *Phys. Rev.* **B54** (1996), 11 911.
- [15] V. N. Dobrovolsky, D. I. Sheka, B. V. Chernyachuk, *Surface Science* **397** (1998), 333.

SPIN EFFECT ON ENERGY SPECTRUM AND MAGNETOCONDUCTANCE IN A MAGNETIC QUANTUM ANTIDOT*

WANG BIN GUO YONG HU HUI GU BING-LIN

(*Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

(Received 12 July 1999; revised manuscript received 12 December 1999)

ABSTRACT

By solving the single particle Schrödinger equation in different regions, we have discussed the spin effect on the energy levels of electron and the magnetoconductance in the magnetic quantum antidot. It is shown that the interaction of spin and the magnetic field results in the split of the energy levels. The splitting features are different from those in homogeneous magnetic field, i. e. the extent of the splitting is closely related to the angular momentum quantum number. Electron resonant tunneling to the magnetic edge states gives rise to the oscillations of the magnetoconductance. And spin-assisting magnetoconductance is quite different from that in the case where electron spin is ignored. There are more and shallower dips in the magnetoconductance spectrum for the former case.

PACC : 7340

* Project supported by the National High Technology Development Program of China (Grant No. 715-010-0011) and by the Research Foundation of Tsinghua University (Grant No. 98jc082).