

二层 Ising 模型的短时临界动力学性质*

吴木营¹⁾ 叶爱军²⁾ 李志兵²⁾ 曾文光¹⁾

¹⁾(东莞理工学院电子系, 东莞 511700) ²⁾(中山大学物理系, 广州 510275)

(1999 年 11 月 15 日收到)

采用动力学 Monte Carlo 方法研究了二层 Ising 模型的临界性质及早期动力学标度行为. 结果表明层间耦合不为零时也存在临界点, 计算了早期动力学临界指数 θ ; 估计了传统的临界指数 $1/\nu_z$. 其结果支持临界线存在的猜想, 并表明此模型很可能是一种弱普适模型.

PACC: 7510J; 6470

两层 Ising 模型可描写两个相互作用的固体平面或薄膜, 例如 Langmuir 和 Langmuir-Blodgett 薄膜或层状亲水亲油的双分子层等有机分子薄膜^[1]. 它还跟非平衡态量子一维自旋链有联系.

对层间有耦合的情形还没有精确解. 模型的临界性质一直令人感兴趣. 曾经有人用级数展开^[2]和 Monte Carlo 模拟^[3]等方法对该模型进行了平衡态的研究. Angelini 等用约束变分的方法得到一条临界线^[4]. 传统 Monte Carlo 方法也显示出存在临界线的迹象^[5]. 但也有人对非平庸临界线的存在表示怀疑. 理由是当点阵非常大时, 层间的相互作用作为微观细节对长程行为应无影响, 而传统 Monte Carlo 方法在临界点附近受有限点阵效应影响极大, 故有可能给出错误信息^[1].

本文利用近年发展起来的动力学 Monte Carlo 方法^[6]计算模型的临界点和早期动力学临界指数等. 此方法在非平衡的短时动力学过程中测量系统的性质. 因该时区内关联长度很短(相对于平衡态的发散关联长度), 可以有效地避免有限点阵效应带来的误差.

动力学 Monte Carlo 方法是基于 1989 年 Janssen 等提出的存在短时标度区的假定^[7]. 此标度区的存在得到大量数值模拟结果的证实^[8].

二层 Ising 模型的哈密顿量为

$$H = -J \sum_{i,j} (S_i S_j + \sigma_i \sigma_j) - \lambda \sum_i S_i \sigma_i$$

$(J, \lambda > 0, S_i, \sigma_i = \pm 1)$.

S_i 和 σ_i 可看作两个相同的二维正方点阵上的自旋.

指标 i 标记二维正方点阵的格点, i, j 为最近邻.

当 $\lambda = 0$ 和 ∞ 时, 哈密顿量分别描述两个没有耦合的 Ising 模型和单个 Ising 模型, 有精确解. 然而, 当 $\lambda \neq 0$, 该模型变得非平庸和很有趣.

我们给此模型引进 Monte Carlo 方法中常用的热浴法动力学. 逐一更新每一个格点的自旋, 两个自旋的取值正比于相应的玻尔兹曼权重. 整个点阵的自旋被更新一遍作为时间单位.

定义序参数

$$S(t) = \frac{1}{N} \sum_i S_i(t), \alpha(t) = \frac{1}{N} \sum_i \sigma_i(t).$$

演化开始, 系统设置为无关联, 两层自旋有相同但很小的初始序, 记为 m_0 . 因为模型和初始条件对两种自旋都是对称的, 以下我们将以他们的和, 即 $M(t) = S(t) + \alpha(t)$ 为序参数. 当时间大于某一微观特征时间 t_{mic} , 序参量 $M(t)$ 有短时标度律

$$M(t, \tau, m_0) = c_1 m_0 t^\theta + c_2 m_0 t^\theta \cdot t^{1/\nu_z} \tau + O(\tau^2),$$

其中 c_1 和 $c_2 (< 0)$ 是非普通常数, $\tau = (T - T_c) / T_c$. ν 和 z 是传统的临界指数, 而 θ 是描写早期临界动力学特征的动力学临界指数.

在临界点, 序参数只有第一项, 呈幂次增长. 在序参数与时间的双对数坐标图中, 临界温度将对应直线, 其斜率即为临界指数 θ . 若温度大于(小于)临界温度, 则曲线向下(向上)弯曲, 偏离直线.

临界指数 $1/\nu_z$ 可通过拟合下式的幂次关系来确定,

$$\partial_\tau \ln M(t, \tau, m_0)|_{\tau=0} = c_3 t^{1/\nu_z},$$

式中 c_3 是非普通常数. 在计算机模拟中, 采用差分

* 国家自然科学基金(批准号: 19772074)资助的课题.

来代替微分.

图 1 用双对数坐标给出了固定 $\lambda/J = 1$ 时三种不同耦合 $J = 0.311, 0.312, 0.313$ 的模拟数据. 点阵的大小为 $L = 200$, 初始序为 $m_0 = 0.03$. 对每一 J 的独立初态样本数 40000, 并分成四组以估计误差. 数据处理中测量时间窗口可取为 $[10, 1000]$. 图中粗线表示拟合所得的数据, 我们得到 $J_c = 0.3123(1)$, $\theta = 0.204(1)$.

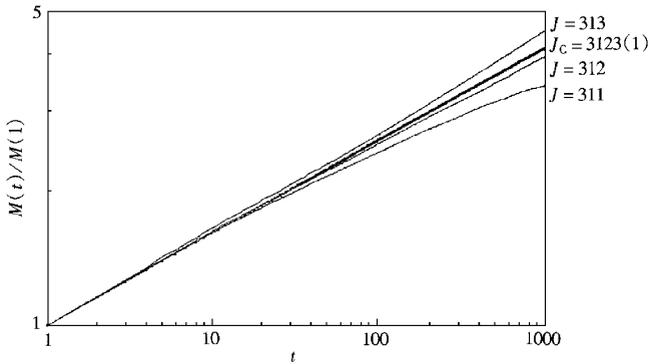


图 1 由临界点附近三个耦合常数的早期演化确定临界点 J_c .

图 2 中, 用双对数坐标作出了 $\partial_\tau \ln M(t, \tau, m_0) - t$

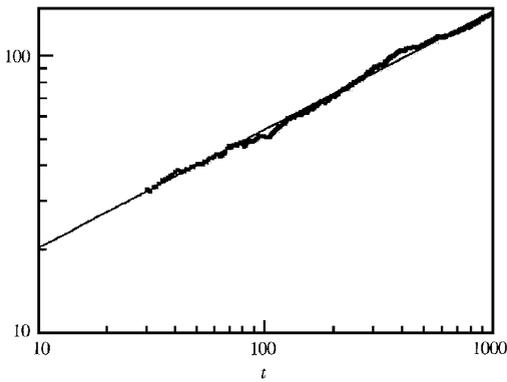


图 2 由 $\partial_\tau \ln M(t, \tau, m_0) - t$ 的曲线确定临界指数 $1/\nu z$

$m_0) - t$ 的曲线, 时间间隔为 $[30, 1000]$. 图中直线表示拟合所得的数据. 从直线的斜率可以得到临界指

数 $1/\nu z = 0.43(3)$. 可以看到, 曲线不够光滑, 误差较大, 这是由于统计的样本不够多的缘故.

在表 1 中, 把我们用短时动力学方法得到的结果跟 Angelini 等用约束变分的方法得到的结果比较, 基本符合.

表 1

λ/J	J_c (短时动力学方法)	J_c (约束变分方法)	θ	$1/\nu z$
1	0.3123(1)	0.3111	0.204(1)	0.43(3)
0.2	0.3793(1)	0.3807	0.196(1)	0.47(3)

虽然我们只是模拟了两个临界点, 但误差已控制到足够小, 使两个临界点能明确区分开. 结果与文献 [5] 的约束变分结果基本一致. 我们还首次计算了早期动力学临界指数 θ . 它显示出依赖于临界点的非普适性. 一个附带的结果是估计了传统的临界指数 $1/\nu z$. 我们的结果支持临界线存在的猜想, 并表明此模型很可能是一种弱普适模型.

[1] A. M. Ferrenberg, D. P. Landau, *J. Appl. Phys.*, **70** (1991), 6215.

[2] L. E. Ballentaine, *Physics*, **30** (1964), 1231; G. A. T. Allan, *Phys. Rev.*, **B1** (1970), 352; T. W. Gapehart, M. E. Fisher, *Phys. Rev.*, **B13** (1976), 5021.

[3] K. Binder, P. C. Hohenberg, *Phys. Rev.*, **B6** (1972), 3461; K. Binder, *Thin Solid Films*, **20** (1974), 367; A. M. Ferrenberg, D. P. Landau, *J. Appl. Phys.*, **70** (1991), 6215; P. L. Hansen, J. Lemmich, J. H. Ipsen, O. G. Mouritsen, *J. Stat. Phys.*, **73** (1993), 723.

[4] L. Angelini, D. Caroppo, M. Pwlicoro, M. Villani, *J. Phys.*, **A25** (1992), 5423.

[5] Z. B. Li, L. Schuelke, B. Zheng, Two Dimensional Gauge Invariant Two-species Ising Model and Its Dual Model, preprint of Sigen University, 1994, Si-94-09.

[6] Z. B. Li, L. Schuelke, B. Zheng, *Phys. Rev. Lett.*, **74** (1995), 3396.

[7] H. K. Janssen, B. Schaub, B. Schmittmann, *Z. Phys.*, **B73** (1989), 539.

[8] B. Zheng, *Int. J. Mod. Phys.*, **B12** (1998), 1419.

SHORT-TIME CRITICAL DYNAMIC PROCESS OF TWO-LAYER ISING MODEL *

WU MU-YING¹⁾ YE AI-JUN²⁾ LI ZI-BING²⁾ ZENG WEN-GUANG¹⁾

¹⁾(*Dongguan Institute of Technology ,Dongguan 511700 ,China*)

²⁾(*Zhongshan University ,Guangzhou 510275 ,China*)

(Received 11 November 1999)

ABSTRACT

Monte Carlo simulations of critical dynamics has been used to study the short-time process and scaling behavior of two-layer Ising model. The result shows that there are critical points even when the coupling between the two layers is not equal to zero ; the short-time dynamic critical exponent θ was determined ; the traditional critical exponent $1/\nu z$ was estimated also. Our result encouraged the supposition of the existence of the critical line and evidenced that this model was likely a weak universal model.

PACC : 7510J ; 6470