第 49 卷 第 7 期 2000 年 7 月
1000-3290/2000/49(07)/1221-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.49, No.7, July, 2000

混沌时间序列的自适应高阶非线性滤波预测*

张家树 肖先赐
(电子科技大学电子工程系,成都 610054)
(1999 年 11 月 16 日收到;2000 年 1 月 13 日收到修改稿)

根据混沌序列产生的确定性和非线性机制,基于 Volterra 级数展式和混沌序列高阶奇异谱特征,提出了一种高阶非线性傅里叶红外(HONFIR)滤波预测模型用于混沌时间序列的自适应预测.其自适应算法采用时域正交算法来自适应地跟踪混沌的运动轨迹,而不是重构混沌系统的全局或局部运动轨迹.实验研究表明:(1)这种 HONFIR 自适应滤波器能够有效地预测一些超混沌序列.(2)预测混沌序列的性能与预测模型的非线性拟合能力有关,但并非非线性程度越高,预测性能就越好.(3)当 HONFIR 滤波器对混沌序列的非线性拟合精度高时,其自适应预测的性能与其输入维数的关系不受 Takens 嵌入定理的约束.(4)HONFIR 自适应滤波器具有一定的抗噪能力.

关键词:混沌,非线性模型,滤波器
PACC:0545

1 引　　言

混沌是人们对伪随机性的确定性认识.混沌系统的演变行为可用确定的非线性微分方程或差分方程来描述,且具有可控性[1],即一个混沌系统能够完全同步于另一个混沌系统,使这两个混沌系统产生完全相同的混沌信号.来自确定性非线性系统的混沌信号作为一种宽频带类噪声信号,具有分维特征、对初始条件比较敏感、难以长期预测等特点[2].正是因为确定性混沌信号的这些特点,混沌理论在通信、雷达、控制、信号处理、生物医学等应用领域中扮演着越来越重要的角色,导致越来越多的研究人员投身于混沌的动态特征及其应用研究,以期利用简单的非线性动力系统揭示混沌信息处理的主要关系[2—5].

随着混沌理论和应用技术研究的不断深入,混沌时间序列的建模和预测已成为近年来混沌信号处理研究领域的一个重要热点.混沌现象的惊人之处是一个完全确定的简单非线性模型也会产生有如随机过程的复杂行为特征,如果发现这些相对简单的模型对不确定性的未来的预测就有可能实现.Takens 的嵌入定理提供了预测混沌时间序列的理论证据.基于 Takens 的嵌入定理和相空间重构思想,人们已提出了许多预测混沌时间序列的非线性预测方法.这些方法大致可分为全局预测法[5—8]、局域预测法[9,10]和自适应非线性滤波预测法[11].其中,基于相空间重构的基本思想和混沌时间序列产生的确定性非线性机制的混沌序列 Volterra 自适应滤波非线性预测法,对一些低维混沌序列的预测结果表明它能够进行精确的预测[11].由于二阶 Volterra 自适应滤波器逼近非线性函数的能力有限,使其在预测高阶混沌序列和时变混沌序列方面有一定的局限性.文献[12,13]对混沌信号的高阶奇异谱分析结果表明:各种混沌信号的四阶累积量有某种相似之处,这种相似性体现在混沌信号的四阶累积量切片都是在对角线和两个坐标轴的方向上有相似的变化关系,偏离对角线和坐标轴的其他四阶累积量贡献较小,可以忽略不计.这一结果为构造预测混沌时间序列的非线性模型指明了方向.本文在此基础上,提出了预测混沌序列的高阶非线性滤波预测法,来克服二阶 Volterra 自适应滤波器的逼近非线性函数能力弱和滤波器参数多、时变跟踪性能差等缺陷.

2 混沌时间序列的 HONFIR 建模和自适应算法

混沌序列预测的基础是状态空间的重构理论.假设观测到的混沌时间序列为 $\{x(t)(t=1,2,\cdots,$

* 国防预研基金(批准号:98JS05.4.1.DZ0205)资助的课题.

$N)\}$，则在状态空间中重构的一点状态矢量可表示为 $\boldsymbol{x}(t)=(x(t),x(t+\tau),\cdots,x(t+(m-1)\tau))$，其中 m 为嵌入维数，τ 为延迟时间. 由 Takens 定理可知，混沌序列的预测重构本质上是一个动力系统的逆问题，即通过动力系统的状态反过来去构造系统的模型，也就是建立

$$x(t+T)=F(\boldsymbol{x}(t))\quad t=1,2,\cdots,N,\tag{1}$$

其中 T 为前向预测步长($T>0$)，$F(\cdot)$为重构的预测模型. 由于时间序列不可能全为原动力系统产生的干净序列值，它还叠加测量误差等各种噪声，则一个实际的预测模型应为

$$x(t+T)=\hat{F}(\boldsymbol{x}(t))+\varepsilon(t),\tag{2}$$

其中 $\varepsilon(t)$为噪声或拟合误差. 这就变成了一个预测模型的构建问题.

构造一个函数 $\hat{F}(\cdot)$去逼近 $F(\cdot)$有许多方法. 理论研究和实践经验业已表明，实际中大量的非线性系统可用 Volterra 级数来表征[14]. 因此可用 Volterra 级数展开式来构造预测混沌时间序列的非线性预测模型 F[11].

设非线性离散动力系统的输入 $\boldsymbol{x}(n)=[x(n),x(n-1),\cdots,x(n-N+1)]^{\mathrm{T}}$，输出为 $y(n)=\hat{x}(n+1)$，则该非线性系统函数的 Volterra 级数展开式为

$$\begin{aligned}x(n+1)&=F(\boldsymbol{x}(n))\\&=h_0+\sum_{m=0}^{+\infty}h_1(m)x(n-m)\\&\quad+\sum_{m_1=0}^{+\infty}\sum_{m_2=0}^{+\infty}h_2(m_1,m_2)\\&\quad\cdot x(n-m_1)x(n-m_2)+\cdots\\&\quad+\sum_{m_1=0}^{+\infty}\sum_{m_2=0}^{+\infty}\cdots\sum_{m_p=0}^{\infty}h_p(m_1,m_2,\cdots,m_p)\\&\quad\cdot x(n-m_1)x(n-m_2)\cdots\\&\quad\cdot x(n-m_p)+\cdots,\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $h_p(m_1,m_2,\cdots,m_p)$为 p 阶 Volterra 核. 在实际应用中，这种无穷级数展开式难以实现，必须采用有限截断和有限次求和的形式[11]. 最常用的是下面的二阶截断求和的形式：

$$\begin{aligned}\hat{x}(n+1)&=h_0+\sum_{m=0}^{N_1-1}h_1(m)x(n-m)\\&\quad+\sum_{m_1=0}^{N_2-1}\sum_{m_2=0}^{N_2-1}h_2(m_1,m_2)x(n-m_1)\\&\quad\cdot x(n-m_2).\end{aligned}\tag{4}$$

对于混沌时间序列，由 Takens 嵌入定理可知：一个混沌时间序列要完全描述原动力系统的动态行为，至少需要 $m\geqslant 2D_2+1$ 个变量才能全面描述其动力学特征，因此，文献[11]将 N_1,N_2 均取为 $N_1=N_2=m\geqslant 2D_2+1$，用于混沌序列预测的滤波器为

$$\begin{aligned}\hat{x}(n+1)&=h_0\sum_{i=0}^{m-1}h(i)x(n-i)\\&\quad+\sum_{i=0}^{m-1}\sum_{j=i}^{m-1}h_2(i,j)x(n-i)x(n-j).\end{aligned}\tag{5}$$

对应的滤波系数总个数为 $M=1+m+m(m+1)/2$.

文献[11]采用(5)式这种二阶 Volterra 自适应滤波器，用时域正交(TDO)自适应算法对 8 种低维混沌序列的预测结果表明：这种二阶 Volterra 自适应滤波器能够对低阶的混沌时间序列进行精确的预测. 但是，由于二阶 Volterra 自适应滤波器逼近非线性函数的能力有限，使其在预测高阶非线性混沌序列和时变混沌序列方面有一定的局限性. 文献[12,13]对混沌信号的高阶奇异谱分析结果表明：各种混沌信号的四阶累积量有某种相似之处，这种相似性体现在混沌信号的四阶累积量切片都是在对角线和两个坐标轴的方向上有相似的变化关系，偏离对角线和坐标轴的其他四阶累积量贡献较小，可以忽略不计. 这一结果说明产生混沌时间序列的非线性模型为一高阶稀疏 Volterra 级数展开式，即 p 阶 Volterra 核 $h_p(m_1,m_2,\cdots,m_p)$所对应的 $x(n-m_1)x(n-m_2)\cdots x(n-m_p)$可用 $x^p(n-i)$，$x^{p-1}(n)x(n-i)$和 $x(n)x^{p-1}(n-i)$来代替，相应的 p 阶 Volterra 核 $h_p(m_1,m_2,\cdots,m_p)$可用 $h_p(0,i)$，$h_p(1,i)$和 $h_p(2,i)$来代替，则相应构造的 p 阶稀疏 Volterra 级数展开式的预测滤波器模型可描述为

$$\begin{aligned}x(n+1)&=F(\boldsymbol{x}(n))\\&=h_0+\sum_{i=0}^{m-1}h_1(i)x(n-i)\\&\quad+\sum_{i=0}^{m-1}h_2(0,i)x^2(n-i)\\&\quad+\sum_{i=1}^{m-1}h_2(1,i)x(n)x(n-i)\\&\quad+\sum_{i=0}^{m-1}h_3(0,i)x^3(n-i)\\&\quad+\sum_{i=1}^{m-1}h_3(1,i)x^2(n)x(n-i)\end{aligned}$$

$$+\sum_{i=1}^{m-1} h_3(2,i)x(n)x^2(n-i)+\cdots$$
$$+\sum_{i=0}^{m-1} h_p(0,i)x^p(n-i)$$
$$+\sum_{i=1}^{m-1} h_p(1,i)x^{p-1}(n)x(n-i)$$
$$+\sum_{i=1}^{m-1} h_p(2,i)x(n)x^{p-1}(n-i). \quad (6)$$

而(6)式描述的 p 阶非线性滤波器的系数总个数为 $M=3m+p(3m-2)$，$p>2$，其预测模型的复杂性比 p 阶 Volterra 级数展开式大大减小.

在线性自适应预测模型的各种自适应算法中，TDO 算法是基于对误差平方的时间平均而不是像均方误差那样使用集合平均，控制收敛的参数选择范围大[15]，可直接用于非线性模型的自适应过程. 因此，我们用 TDO 算法来自适应地调节这种高阶非线性滤波器的系数，使其能够自适应地跟踪产生混沌时间序列的混沌演变轨迹，实现高精度的预测性能. 为了便于使用 TDO 算法，应将(6)式的 p 阶非线性滤波器通过非线性状态扩展模块描述成一个线性的 FIR 滤波器(参见文献[11]图 1). 为此，定义线性自适应 FIR 滤波器的输入矢量为 $U(n)=[1, x(n),\cdots,x(n-m+1),x^2(n),\cdots,x^2(n-m+1),x(n)x(n-1),\cdots,x(n)x(n-m+1),x^3(n),\cdots,x(n)x^{p-1}(n-1),\cdots,x(n)x^{p-1}(n-m+1)]^{\mathrm{T}}$，系数矢量 $H(n)=[h_0,h_1(1),\cdots,h_1(m-1),h_2(0,0),\cdots,h_2(0,m-1),h_2(1,1),\cdots,h_2(1,m-1),h_3(0,0),\cdots,h_p(0,0),\cdots,h_p(0,m-1),h_p(1,1),\cdots,h_p(2,1),\cdots,h_p(2,m-1)]^{\mathrm{T}}$，则有限脉冲响应(FIR)滤波器形式可表示为

$$x(n+1)=H^{\mathrm{T}}(n)U(n). \quad (7)$$

对于(7)式描述的 HONFIR 自适应滤波器的系数可直接利用线性 TDO 算法来确定. 当输入矢量 $U(n)$，系数矢量 $H(n)$，对应的 TDO 算法可描述如下：

$$d(n)=x(n),\ \hat{x}(n)=\hat{d}(n),$$
$$\hat{d}(n)=H^{\mathrm{T}}(n-1)U(n-1),$$
$$H(n)=H(n-1)+c\times\frac{e(n-1)}{U^{\mathrm{T}}(n)U(n)}U(n-1),$$
$$e(n)=d(n)-\hat{d}(n), \quad (8)$$

其中 c 为控制收敛性能的参数.

3　HONFIR 自适应滤波器的预测实验结果与讨论

现在就 HONFIR 自适应滤波器对混沌时间序列的预测性能进行实验研究. 实验中首先按下式对混沌序列进行归一化处理：

$$x(i)=\left[y(i)-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)\right]\Big/\left\{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left[y(j)-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y(k)\right]^2\right\}^{1/2}, \quad (9)$$

其中 $\{y(i)\}$ 为原始的混沌序列，$\{x(i)\}$ 为归一化的混沌序列，N 为混沌序列的总长度. 以预测相对误差作为评测标准，其预测相对误差定义为

$$\mathrm{perr}=\sum_{k=1}^{N_p}[\hat{x}(k)-x(k)]^2\Big/\sum_{k=1}^{N_p}x^2(k). \quad (10)$$

下面给出采用 HONFIR 自适应滤波模型对混沌序列进行预测的具体实验研究结果. 其相对预测误差按(10)式进行计算.

实验一　HONFIR 自适应滤波模型对超混沌时间序列的预测能力研究

在此实验中，选择 Mackey-Glass 方程、CML map 混沌序列和耦合的二维 Logistic 超混沌系统 x 分量序列，以考察(7)式描述的高阶稀疏 Volterra 系统非线性模型能否用于混沌时间序列的预测问题. 这里，对每种超混沌序列取 $\{x(i)\}$ 的前 400 个样本用于预训练自适应高阶非线性滤波预测模型. 获得预测模型后，再用其后的 1000 点作预测验证. 具体实验结果如下：

例 1　HONFIR 滤波器对 Mackey-Glass 方程产生的超混沌时间序列的自适应预测结果(见图 1). (初始条件为 $x(t)=0.9$，$0\leqslant t\leqslant 17$，$\Delta=17$ 时的关联维数 $D_2=2.1$，正的 Lyapunov 指数为 $\lambda=0.0086$，0.001[9].)

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=-0.1x(t)+\frac{0.2x(t-\Delta)}{1+x(t-\Delta)^{10}}.$$

例 2　CML map 产生的 x 分量超混沌时间序列 HONFIR 自适应滤波预测结果(见图 2).

$$x_{n+1}=1-a(x_n^2+y_n^2),$$
$$y_{n+1}=-2a(1-2\varepsilon)x_ny_n,\ a=1.95,$$
$$\varepsilon=0.01,\lambda_1=0.824,\lambda_2=0.788\text{[16]}.$$

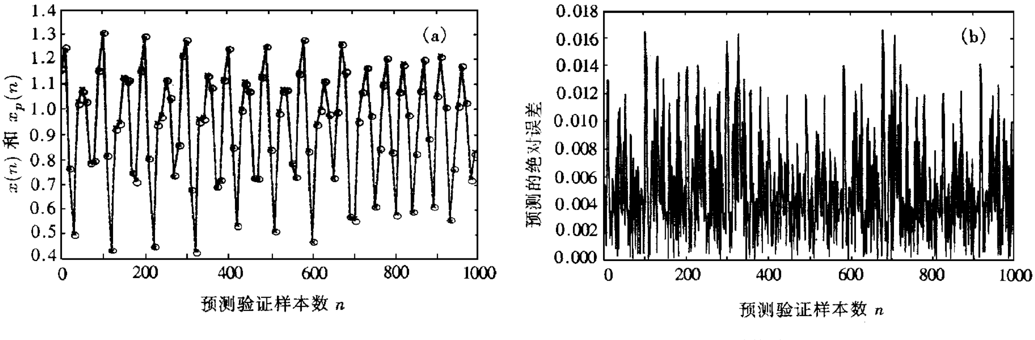


图 1 HONFIR 自适应滤波模型对 Mackey-Glass 方程产生的超混沌序列的预测结果 (a)为真实值 $x(n)$(×)与预测值 $x_p(n)$(○)的比较,(b)为一步预测的绝对误差. 相对误差 perr $=4.2289\times10^{-5}$,非线性阶次 $p=4$,输入维数 $m=4$

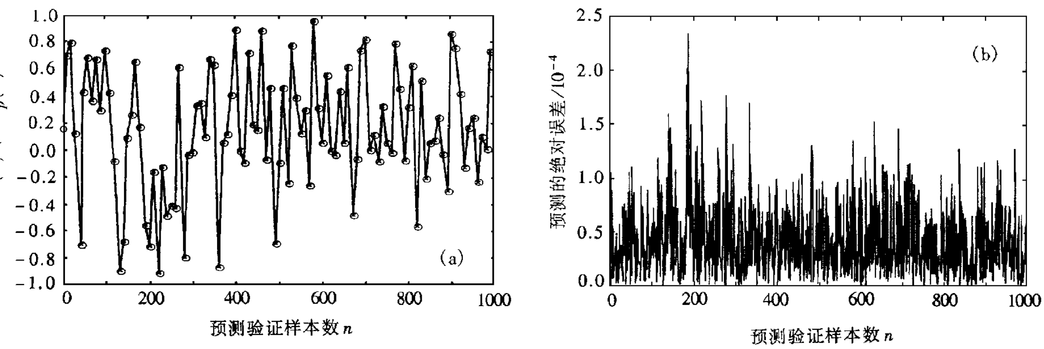


图 2 高阶 NAR 自适应预测模型对 CML map 产生的 x 分量超混沌时间序列的预测结果 (a)为真实值 $x(n)$(×)与预测值 $x_p(n)$(○)的比较,(b)为一步预测的绝对误差. 相对误差 perr $=3.12791\times10^{-4}$,非线性阶次 $p=4$,输入维数 $m=4$

例 3 耦合的二维 Logistic 产生的 x 分量超混沌序列的高阶 NAR 和二阶 Volterra 系统的自适应预测结果(见图 3)(正的 Lyapunov 指数为 $\lambda_1=0.7$, $\lambda_2=0.3$[17]).

$$x_{n+1}=4A_1x_n(1-x_n)+rx_ny_n,$$
$$y_{n+1}=4A_2y_n(1-y_n)+rx_ny_n,$$
$$A_1=A_2=0.7, r=0.64.$$

从上述实验结果可看出:(6)式描述的这种稀疏的高阶非线性滤波器用 TDO 自适应算法能够有效地自适应预测这些超混沌时间序列. 这一结果不仅验证了文献[12,13]对混沌信号的高阶累积量分析的有关结论,且为我们在构造混沌时间序列的预测模型及选择预测模型方面提供了新的论据,在具体的工程应用领域具有现实意义. 另一方面,已注意到

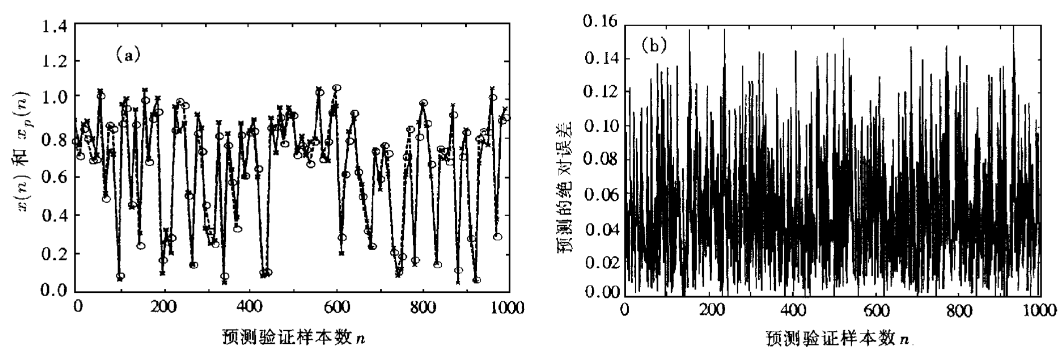


图 3 HONFIR 自适应滤波模型对二维 Logistic 产生的 x 分量超混沌序列的预测结果 (a)为真实值 $x(n)$(×)与预测值 $x_p(n)$(○)的比较,(b)为一步预测的绝对误差. 相对误差 perr $=0.050$,非线性阶次 $p=4$,输入维数 $m=4$

所用的这种高阶非线性滤波器在其自适应预测过程中的输入维数小于 Takens 嵌入定理所确定的嵌入维数. 因此,探讨在非线性自适应预测过程中输入维数的大小对预测性能的影响情况就显得非常必要.

实验二　滤波器长度对预测性能的影响情况

在本实验中,以 Lorenz 系统 x 分量为例来探讨非线性自适应过程中滤波器输入维数对预测性能的影响情况. 表 1 给出在非线性阶次 $p=3$ 时,经过 100 次训练后的预测模型,及对其后 1000 个混沌序列的自适应一步预测和二步预测的最大绝对预测误差和相对预测误差随输入维数的变化情况.

从表 1 可看出:当(6)式描述的高阶非线性滤波预测模型的非线性阶次一定时,其输入维数 $m=2$ 时,无论是一步预测还是二步预测的精度指标,最大绝对预测误差和相对预测误差均为最小,且随输入维数 m 的增大,最大绝对预测误差和相对预测误差亦随之增大. 这一结果明显与 Takens 的嵌入定理确定的输入维数 $m \geqslant 2D_2+1=5(D_2=2.1)$不一致. 其原因可能是自适应预测本身不是去拟合产生混沌序列的混沌映射模型,而是在预测过程中,基于当前的观察序列和上一次的预测误差,自适应地调节非线性的滤波器系数来适应当前的混沌运动轨迹,使其达到较为精确的预测. 另一个原因可能是非线性滤波预测模型在非线性阶次为 $p=3$ 时,其拟合混沌映射模型的能力为最佳. 有必要探讨非线性阶次对预测性能的影响情况.

表 1　最大绝对预测误差和相对预测误差随输入维数的变化情况

输入维数 m		$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$
一步预测	最大绝对预测误差	0.0284	0.0492	0.0817	0.1058	0.1103
	相对预测误差 perr	6.2099×10^{-5}	7.6295×10^{-5}	1.1038×10^{-4}	1.4520×10^{-4}	1.6215×10^{-4}
二步预测	最大绝对预测误差	0.0977	0.1447	0.1986	0.2440	0.2608
	相对预测误差 perr	2.8401×10^{-4}	3.5390×10^{-4}	4.8166×10^{-4}	6.1744×10^{-4}	6.7356×10^{-4}

实验三　非线性阶次对预测性能的影响

在本实验中,仍以 Lorenz 系统 x 分量为例来探讨非线性阶次对混沌序列的预测性能的影响. 表 2 给出在输入维数 $m=4$ 时,经过 1000 次训练后的预测模型,及对其后 1000 个混沌序列的自适应预测的最大绝对预测误差和相对预测误差随非线性阶次的变化情况.

从表 2 可看出:在非线性阶次 $p=3$ 时,衡量总体预测性能的相对预测误差确实为最小,它说明接近真实值的数据点更多. 最大绝对预测误差随 m 的增大而增大,但最大绝对预测误差只反映了其中一个数据点的偏差. 由此可见:预测模型对产生混沌序列的映射模型的拟合能力对预测性能有影响,且并非预测模型的非线性程度越高,预测性能就越好.

表 2　自适应预测的最大绝对预测误差和相对预测误差随非线性阶次的变化情况

非线性阶次 p	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=4$	$p=5$
最大绝对预测误差	0.0865	0.0814	0.0513	0.0507	0.0482
相对预测误差	1.4032×10^{-4}	1.1804×10^{-4}	9.1584×10^{-5}	1.2146×10^{-4}	1.4145×10^{-4}

实验四　多步预测性能实验研究

为了便于与文献[8]用模糊神经网络对 Mackey-Glass 方程产生的超混沌时间序列所作的多步预测性能进行比较,在此亦同样用(7)式描述的HON-FIR 自适应滤波模型对其进行多步预测研究. 表 3 给出在非线性阶次 $p=3$ 时,经过 100 次训练后的预测模型,及对其后 1000 个混沌序列的预测性能与输入维数的变化情况.

从表 3 可看出:(1)本文提出了高阶非线性自适应滤波模型的预测结果明显好于模糊神经网络预测的性能. (2)在相同的输入维数($m=3$)条件下,非线性阶次 $p=3$ 时的多步预测性能更好. (3) Mackey-Glass 方程产生的超混沌时间序列的嵌入维数为 $m \geqslant 2D_2+1=5$,而本文所用的输入维数 $m=3$ 同样亦小于 Takens 的嵌入定理确定的输入维数 $m=4$.

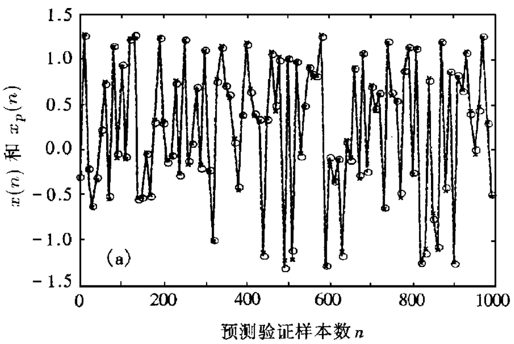
表 3 对 Mackey-Glass 方程产生的超混沌时间序列的多步预测性能

预测模型	输入维数	一步预测的 RMSE	二步预测的 RMSE	四步预测的 RMSE
高阶 NFIR 自适应预测模型	2(非线性阶次 $p=3$)	3.2825×10^{-4}	0.0012	0.0043
	3(非线性阶次 $p=3$)	8.5285×10^{-5}	2.9410×10^{-4}	0.0014
模糊神经网络预测模型	6(3 个模糊集)	0.014	0.018	0.049

注:RMSE 表示均方根误差.

实验五 抗噪声性能的实验研究

在实际观察得到的时间序列中,噪声无处不在.微小的噪声都将破坏系统的动力学特征,影响预测模型的预测精度.我们在 Henon map 的 x 分量混沌序列中叠加 3% 的均值为零、方差为 1 的高斯白噪声为例,来考察 HONFIR 自适应滤波模型的抗噪声性能(见图 4).结果表明 HONFIR 自适应滤波器具有一定的抗噪声能力.



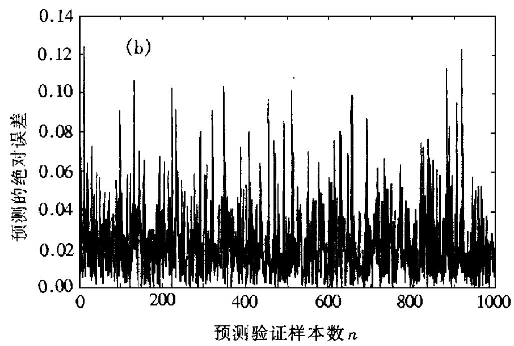


图 4 HONFIR 自适应滤波模型对含噪 x 分量的预测结果 (a)为 HONFIR 自适应滤波模型对含噪 x 分量的预测结果与 Henon map 无噪的 x 分量真实值的比较,(b)为对含噪 x 分量预测值与无噪的 x 分量真实值的绝对误差.非线性阶次 $p=3$,输入维数 $m=3$,相对预测误差 perr=0.007,最大绝对预测误差为 0.1243

4 结束语

本文根据混沌序列产生的确定性和非线性机制,基于 Volterra 级数展开式和混沌序列高阶奇异谱特征,提出了一种稀疏的 Volterra 展开式类型的 HONFIR 滤波模型,用于混沌时间序列的自适应预测.采用 TDO 算法来自适应地跟踪混沌的运动轨迹而不是拟合产生混沌的全局或局部运动轨迹来预测混沌时间序列.实验结果表明:(1)这种 HONFIR 自适应滤波器能够有效地预测一些超混沌序列.(2)预测混沌序列的性能与预测模型的非线性拟合能力有关,但并非非线性程度越高,预测性能就越好.(3)当 HONFIR 滤波器对混沌序列的非线性拟合精度高时,其自适应预测的性能与其输入维数的关系不受 Takens 嵌入定理的约束.(4)HONFIR 自适应滤波器具有一定的抗噪能力.这些结果对实际工程应用的预测模型的构建和选择具有一定意义.

[1] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1196.

[2] S. Hakin, L. Xiaobo, *Proc. IEEE*, **83**(1995), 94.

[3] G. Heidari-Bateni, C. D. McGillen, *IEEE Trans. Commun.*, **42**(1994), 1524.

[4] D. S. Morrantes, D. M. Rodrigues, *Electron. Lett.*, **34**(1998), 235.

[5] J. Yuan, X. C. Xiao, *Acta Signaal Processing*, **14**(1998), 308(in Chinese)[袁 坚、肖先赐,信号处理,**14**(1998),308].

[6] L. Cao, Y. Hong, H. Fang *et al.*, *Physica*, **D85**(1995), 225.

[7] Jia-shu Zhang, Xian-ci Xiao, *Chin. Phys. Lett.*, **17**(2000), 88.

[8] L. P. Maguire, B. Roche, T. M. McGinnity *et al.*, *Information Sicence*, **112**(1998), 137.

[9] M. Casdal, *Physica*, **D35**(1989), 335.

[10] D. J. Farmer, J. J. Sidorowich, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 845.

[11] J. S. Zhang, X. C. Xiao, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 402(in Chinese)[张家树、肖先赐,物理学报,**49**(2000),402].

[12] J. Yuan, X. C. Xiao, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 897(in Chinese)[袁 坚、肖先赐,物理学报,**47**(1998),897].

[13] J. Yuan, Ph. D. Thesis (University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, 1997)(in Chinese)[袁 坚,博士学位论文(电子科技大学,成都,1997)].

[14] I. W. Standberg, *IEEE Trans. CAS*, **30**(1983), 61.
[15] Y. H. Mao, J. L. Miao, *Acta Electronics Sinica*, **11**(1983), 75 (in Chinese) [茅于海、苗永林，电子学报，**11**(1983)，75].
[16] D. H. He *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 1611 (in Chinese) [何岱海等，物理学报，**48**(1999)，1611].
[17] W. Y. Zhu, X. Y. Wang, *J. Northeastern University (Natural Science Edition)*, **19**(1998), 509 (in Chinese) [朱伟勇、王兴元，东北大学学报(自然科学版)，**19**(1998)，509].

PREDICTION OF CHAOTIC TIME SERIES BY USING ADAPTIVE HIGHER-ORDER NONLINEAR FOURIER INFRARED FILTER*

ZHANG JIA-SHU XIAO XIAN-CI
(*Department of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*)
(Received 16 November 1999; revised manuscript received 13 January 2000)

ABSTRACT

Based on the Volterra expansion of nonlinear dynamical system functions and the deterministic and nonlinear characterization of the chaotic signals, an adaptive higher-order nonlinear Fourier infrared (HONFIR) filter is proposed to make prediction of chaotic time series. The time domain orthogonal algorithm is taken to update filter's coefficients. A higher-order nonlinear adaptive filtering scheme is suggested in order to track current chaotic trajectory by using preceding predictive error for adjustign filter parameters rather than approximating global or local map of chaotic series. Experimental results show that: (1) this adaptive HONFIR filter can be successfully used to predict hyperchaotic time series; (2) the prediction capacities of the HONFIR filter is related to its nonlinear function, but not determined by the HONFIR filter's degree of nonlinearity; (3) the adaptive prediction performance of the HONFIR filter is not confined by the Takens embedding dimension; (4) the proposed HONFIR filter can have some anti-noise ability.

Keywords: chaos, nonlinear model, filter
PACC: 0545

* Project supported by the National Defense Foundation of China (Grant No. 98JS05.4.1.DZ0205).