第 49 卷 第 7 期 2000 年 7 月
1000-3290/2000/49(07)/1249-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 49, No. 7, July, 2000

谐振腔链色散关系及场分布的解析研究*

范植开 刘庆想

（中国工程物理研究院应用电子学研究所，绵阳 621900）

（1999 年 8 月 23 日收到；1999 年 12 月 27 日收到修改稿）

从圆柱坐标系下的 Borgnis 位函数的齐次标量 Helmholtz 方程出发，引入慢波驻波概念及其场表达式，利用 Borgnis 位函数的边界条件及相邻子区公共界面上的场匹配条件，导出了整腔结尾的谐振腔链内角向均匀 TM 模的色散关系及场分布的解析表达式. 运用该解析法对实际器件——四腔渡越管振荡器进行了求解，求得的谐振频率与实验中测得的微波频率一致，求得的场分布与数值法得到的场分布十分符合.

关键词：谐振腔链，色散关系，场分布，解析法

PACC：1150，0230

1 引 言

整腔结尾的谐振腔链的色散关系及场分布已有不少研究. 研究方法分三大类 实验测试法、解析法和数值法. 实验测试法中谐振频率用扫频法测量，场分布用微扰法测量. 实验测试法误差较大，且高阶模难以激励. 解析法又分为两种 等效电路法[1]和行波合成法[2,3]. 但这两种解析法所求的场分布都仅是轴线上的轴向电场 E_z，并未求出谐振腔全域内的 E_z，E_ρ 及 H_ϕ 场. 在弱流加速器中，电子束一般是很细的实心束，并从加速腔轴线上通过，所以知道轴线上场分布就够了，轴线上 E_ρ，H_ϕ 都为零，只有 E_z 场. 而在高功率微波器件中，所用的是强流相对论电子束，束截面较大，不能看作近轴束，仅知道轴线上的场分布是远远不够的，应该设法求出腔内全域的场（E_z，E_ρ 及 H_ϕ）. Lemke 在解析求解 SCO 全域内场分布时，采用的是等效单周期慢波结构的方法[4]，而整腔结尾的 N 腔谐振腔链却无法等效为慢波结构. 数值方法是直接从麦克斯韦方程组和电磁场的边界条件出发编程序进行计算的一种方法[5]，它能给出腔内全域的场分布，而且精度也可达到很高，但有时大量的计算数据会掩盖清楚的物理概念[6].

为此，本文提出一种新解析法，即在引入慢波驻波后，用场论的分析方法直接求解整腔结尾的 N 腔谐振腔链的色散关系及场分布. 由于在各子区域的公共界面上采用严格场匹配，所以推导出的色散方程很精确，只要计算项取得足够多，求出的谐振频率和场分布也可以达到很高的精度. 这种解析法与数值法得出的结果一致，与数值法相比，它显得过于繁杂，但它却有清晰的物理概念，还能求出慢波驻波区各空间谐波分量的相对大小，这对进一步研究谐振腔链中束波互作用的机理有重要的意义.

2 整腔结尾谐振腔链角向对称 TM 模的场分量表达式

2.1 整腔结尾谐振腔链求解区域的划分

图 1 为整腔结尾的 N 腔谐振腔链的结构示意图. 图中圆波导内半径为 a，中心圆孔半径为 b，盘的厚度为 t，两盘之间的间隙距离为 g，空间周期为

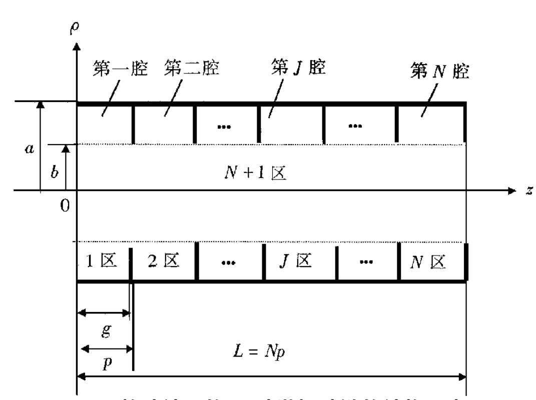

图 1 整腔结尾的 N 腔谐振腔链的结构示意图

---

* 国家高技术研究发展计划激光技术专业组（批准号 863-410-7-2-1）资助的课题.

p，$p=g+t$，谐振腔链的总长度为 L，$L=Np$. 将谐振腔链分成 $N+1$ 个求解区域，求解区域的划分示于图 1.

2.2 角向均匀 TM 模在各区的场分量表达式

1）$N+1$ 区 慢波驻波区，$0\leqslant\rho\leqslant b$，$0\leqslant z\leqslant L$

若周期系统两端不短路，则 $N+1$ 区为慢波区. 由周期系统的弗洛奎定理（Floquet 's theorem）[7] 知，该区角向均匀 TM 模的 U 函数应具有以下形式：

$$U=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nf_n(\rho)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta_nz}, \tag{1}$$

式中

$$f_n(\rho)=\begin{cases}J_0(T_n\rho) & \text{当}\ |\beta_n|\leqslant k,\\ I_0(\tau_n\rho) & \text{当}\ |\beta_n|>k,\end{cases} \tag{2}$$

β_n，T_n，τ_n 的表达式见(7)式.

若将周期慢波系统两端短路，则 $N+1$ 区的慢波将形成驻波，故 $N+1$ 区的 U 函数为

$$U_{N+1}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nf_n(\rho)(C\cos\beta_nz+D\sin\beta_nz), \tag{3}$$

这里的驻波是由无穷多个空间谐波的驻波叠加而成的. 在纵向短路面 $z=0$ 和 $z=L$ 上，$(\partial U/\partial z)|_{z=0,L}=0$，得

$$\beta_nL=m_n\pi \qquad m_n=0,1,2,\cdots,\infty. \tag{4}$$

对于基波而言，$n=0$，因此 $\beta_0L=m_0\pi$，即

$$\beta_0p=m_0\pi/N \quad m_0=0,1,2,\cdots,N, \tag{5}$$

β_0p 表示基波通过一个空间周期的相移 φ_0，亦即工作模式 φ_0. 由上式可以看出，对每一个电磁模式(如 TM 模)，谐振腔链都有 $N+1$ 个工作模式，0，π/N，$2\pi/N$，…和 π 模，实际上只有前 N 个，π 模不存在(分析见后).

综上所述，$N+1$ 区的 U 函数为

$$U_{N+1}(\rho,\phi,z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nf_n(\rho)\cos\beta_nz, \tag{6}$$

式中

$$\begin{aligned}&\beta_n^2+T_n^2=k^2=\omega^2\mu\varepsilon \quad \text{当}\ |\beta_n|\leqslant k,\\ &\beta_n^2-\tau_n^2=k^2=\omega^2\mu\varepsilon \quad \text{当}\ |\beta_n|>k,\\ &\beta_n=\beta_0+2\pi n/p \quad n=-\infty,\cdots,0,\cdots,\infty,\\ &\beta_0=m_0\pi/L=m_0\pi/(Np) \quad m_0=0,1,\cdots,N,\end{aligned} \tag{7}$$

式中 k 为相移常数(不同空间谐波的相移常数相同)，β_n，T_n 分别为 n 次空间谐波的纵向相移常数和横向相移常数. 当 $|\beta_n|>k$ 时，T_n 为虚数，为了方便，常令 $T_n=\mathrm{j}\tau_n$.

利用圆柱坐标系下场分量与 Borgnis 位函数的关系式[8] 可求出 $N+1$ 区的场分量

$$E_{z,N+1}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}T_n^2A_nf_n(\rho)\cos\beta_nz, \tag{8}$$

$$E_{\rho,N+1}=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\beta_nA_nf_n'(\rho)\sin\beta_nz, \tag{9}$$

$$H_{\phi,N+1}=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{j}\omega\varepsilon A_nf_n'(\rho)\cos\beta_nz, \tag{10}$$

式中

$$f_n'(\rho)=\frac{\mathrm{d}f_n(\rho)}{\mathrm{d}\rho}=\begin{cases}-T_n\cdot J_1(T_n\rho) & \text{当}\ |\beta_n|\leqslant k,\\ \tau_n\cdot I_1(\tau_n\rho) & \text{当}\ |\beta_n|>k.\end{cases} \tag{11}$$

2）J 区 径向线区，$b\leqslant\rho\leqslant a$，$(J-1)p\leqslant z\leqslant(J-1)p+g$

1 区至 N 区都是径向线区，J 区是这 N 个径向线区中的任意一个，$J=1,2,\cdots,N$. 这 N 个区域场的性质完全相同，都是驻波场，只是由于它们在慢波系统中所处的位置不同而具有不同的相位. 分析知，第 J 个径向线内角向均匀 TM 模形成驻波场的 U 函数可表示为[9]

$$U_J(\rho,\phi,z)=\sum_{m=0}^{\infty}C_{m,J}F_{bm}(\rho)\cos(\beta_{bm}(z-(J-1)p))\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0p. \tag{12}$$

J 区的场分量为

$$E_{z,J}=\sum_{m=0}^{\infty}T_{bm}^2C_{m,J}F_{bm}(\rho)\cos(\beta_{bm}(z-(J-1)p))\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0p, \tag{13}$$

$$E_{\rho,J}=-\sum_{m=0}^{\infty}\beta_{bm}C_{m,J}F_{bm}'(\rho)\sin(\beta_{bm}(z-(J-1)p))\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0p, \tag{14}$$

$$H_{\phi,J}=-\sum_{m=0}^{\infty}\mathrm{j}\omega\varepsilon C_{m,J}F_{bm}'(\rho)\cos(\beta_{bm}(z-(J-1)p))\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0p, \tag{15}$$

式中

$$\begin{aligned}&\beta_{bm}^2+T_{bm}^2=k^2=\omega^2\mu\varepsilon,\\ &\beta_{bm}^2-\tau_{bm}^2=k^2=\omega^2\mu\varepsilon,\\ &\beta_{bm}=m\pi/g \quad m=0,1,2,\cdots,\infty\end{aligned} \tag{16}$$

$$F_{bm}(\rho)=g_{bm}(a)f_{bm}(\rho)-f_{bm}(a)g_{bm}(\rho), \tag{17}$$

$$f_{bm}(\rho)=\begin{cases}J_0(T_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}\leqslant k,\\ I_0(\tau_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}>k,\end{cases} \tag{18a}$$

$$g_{bm}(\rho)=\begin{cases}N_0(T_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}\leqslant k,\\ K_0(\tau_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}>k,\end{cases} \tag{18b}$$

$$F'_{bm}(\rho)=g_{bm}(a)f'_{bm}(\rho)-f_{bm}(a)g'_{bm}(\rho), \tag{19}$$

$$f'_{bm}(\rho)=\begin{cases}-T_{bm}J_1(T_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}\leqslant k,\\ \tau_{bm}I_1(\tau_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}>k,\end{cases} \tag{20a}$$

$$g'_{bm}(\rho)=\begin{cases}-T_{bm}N_1(T_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}\leqslant k,\\ -\tau_{bm}K_1(\tau_{bm}\rho) & \text{当 } \beta_{bm}>k.\end{cases} \tag{20b}$$

为了区别,这里给径向线区物理量加了一个下标 b.

由径向线区场分量表达式不难发现,当 $\beta_0 p=\pi$ 时,所有径向线区的场均为零. 由此可知,整腔结尾谐振腔链不存在 π 模. 这一结论与文献[3]一致.

3 整腔结尾谐振腔链角向均匀 TM 模的色散关系

利用各子区间公共界面上场匹配条件,推导出场表达式中 $N+1$ 组待定系数 $A_n(n=-\infty,\cdots,0,\cdots,\infty)$及 $C_{m,J}(m=0,1,\cdots,\infty,J=1,2,\cdots,N)$所满足的线性方程组,由线性方程组有非零解的条件得出色散关系.

让切向电场 E_z 在 $\rho=b$ 柱面上处处匹配,得

$$EA_n=\frac{2}{L}\sum_{J=1}^{N}\left(\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0 p\sum_{m=0}^{\infty}EC_{m,J}IC_{mn,J}\right), \tag{21}$$

式中

$$EA_n=T_n^2A_nf_n(b), \tag{22}$$

$$EC_{m,J}=T_{bm}^2\cdot C_{m,J}\cdot F_{bm}(b)\quad J=1,2,\cdots,N, \tag{23}$$

$IC_{mn,J}$为两个余弦函数乘积在 J 区的积分值.

$$IC_{mn,J}=\int_{(J-1)p}^{(J-1)p+g}\cos\beta_{bm}[z-(J-1)p]\cos\beta_n z\,\mathrm{d}z. \tag{24}$$

让切向磁场 H_ϕ 在 $\rho=b$ 柱面上处处匹配,得

$$EC_{l,J}=\frac{T_{bl}^2}{R_{bl}}\frac{2}{g\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0 p}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{R_n}{T_n^2}IC_{\ln,J}\cdot EA_n\quad l=1,2,\cdots,\infty,$$

$$EC_{0,J}=\frac{T_{b0}^2}{R_{b0}}\frac{1}{g\cos\left(J-\frac{1}{2}\right)\beta_0 p}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{R_n}{T_n^2}IC_{0n,J}\cdot EA_n\quad l=0,$$

$$J=1,2,\cdots,N \tag{25}$$

式中

$$R_{bl}=F'_{bl}(b)/F_{bl}(b)\quad l=0,1,2,\cdots,\infty, \tag{26}$$

$$R_n=f'_n(b)/f_n(b)\quad n=-\infty,\cdots,0,\cdots,\infty. \tag{27}$$

(21)和(25)式表示待定系数 EA_n,$EC_{m,J}(J=1,2,\cdots,N)$之间的关系. 将(25)式代入(21)式,经过运算,得

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty}\left\{\frac{2}{Lg}\frac{R_q}{T_q^2}\left[2\sum_{l=0}^{\infty}\frac{T_{bl}^2}{R_{bl}}\sum_{J=1}^{N}IC_{lq,J}\cdot IC_{ln,J}-\frac{T_{b0}^2}{R_{b0}}\sum_{J=1}^{N}IC_{0q,J}\cdot IC_{0n,J}\right]-\delta_{qn}\right\}EA_q=0$$

$$n=-\infty,\cdots,-1,0,1,\cdots,\infty, \tag{28}$$

式中

$$\delta_{qn}=\begin{cases}1 & q=n,\\ 0 & q\neq n.\end{cases} \tag{29}$$

这里需说明,本文中整型变量 q 和 n 具有相同的取值范围$(-\infty,\infty)$,整型变量 l 和 m 也具有相同取值范围$[0,\infty)$.

(28)式即为待定系数 EA_q 所满足的方程组. 它是一个由无穷个方程(n 从 $-\infty$到∞取值)组成的齐次线性方程组,每一个方程又有无穷个未知量 EA_q(q 从 $-\infty$到∞取值),每一未知量 EA_q 前的系数又是一无穷级数. 该齐次线性方程组有非零解的条件是其系数行列式的值为零.

$$\det(D(k,\beta_0))=0, \tag{30}$$

式中无穷方阵 $D(k,\beta_0)$的第 n 行第 q 列元素 $D_{nq}(k,\beta_0)$为

$$D_{nq}(k,\beta_0)=\frac{2}{Lg}\frac{R_q}{T_q^2}\left[2\sum_{l=0}^{\infty}\frac{T_{bl}^2}{R_{bl}}\sum_{J=1}^{N}IC_{lq,J}\cdot IC_{ln,J}-\frac{T_{b0}^2}{R_{b0}}\sum_{J=1}^{N}IC_{0q,J}\cdot IC_{0n,J}\right]-\delta_{qn}$$

$$n,q=-\infty,\cdots,0,\cdots,\infty. \tag{31}$$

(30)式即为所求的整腔结尾的 N 腔谐振腔链角向 TM 模的色散关系. 它是一个代数方程,其等号左边行列式的计算遇到了无穷阶问题. 此外,在计算行列式每一元素 $D_{nq}(k,\beta_0)$时又遇到了无穷项求和问题. 实际计算时,对这两个"无穷问题"处理的一般方法是:根据计算精度要求,对行列式截取有限阶、对元素 $D_{nq}(k,\beta_0)$截取有限项进行数值计算.

4 整腔结尾谐振腔链角向均匀 TM 模的场分布

在某一工作模式(即给定 β_0 值)下,由色散方程

(30)求解该工作模式的固有角波数 k，k 值有很多，它从小到大排列，每一个 k 值对应着一个电磁模式，第一个 k 值(最小的)对应 TM_{010}模，第二个 k 值对应 TM_{020}模，以此类推.

把某一电磁模式下某一工作模式的 k 值代入(28)式，并令 $EA_0=1$(原因见文献[9])，可计算出其余的 EA_q，亦即确定了该模式下慢波驻波区的全部待定系数 EA_q，进而由(25)式可确定该模式下所有径向线区的待定系数 $EC_{l,J}$. 最后，由 EA_n 和 $EC_{m,J}$不难计算出 A_n 和 $C_{m,J}$. 把它们代入各区场表达式，就计算出了该模式下各区的场分布.

5 对实际器件——四腔渡越管的求解

四腔渡越管的高频结构就是一个整腔结尾的四腔谐振腔链，其尺寸为 $a=9.7$ cm，$b=4$ cm，圆盘厚度 $t=0.5$ cm，两盘之间的间隙距离 $g=5$ cm，空间周期 $p=g+t=5.5$ cm，谐振腔的总长 $L=4p=22$ cm.

5.1 四腔渡越管的谐振频率

编程序求解色散关系(30)式，得出四腔渡越管的谐振频率见表 1. 四腔渡越管 TM_{010}模的色散曲线示于图 2. 由于四腔渡越管的高频结构是一个四腔谐振腔链，所以它的每一条色散曲线实际上都只是 4 个离散的色散点，π 模所对应的色散点实际上不存在.

表 1 四腔渡越管 TM_{010}模下各谐振模式的频率

谐振模($\varphi_0=\beta_0 p$)	谐振频率 f/GHz
0 模	1.030
$\pi/4$ 模	1.220
$2\pi/4$ 模	1.260
$3\pi/4$ 模	1.297
(π 模)	(1.476)

注：π 模因其场分量全为零，实际上不存在，所以 π 模相应的数据加上了括号.

5.2 四腔渡越管的场分布

四腔渡越管有无穷多个角向均匀 TM 模，TM_{010}模，TM_{020}模等，每一个电磁模式下都有 4 个谐振模式(0，$\pi/4$，$2\pi/4$ 和 $3\pi/4$)，这 4 个模式的谐振频率和场分布各不相同. 这里以 TM_{010}模为例，利用第 3 节的方法逐个求出该电磁模式下各谐振模式的场分布. 为了节省篇幅，这里只示出 TM_{010}模下各谐振模式 E_z 场分布的曲面图(见图 3、图 5、图 7 和图 9). 此外，为了研究电子束通道上 E_z 场的分布情况，还示出了电子束通道上 E_z 场的分布曲线，见图 4、图 6、图 8、图 10 中实线. 四腔渡越管实验所用的电子束是环形电子束，其内半径为 2.8 cm，外半径为 3.5 cm，束厚度为 0.7 cm，故该环形束的中心处 $R=3.2$ cm，用该处 E_z 的轴向分布可表示束流通道上 E_z 沿轴向的分布. 图 4、图 6、图 8、图 10 中虚线表示靠近圆盘内孔壁处($R=3.9$ cm) E_z 沿轴向的分布.

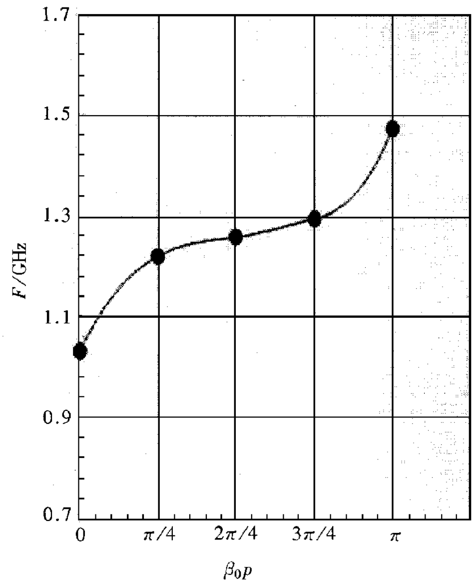

图 2 四腔渡越管 TM_{010}模的色散曲线

5.3 对四腔渡越管 E_z 场的分析

图 3、图 5、图 7 和图 9 示出四腔渡越管各模式 E_z 场的曲面分布图. 由它们可以看出渡越管径向线区($b\leqslant\rho\leqslant a$)和慢波驻波区($0\leqslant\rho\leqslant b$) E_z 场的分布具有明显不同的特征. 在每个径向线区内，E_z 场都沿轴向等幅分布，而在慢波驻波区，E_z 场沿轴向并不是等幅分布，有点像余弦分布. 不过这种余弦分布随 R 的增大逐渐过渡到阶跃分布(见图 4、图 6、图 8 和图 10 中虚线)，阶跃分布中每一段(对应一个空间周期)可近似看作等幅分布.

图 4、图 6、图 8 和图 10 示出四腔渡越管各模式 E_z 场在 $R=3.2$ 和 3.9 cm 处的轴向分布图. $R=3.2$cm表示环形电子束(内半径为2.8cm，外半径

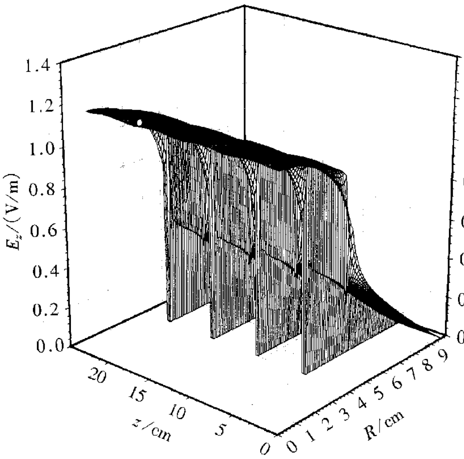

图 3　0 模 E_z 场分布曲面图

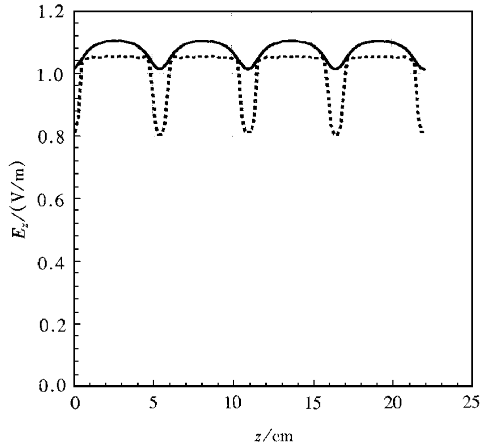

图 4　0 模 E_z 场在 $R = 3.2$,3.9 cm 处的轴向分布图
——为 $R = 3.2$ cm,···为 $R = 3.9$ cm

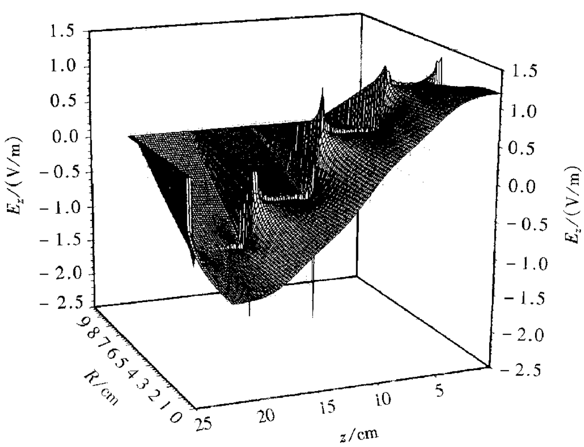

图 5　π/4 模 E_z 场分布曲面图

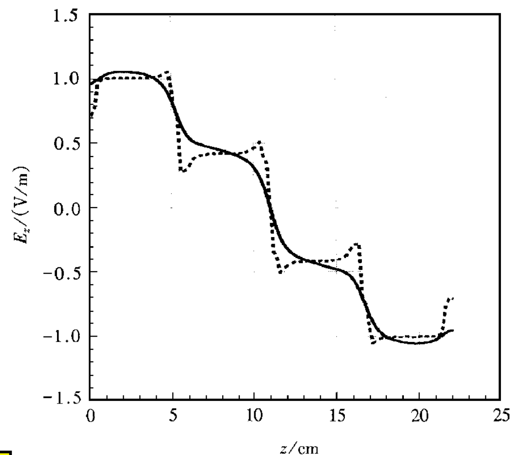

图 6　π/4 模 E_z 场在 $R = 3.2$,3.9 cm 处的轴向分布图　图注同图 4

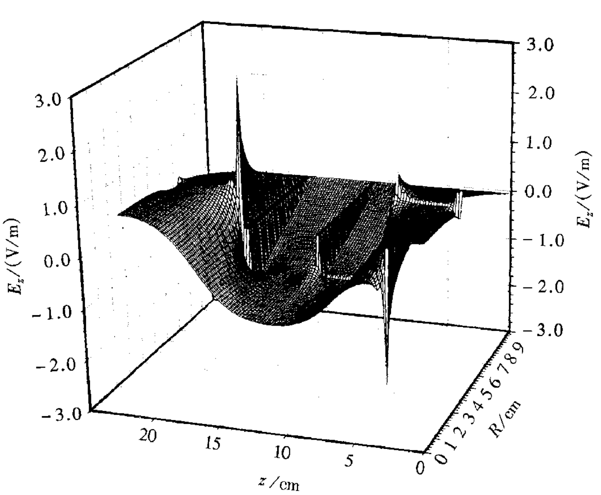

图 7　2π/4 模 E_z 场分布曲面图

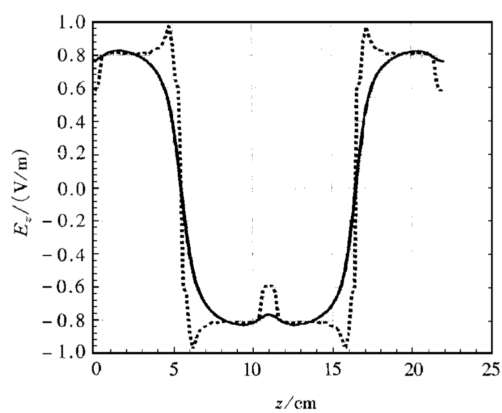

图 8　2π/4 模 E_z 场 $R = 3.2$,3.9 cm 处的轴向分布图　图注同图 4

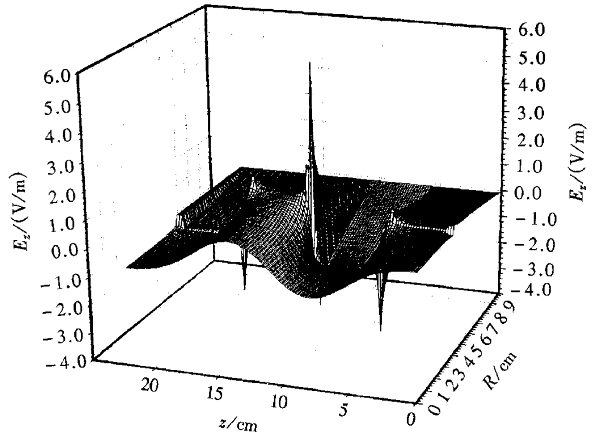

图 9 $3\pi/4$ 模 E_z 场分布曲面图

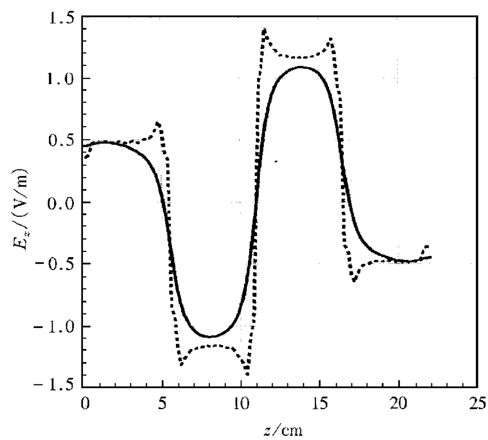

图 10 $3\pi/4$ 模 E_z 场 $R=3.2$，3.9 cm 处的轴向分布 图注同图 4

为 3.5 cm)的中心，该处的场可表示环形电子束通道上的 E_z 场，电子束正是与此处 E_z 场相互作用产生微波振荡，所以此处的场分布是我们最关心的，为了醒目，在图中用实线表示. $R=3.9$ cm 表示径向线区和慢波驻波区的交界面，此处 E_z 的分布(图中的虚线)在每个腔内基本上接近等幅分布. 比较 $R=3.2$ cm 和 $R=3.9$ cm 两条曲线，易知 除零模外，在两区交界面处 E_z 场幅值最大，离开交界面处幅值相对降低，由此可通过改变电子束与交界面的距离来调节电子束与微波场相互作用的强度.

由第 1 节的分析知，整腔结尾的谐振腔链中不存在 π 模，所以四腔渡越管不存在 π 模，但由四腔渡越管 E_z 的分布图来看，四腔渡越管中有一个模式的场分布与 π 模场分布相似，它是 $3\pi/4$. 由图 10 可以看出，这个模式的 E_z 场在不同的腔内依次反向振荡，只是振荡幅度不是等幅的，在近似处理中，可以把这个模式当作等幅 π 模场，从而可以引用 π 模驻波场中渡越时间效应的理论来描述该渡越管中的渡越时间效应.

由四腔渡越管 E_z 场分布图可知，某一谐振模式下 E_z 场沿一个空间周期的相移即为该模式的 φ_0 值($\varphi_0=\beta_0 p$). 如 $3\pi/4$ 模 E_z 场沿一个空间周期的相移就是 $3\pi/4$，沿整个四腔渡越管的相移就是 $4\times 3\pi/4=3\pi$，由图 10 中的实线极易看清这一点.

6 结 束 语

本文在引入慢波驻波的基础上，用场论的方法直接解析求解整腔结尾的 N 腔谐振腔链的色散关系及谐振腔链内全区域的场分布，得到与数值法相同的结果. 与文献中常用的两种解析法——等效电路法和行波合成法相比，该解析法的精度要高得多，它能计算出场分布的精细结构，而文献所用的解析法只能计算出场分布的大概轮廓，但两者所揭示场分布的规律基本一致. 这验证了本文解析法的正确性，证实了用它来解决实际问题的可行性及有效性.

本文解析法，还能求出整腔结尾的 N 腔谐振腔链内慢波驻波各空间谐波分量的大小，有助于进一步研究谐振腔链中束波互作用的机理.

此外，在本文的解析法中，作者提出了一些自己的见解，如慢波驻波表达式、径向线内驻波场相位的表达式及谐振腔工作模式在场表达式中的表示形式等.

[1] G. A. Loew, R. B. Neal, Linear Accelerators (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970), p. 65.

[2] R. M. Bevensee, Electromagnetic Slow Wave Systems (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1964).

[3] S. Y. Chen, *High Energy Physics and Nuclear Physics*, **6** (1982), 546 (in Chinese) [陈森玉，高能物理与核物理，**6** (1982), 546].

[4] R. W. Lemke, *J. Appl. Phys.*, **72** (1992), 4422.

[5] A. Katz, Linear Accelerators (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970), p. 617.

[6] J. E. Rowe, Nonlinear Electron-Wave Interaction Phenomena (Academic Press, New York, 1965), Chap. 1.

[7] D. A. Watkins, Topics in Electromagnetic Theory (Wiley, New York, 1958), p. 1.

[8] K. Q. Zhang, D. J. Li, Electromagnetic Theory in Microwave and Optoelectronics (Publishing House of Electronic Industry, Beijing, 1994), p. 259 (in Chinese) [张克潜、李德杰，

微波与光电子学中的电磁理论(电子工业出版社,北京,1994),第 259 页].

[9] Z. K. Fan, Ph.D. Thesis (Beijing Graduate School, China Academy of Engineering Physics, Beijing, 1999), p. 62 (in Chinese) [范植开,博士学位论文 (中国工程物理研究院北京研究生部,北京,1999),第 62 页].

ANALYTIC RESEARCH ON THE DISPERSION RELATION AND FIELD DISTRIBUTION OF THE RESONANT CAVITY CHAIN*

FAN ZHI-KAI LIU QING-XIANG

(*Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang* 621900, *China*)

(Received 23 August 1999; revised manuscript received 27 December 1999)

ABSTRACT

Starting from homogeneous scalar Helmholtz's equations associated with Borgnis potential function in a cylindrical coordinate system, and based on the standing wave concept of slow-wave introduced in the paper, the analytic expressions of the dispersion relation and field distribution for azimuthally symmetric transverse magnetic modes in the resonant cavity chain with full-cavity terminations are derived, by using boundary conditions for Borgnis potential function in conjunction with field matching conditions at the common interface between adjacent subregions. The resonance frequency of the four-cavity transit-time tube oscillator calculated by this analytic method is compared with that measured in experiments and it is found that they are in agreement quite well. The field distribution of the oscillator developed by this analytic method is agreeable to that simulated by numerical code.

Keywords: resonant cavity chain, dispersion relation, field distribution, analytic method

PACC: 1150, 0230

* Project supported by the Laser Domain of the Chinese National High Technology Research and Development Plan (Grant No. 863-410-7-2-1).