

增益(损耗)介质中高功率激光束的 小尺度自聚焦理论研究*

文双春[†] 范滇元

(中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家重点实验室,上海 201800)

(1999 年 11 月 16 日收到)

将 Bspalov-Talanov 理论推广到介质有增益(损耗)的情形,揭示了在介质有增益或损耗从而光强随传输距离变化的情况下小尺度自聚焦的特性.主要是在一定的输入功率下,小尺度调制增长的临界频率、最快增长频率及其对应的最大增益(B 积分)均随介质增益或传输距离的增大而增大,对于确定的输出功率,随介质增益的提高, B 积分值变小,同时最快增长频率向低频方向移动.利用局部能量守恒定律唯象地研究了增益和损耗对激光束成丝的影响,发现增益使成丝距离延长而损耗使成丝距离缩短.讨论了介质增益和损耗对高功率激光放大器设计的影响.尽量使激光器在小输入高增益状态下运行,可以从某种程度上抑制因小尺度自聚焦而导致的介质破坏效应.

关键词:自聚焦,成丝,强激光传输

PACC: 4265J

1 引 言

在激光惯性约束聚变中,强激光通过介质时所出现的自聚焦现象是一个阻碍着激光驱动器负载的提高和使光束质量变坏的重大实际问题.其中光束的整体自聚焦导致光束的相位畸变,这种畸变可看作是光束自感应像差;小尺度自聚焦比整体自聚焦的危害性要大得多,因为它使光束因小的相位和振幅调制而变得局部不稳定,进而使光束分裂成一根根强度非常高的细丝,导致激光介质的局部破坏.因此,对实际系统中的小尺度自聚焦的研究具有十分重要的意义.

Bspalov 和 Talanov^[1]关于小尺度自聚焦的经典理论对成丝现象给出了比较简单而清晰的解释.该理论假定了横截面上平均光强是常数,传输过程中不随距离 z 变化.在此基础上对小尺度扰动导出了简化的传输方程和最快增长频率、最大增长系数 B 等著名结果.对于光强随 z 变化的实际情况,只在最后结果中作了简单推广处理,即把 B 参数的表达式从光强和介质长度的相乘修改为光强沿传输长

度的积分,并取名为 B 积分.文献^[2]进一步把 B 积分作为强激光系统设计的重要判据之一,用以衡量小尺度非线性效应的程度.但是,在实际系统中,常常需要考虑增益和损耗的作用.因此有必要质疑:当介质有增益和损耗从而光强是传输距离的函数时,原先推导的小尺度传输方程正确与否?解析解和 B 积分表达式要否修正?另外,在国家点火装置(NIF)的设计中,关于小尺度调制增长的谱图也是在光强不变的前提下计算的,由于光强随传输距离变化时,最快增长频率和临界频率都随之改变,自然会问:小尺度调制增长的谱图将发生怎样的变化?对总体设计有什么影响?本文推导出了介质有增益(损耗)情形下激光束的小尺度自聚焦方程,利用线性扰动理论,在假设正弦调制随传输距离指数增长条件下求得了小尺度调制增益谱的表达式.对解析结果的数值分析揭示了在介质有增益或损耗从而光强随传输距离变化的情况下小尺度自聚焦的一些新的特性.根据文献^[3]的所谓定域能量守恒,得到了在介质有增益或损耗情形下激光束成丝距离的表达式.讨论了介质增益和损耗对高功率激光器设计的影响.

* 国家高科技惯性约束聚变(ICF)基金(批准号 863-416-5)资助的课题.

[†] 通信地址:上海 800-211 信箱联合室,上海 201800.

2 小尺度调制方程

作为研究出发点的准稳态波动方程为

$$\nabla_{\perp}^2 E + 2jk \frac{\partial E}{\partial z} = -2k^2 \left(\frac{\Delta n}{n_0} \right) E, \quad (1)$$

式中 $k = \frac{\omega}{c} n_0 = k_0 n_0$, 电场 E 已分离了光频快变部分 $\exp[i(kz - \omega t)]$ 并作了行波坐标变换, Δn 是相对于线性折射率而言的附加变化, 对于有增益或损耗的 Kerr 介质

$$\Delta n = \frac{n_2}{2} |E|^2 - j \frac{n_0}{2k} \beta, \quad (2)$$

式中 n_2 是非线性折射系数, $\beta > 0$ 表示增益, $\beta < 0$ 表示损耗系数.

对于小尺度调制情况, 按常规处理方法, 把实际电场分解为横截面上平均场和调制场两个组成部分:

$$E(x, y, z) = E_s(z) [1 + \epsilon(x, y, z)] = E_s(z) \cdot [1 + u(x, y, z) + jv(x, y, z)], \quad (3)$$

E_s 是电场在横截面上的平均值, ϵ 是调制场的归一化值(相对于 E_s 归一), 无量纲, 且满足“弱调制”条件 $|\epsilon| \ll 1$. 平均场是下列方程的解:

$$\frac{\partial E_s}{\partial z} = jk \left(\frac{\Delta n}{n_0} \right) E_s, \quad (4)$$

(4) 式有形式解:

$$E_s(z) = E_0 \exp \left(jk \int_0^z \frac{\Delta n}{n_0} dz \right) = E_0 \exp \left[\frac{\beta z}{2} + jk \int_0^z \frac{n_2}{2n_0} |E_s|^2 dz \right], \quad (5)$$

之所以称为“形式解”, 是因为 Δn 也是 E_s 的函数, 所以并没有直接得到方程的最终解. 但这个形式解提供了有用的信息和方便的表达形式, 有助于进一步的分析.

为导出小尺度调制场满足的传输方程, 将(5)式代入(3)式, 得总电场表达式为

$$E(x, y, z) = E_0 \exp \left[\frac{\beta z}{2} + jk \int_0^z \frac{n_2}{2n_0} |E_s|^2 dz \right] \cdot [1 + u(x, y, z) + jv(x, y, z)], \quad (6)$$

代入波动方程(1), 并利用弱调制条件 $|\epsilon| \ll 1$, 即略去 u, v 的二次方项, 分离实部和虚部, 最后导出小

尺度调制场的传输方程:

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp}^2 u - 2k \frac{\partial v}{\partial z} + 2k^2 \frac{n_2}{n_0} E_0 \exp(\beta z) u &= 0, \\ \nabla_{\perp}^2 v + 2k \frac{\partial u}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

注意到在仅有非线性折射率作用时, $\beta = 0$, 结果与原有理论一致.

3 介质增益(损耗)对小尺度调制增益谱和 B 积分的影响

方程(7)是线性方程组, 原则上可以解析求解, 但精确地求解较复杂. 这里按常规处理方法, 假设正弦扰动的谱分量随传输距离指数增长:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{pmatrix} e^{\alpha z} \sin(q_x x) \sin(q_y y), \quad (8)$$

式中 $q_{\perp} = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$ 是谱分量的横向波矢, 其倒数与扰动的横向特征尺寸有关, $G(z)$ 是扰动增益. 注意在介质没有增益或损耗的情况下, Besselov-Talanov 理论假定扰动指数增长的形式为 $G(z) = gz$, g 是增长率, 且

$$g = \frac{q_{\perp}}{2k} (q_{\omega}^2 - q_{\perp}^2)^{1/2}, \quad (9)$$

$q_{\omega} = (2k^2 n_2 E_0^2 / n_0)^{1/2}$ 是临界增长频率.

将(8)式代入方程组(7), 消去 \tilde{u}, \tilde{v} , 得到扰动增益满足的常微分方程:

$$\frac{dG}{dz} = \frac{q_{\perp}}{2k} (q_c^2 - q_{\perp}^2)^{1/2}, \quad (10)$$

式中 $q_c = q_{\omega} \exp(\beta z / 2)$ 相当于临界频率. (10) 式亦即扰动的增长率 $g = dG/dz$. (10) 式在形式上虽然与(9)式相同, 但内涵却不一样. 首先(10)式说明, 由于不稳定增长的上限频率 q_c 正比于背景强度, 而背景强度由于增益或损耗而随 z 变化, 因而不稳定增长的频率范围随 z 变化. 其次, 扰动的增长率也随 z 变化. 因此, 可以预计, 在介质存在增益或损耗的情况下, 最快增长频率 $q_{\perp m}$ 和最大增长率不再像 Besselov-Talanov 理论中那样保持不变. 进一步分析如下:

方程(10)的解为

$$G(z, \beta, q_{\perp}) = \frac{q_{\perp}}{k\beta} \left[\sqrt{q_c^2 - q_{\perp}^2} - \sqrt{q_{\omega}^2 - q_{\perp}^2} + q_{\perp} \cdot \arccos \frac{q_{\perp} + \sqrt{(q_c^2 - q_{\perp}^2)(q_{\omega}^2 - q_{\perp}^2)}}{q_c} \right]. \quad (11)$$

(11) 式即是小尺度调制增益谱的表达式. 在实际分析中, 最感兴趣的是小尺度调制的最快增长频率 $q_{\perp m}$ 及其对应的最大增益 $G_m(z, \beta, q_{\perp m})$. 对于确定的传输距离 z , 令 $\frac{\partial}{\partial q_{\perp}} G(z, \beta, q_{\perp}) = 0$, 解此方程可得到 $q_{\perp m}$. 当 $q_{\perp} = q_{\perp m}$ 时, $G(z, \beta, q_{\perp})$ 取最大值 $G_m(z, \beta, q_{\perp m})$. 根据 Besselov-Talanov 理论对 B 积分的定义: $B \sim \int_0^{\infty} g_m(z', \beta, q_{\perp}) dz' = G_m(z, \beta, q_{\perp m})$. 由(11)式求出 $q_{\perp m}$ 和 B 积分的表达式是可能的, 但由于(11)式本身较复杂, 所以仅从其表达式还是看不出增益谱的特征, 这里直接对(11)式作数值分析. 由于增益和损耗是两种相反的效应, 了解了其中一种对小尺度自聚焦的影响, 也就可以了解另一种的影响. 所以, 这里仅考虑介质有增益的情形.

假定激光束的波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$, 通过一根长度为 $z = 20 \text{ cm}$, 折射率为 $n_0 = 1.56$ 的钕玻璃棒. 选择无增益(损耗)时的 B 积分值 $B_0 = 2$, 那么, 根据 Besselov-Talanov 理论, $q_{c0} = \sqrt{4kB_0/z}$. 以下分两种情形讨论增益对小尺度调制增益谱的影响.

3.1 输入功率一定

如果输入功率一定, 则 q_{c0} 一定. 取上面给定的参数, 图 1 是增益系数 β 分别取 0, 0.02, 0.05 和 0.08 cm^{-1} 情况下的调制增长谱图. 由图 1 可以看出, 介质增益增大, 则小尺度调制谱的范围加宽, 最快增长频率增大, 扰动的最大增益提高, 相应的 B 积分也增大. 这说明介质增益在使背景光强放大的

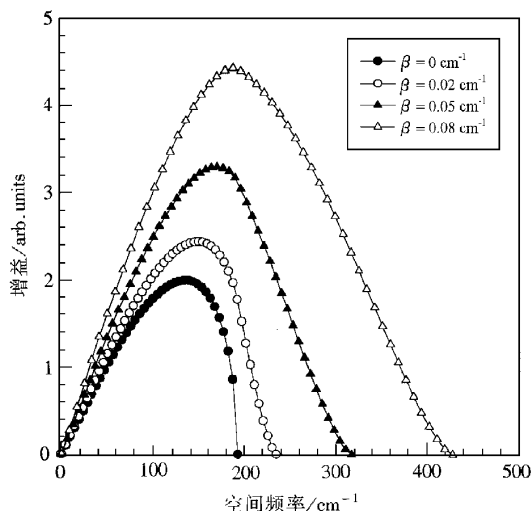


图 1 输入功率和传输距离一定的情况下, 小信号增益取不同值时的小尺度调制的增益谱 $z = 20 \text{ cm}$

同时, 也使小尺度扰动进一步增长.

还研究了在介质增益一定的情形下小尺度调制随传输距离的变化. 图 2 是 $\beta = 0.05 \text{ cm}^{-1}$, $z = 10, 15$ 和 20 cm 时的调制增长谱图. 由图 2 可以看出, 小尺度调制谱随传输距离的变化规律与图 1 所示情形, 即传输距离一定时小尺度调制谱随介质增益的变化规律相似. 亦即随传输距离增大, 临界频率、最快增长频率和最大增益均增大. 这说明具有较低增长率的低频成分通过长距离的传输得到补偿, 而高频成分进一步得到放大, 从而将增益谱的范围增大. 所以, 在有增益或损耗的情况下, 小尺度扰动在整个传输过程中不再像恒定光强情形时那样只有一个最快增长频率.

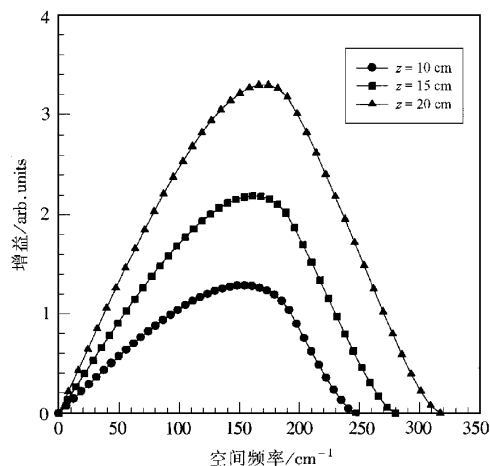


图 2 输入功率和增益一定的情况下, 不同的传输距离内小尺度调制的增益谱 $\beta = 0.05 \text{ cm}^{-1}$

3.2 输出功率一定

尽管在一定的输入功率下, 介质增益使小尺度扰动的最大增益(B 积分)变大, 如图 1 所示. 但这并不说明介质增益是个有害的因素而损耗对抑制小尺度自聚焦有利. 因为对于高功率激光放大器而言, 总是期望对一定的输入功率要获得尽可能高的输出功率, 所以更关心的是输出功率相同的情况下, 介质增益对调制谱和 B 积分的影响.

要求输出功率一定, 则要求 q_c 恒定. 对于一定的传输距离, 增益越大, 则要求输入功率越小, 从而 q_{c0} 越小. 图 3 是输出功率一定, 增益系数 β 分别取 0, 0.02, 0.05 和 0.08 cm^{-1} 情况下的调制增长谱图. 由图 3 可以看出, 介质增益越大, 则小尺度调制的最大增益越小, 相应的 B 积分也小. 所以, 在高功率激

光放大器中,让输入功率较小的激光束通过增益系数尽可能大的增益介质,这样一方面可以获得高功率的激光束,另一方面可以从某种程度上抑制激光束通过放大介质时产生的小尺度自聚焦.应该指出的是,随增益的增大,小尺度调制的 fastest 增长频率向低频方向移动.

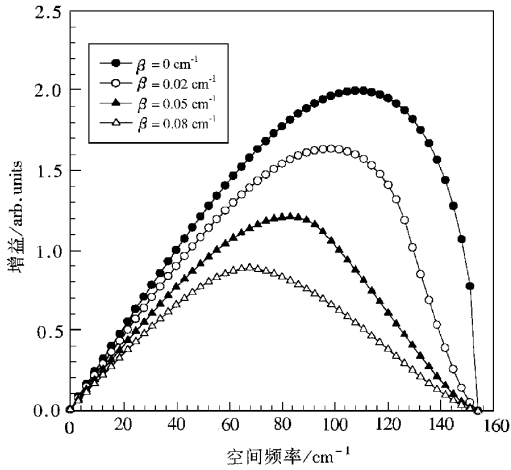


图3 输出功率和传输距离一定的情况下,小信号增益取不同值时的小尺度调制的增益谱 $z = 20 \text{ cm}$

4 增益和损耗对成丝距离的影响

为了考察增益和损耗对激光束成丝距离的影响,这里采用文献[3]的唯象方法.

强激光束在介质中传输时,叠加在背景光场上的小尺度调制不断从背景光场中提取能量,最后形成稳定的细丝.通过上面的分析,不难发现,不同频率(尺寸)的小尺度调制对应不同的增长率,其中具有最快增长频率的调制具有最大增长率,因而最先形成细丝.这种频率成分危害最大,应重点关注.实验^[4]也表明,每一根细丝对应某一特定的频率成分,细丝的大小为 $(\pi/q_x) \times (\pi/q_y)$. 因为假定背景光场和扰动均有无穷大的横向范围,所以将大小为 $(\pi/q_x) \times (\pi/q_y)$ 的特征单元作为研究对象可方便地考察单根细丝的形成过程.在每个特征单元中的扰动只能从该单元内的背景光场中提取能量,从而使自己获得放大.扰动能够提取的最大能量是该单元内背景光的总能量,此后扰动将停止增长,形成稳定的细丝.这就是所谓的局部能量守恒定律^[3].将此定律运用到最快增长扰动上,设扰动停止增长处离初始位置的距离(即成丝距离)为 Z_{ff} .在 Z_{ff} 处,每个特征单元内扰动的能量为

$$\int_0^{\pi/q_x} \int_0^{\pi/q_y} |u + jv|^2 dx dy = \frac{1}{4} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) \exp(G_m(Z_{ff}, \beta, q_m)) \frac{\pi^2}{q_x q_y} \quad (12)$$

这个能量是从背景光场中提取的.在每个特征单元内背景光场的初始能量为 $|E_0|^2 (\pi^2/q_x q_y)$,传输 Z_{ff} 距离后,因放大或损耗而变成 $|E_0|^2 (\pi^2/q_x q_y) \cdot \exp(\beta Z_{ff})$.因此,在扰动停止增长处

$$|E_0|^2 (\pi^2/q_x q_y) \exp(\beta Z_{ff}) = \frac{1}{4} (\bar{u}^2 + \bar{v}^2) \exp(G_m(Z_{ff}, \beta, q_m)) \frac{\pi^2}{q_x q_y} \quad (13)$$

如果 G_m 取 Besselov-Talanov 理论中的形式,即 $G_m(Z_{ff}, \beta, q_m) = g_m Z_{ff}$, g_m 是最大指数增长率,则由(13)式得

$$Z_{ff} = \frac{1}{g_m - \beta} \ln\left(\frac{2}{\delta}\right) \quad (14)$$

式中 $\delta = \sqrt{|\bar{u}^2 + \bar{v}^2|} / E_0$.当 $\beta = 0$ 时,(14)式与文献[5]的半经验公式符合较好.文献[5]的半经验公式为 $Z_{ff} = \frac{1}{g_m} \ln\left(\frac{\rho}{\delta}\right)$,其中 $\rho \approx 3$ 时与实验结果符合较好.由(14)式可以看出,增益($\beta > 0$)使成丝距离延长,而损耗($\beta < 0$)使成丝距离变短.因此,如果介质增益足够大,那么可以使激光束成丝的距离超过介质的长度,从而有效地抑制介质内的小尺度自聚焦.这再一次说明提高增益是抑制小尺度自聚焦的有效途径之一.

5 结论与讨论

在综合考虑衍射、放大(损耗)、自聚焦三种过程同时作用的情况下,研究了强激光束的小尺度自聚焦问题,得到了光强随传输距离变化时,临界频率、最快增长频率以及 B 积分的变化规律.对于确定的输出功率,介质增益越大,最快增长频率对应的最大增益越小,因而 B 积分值也越小;同时,介质增益越大,成丝距离越长.所以,为了抑制高功率激光系统中的小尺度自聚焦,应尽量提高放大器的增益.

在高功率激光系统设计中,使用 B 积分判据必须小心.因为,第一,如上所述,在背景光强因增益或损耗而随传输距离变化时, B 积分也是变化的,并不是像 Besselov-Talanov 理论所预计的那样, B 积分只对应一个最快增长频率.第二,在 Besselov-Talanov 理论和上述分析中,都只是考虑了在初始时

刻对背景光场的调制,而忽略了光束在传输过程中所受到的周围环境的影响.这就意味着一个“干净”的激光传输系统与不干净的系统有相同的 B 积分.这是不符合实际的.由前面的分析可以看出, B 积分值随输入光强、传输距离以及介质增益大小变化,因此,光束在传输途中所受到的某种调制有可能成为最快增长频率成分,其对应的最大增长率也有可能超过初始调制的最大增长率,从而使 B 积分判据估计过低.第三,Bespalov-Talanov 理论和上述分析都是基于线性扰动理论,这种线性分析假定了扰动幅值远远小于背景光的幅值.这种假设只在扰动的初始增长阶段适用,而随扰动的不断增长,它从背景光中提取越来越多的能量,最终其幅度变得可与背景光场相比拟,这时,线性理论不再适用,必须发展小尺度自聚焦的非线性理论.因此,由线性理论得到

的 B 积分必须修正.

在高功率激光系统中,常常用低通空间滤波器来消除危险的小尺度扰动成分,以抑制小尺度自聚焦效应.在考虑增益的情况下,空间滤波器的截止频率应该随介质增益的增大而降低,因为如前所述,尽管增益使 B 积分值减小,但同时也使最快增长频率降低.

- [1] V. I. Bespalov, V. I. Talanov, *JETP Lett.*, **3**(1966), 307.
- [2] J. F. Holzrichter, D. R. Speck, *J. Appl. Phys.*, **47**(1976), 2459.
- [3] S. C. Abbi, N. C. Kothari, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 1929.
- [4] A. J. Campillo, S. L. Shapiro, B. R. Suydam, *Appl. Phys. Lett.*, **23**(1973), 628 **24**(1974), 178.
- [5] B. R. Suydam, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-11**(1975), 225.

THEORY OF SMALL-SCALE SELF-FOCUSING OF INTENSE LASER BEAMS IN MEDIA WITH GAIN AND LOSS*

WEN SHUANG-CHUN FAN DIAN-YUAN

(State Key Laboratory of High Power Lasers and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

(Received 16 November 1999)

ABSTRACT

The Bespalov-Talanov theory is extended to include the effects of gain and loss of the medium. An analytic expression for the growth rate of the ripples is obtained and it reveals some new properties of small-scale self-focusing. For a given input power, the cutoff spatial frequency, the fastest growing frequency and the maximum perturbation growth, in an amplifying medium, increase with the increase of the gain of the medium and propagation distance. For a given output power, as the medium gain increases, the maximum perturbation growth, and thus the B -integral, decreases, while the fastest growing frequency shifts to lower frequency. Also, the expression for the distance at which the filaments are formed is obtained by means of a phenomenological approach, and it is found that the gain (loss) of the medium extends (reduces) the distance. It is thus concluded that it is an effective way to suppress the small-scale self-focusing by increasing the gain of the medium.

Keywords : self-focusing, filamentation, propagation of intense laser beam

PACC : 4265J

* Project supported by the Inertial Confinement Fusion Foundation of the China National High Technology Development Program (Grant No. 863-416-5).