

# 密集波分复用石英光纤通信系统中 受激 Raman 散射的稳态分析模型

巩稼民<sup>1)</sup> 刘娟<sup>1)</sup> 方强<sup>1)</sup> 王永昌<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 西安邮电学院电信系, 西安 710061)

<sup>2)</sup> 西安交通大学现代物理研究所, 西安 710049)

(1999 年 10 月 24 日收到)

假设石英光纤的 Raman 增益谱为线性谱, 并给出了拟合直线. 以此为基础, 得到了前向  $N$  信道受激 Raman 散射稳态耦合波方程的解析解. 这个解析解是在考虑了  $N$  个信号光之间串话下得到的, 它适用于任意功率大小的信号光和任意信道间隔排列的情况.  $N$  个信号光在石英光纤中经过受激 Raman 散射作用后, 具有以下特点: 在传输过程中, 任意两信道的信号光光子通量的比值随光纤的有效相互作用长度、总的输入光子通量和两信道频率间隔按指数规律变化. 解析解与数值解进行了比较, 两者取得了很好的一致.

关键词: 受激 Raman 散射, 密集波分复用, 石英光纤, Raman 放大

PACC: 4265, 4281

## 1 引 言

石英光纤是目前最常用的光纤. 在石英光纤中进行波分复用传输时, 为了减少四波混频效应带来的串话和衰减<sup>[1]</sup>, 非等间隔信道排列方式是采用方案之一. 在这种系统中, 受激 Raman 散射 (SRS) 是影响系统性能的主要因素之一<sup>[2]</sup>. 另外, 人们还可以利用 SRS 制造出光纤宽带 Raman 放大器. 在放大器中, 抽运光与信号光之间也按非等间隔信道方式排列. 在上述的几种系统中, 参加 SRS 相互作用的光波或光信号是多波长或多信道的, 因而其相互作用的过程十分复杂, 为了弄清楚多波长或多信道光信号的 SRS 相互作用的过程, 人们进行过大量的理论和实验研究. 1984 年, Chraplyvy<sup>[3]</sup> 在研究波分复用光纤通信系统中 SRS 带来的负面影响时, 给出了多信道光之间的 SRS 耦合方程组, 并在忽略信号光之间的 SRS 耦合损失条件下, 给出了所谓的小信号解. 1989—1990 年, Kač<sup>[4-6]</sup> 在研究 SRS 光放大器时, 进一步完善了多信道光的 SRS 耦合方程组, 在对石英光纤的 Raman 增益系数作了特定假定的条件下, 给出了石英光纤中多信道光 SRS 耦合方程组的解析解. 但这组解仍然是在忽略了信号光之间的 SRS 相互作用下得到的. 1999 年, 巩稼民等人<sup>[7,8]</sup> 给出了等信道间隔分布时多信道光 SRS 耦合方程组

的解析解. 这组解尽管考虑了信号光之间的 SRS 串音, 但仍然是等信道间隔分布时的特殊情况. 近年来, 高密度波分复用光纤通信系统发展很快, 在这种系统中, 复用信道数目很大, 总的输入功率也很大. 另外, 在光纤宽带 Raman 放大器中, 抽运光功率也很大. 在这种情况下, 小信号理论就失去了意义, 应该给出适用于任意大小信号的更为准确的理论.

## 2 理论模型与分析方法

### 2.1 理论模型

图 1 为  $N$  信道单工波分复用单模光纤传输系统, 以波长  $\lambda_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 为标志的第  $i$  个信道中传输着信号光. 本文安排信道按光波长递增的顺序排列, 即  $\lambda_i > \lambda_j$  ( $i > j$ ). 为了分析方便, 还有以下假设: 只考虑 SRS 的一阶 Stokes 效应, 忽略其他高阶效应; 信道宽度远小于信道间隔; 信道光和 SRS 散射光同处于单模光纤中的同一个传输模式; 各信号光在光纤中的线性衰减系数相同; 忽略自发 Raman 散射带来的能量损失; 不考虑群速度失配问题; 不考虑除 SRS 以外的其他非线性效应带来的影响.

### 2.2 $N$ 信道前向稳态 SRS 耦合方程

在以上的假设下,  $N$  信道前向 SRS 耦合方

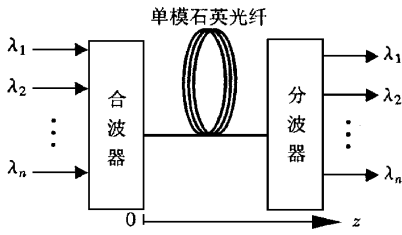


图 1 N 信道单工波分复用单模石英

程<sup>[9,10]</sup>为

$$\frac{dn_i(z)}{dz} = \left[ -\alpha + \sum_{j=1}^N r_{ij}n_j(z) \right] \cdot n_i(z) \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

式中  $n_i(z)$ ,  $n_j(z)$  为  $z$  处  $i, j$  信道中前向传输的光子通量(单位时间内垂直流过光纤有效截面的光子数),  $\alpha$  为线性衰减系数,  $r_{ij}$  为  $i, j$  信道之间光子通量的 Raman 增益系数, 其符号规定如下:

$$r_{ij} \begin{cases} = 0 & (i = j), \\ < 0 & (i < j), \\ > 0 & (i > j), \end{cases} \quad (2)$$

$$r_{ij} = -r_{ji}. \quad (3)$$

$i < j$  时,  $r_{ij}$  取负值, 表示  $i$  信道通过 SRS 向  $j$  信道输出能量.  $i > j$  时,  $r_{ij}$  取正值, 表示  $i$  信道通过 SRS 从信道  $j$  吸收能量.

### 2.3 石英光纤 Raman 增益模型

Stolen 曾经报道了石英光纤的 Raman 功率增益谱的实验测量曲线<sup>[11]</sup>. 在抽运光波长为  $1.0 \mu\text{m}$  时, 其形状如图 2 中虚线所示, 把它记为  $g_0(\Delta\tilde{\nu})$ . 当抽运光波长为  $\lambda_i \mu\text{m}$  时, 其形状大致相同, 但高度发生了变化, 把它记为  $g_i(\Delta\tilde{\nu})$ . 它们的关系为

$$g_i(\Delta\tilde{\nu}) = g_0(\Delta\tilde{\nu}) \gamma \lambda_i \quad (\text{m/W}), \quad (4)$$

式中  $\Delta\tilde{\nu}$  为频率(波数)移动量, 其单位为  $\text{cm}^{-1}$ .  $\lambda_i$

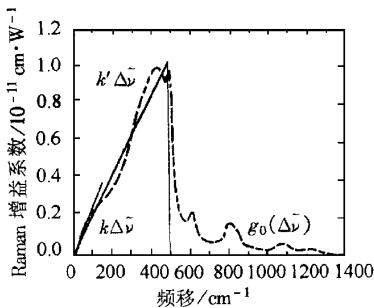


图 2 石英光纤的 Raman 增益谱. 抽运光波长为  $1.0 \mu\text{m}$ .  $---$  为实测曲线,  $—$  为拟合曲线

为一个无量纲量, 其大小为单位为  $\mu\text{m}$  时波长  $\lambda_i$  的值. 在高密度波分复用石英光纤传输系统中, 由于信道间隔很小, 各信道光的波长相差无几, 此时可以认为各信道光产生的 Raman 功率增益谱相同, 考虑到抽运光波长的不同带来的影响, 取其平均值, 即

$$\bar{g}(\Delta\tilde{\nu}) = g_0(\Delta\tilde{\nu}) \gamma \bar{\lambda} \quad (\text{m/W}), \quad (5)$$

式中  $\bar{\lambda}$  为信道波长的平均值, 此处它是一个无量纲量, 其大小取单位为  $\mu\text{m}$  时的值. 从图 2 可以看出, 在  $[0, 500\text{cm}^{-1}]$  的频移范围内, 尤其在  $[0, 100\text{cm}^{-1}]$  的频移范围内,  $g_0(\Delta\tilde{\nu})$  几乎直线增大. 这是一个十分重要的条件, 在目前的高密度波分复用和频分复用石英光纤传输系统中, 信道频率基本都落在  $[0, 100\text{cm}^{-1}]$  之中. 可按照不同的频移范围对  $g_0(\Delta\tilde{\nu})$  进行线性拟合, 拟合直线(图 2 中实线)为

$$g_0(\Delta\tilde{\nu}) = k\Delta\tilde{\nu} \quad (\Delta\tilde{\nu} \in [0, 100\text{cm}^{-1}]) \quad (6)$$

$$g_0(\Delta\tilde{\nu}) = k'\Delta\tilde{\nu} \quad (\Delta\tilde{\nu} \in [100, 500\text{cm}^{-1}]). \quad (7)$$

式中  $k, k'$  为拟合直线的斜率, 其值为  $k = 2.35 \times 10^{-16} \text{ m} \cdot \text{cm/W}$ ,  $k' = 1.80 \times 10^{-16} \text{ m} \cdot \text{cm/W}$ . 以下采用(6)式进行分析计算, 用到(7)式时, 以  $k'$  替换  $k$ . 由 Raman 光子通量增益系数  $r(\Delta\tilde{\nu})$  与功率增益系数  $g(\Delta\tilde{\nu})$  的关系, 可得

$$r(\Delta\tilde{\nu}) = \frac{h\nu k}{\lambda MA_e} \Delta\tilde{\nu} \quad (\text{J/m} \cdot \text{W}), \quad (8)$$

式中  $r(\tilde{\nu})$ ,  $h\nu$ ,  $M$ ,  $MA_e$  分别为平均 Raman 光子通量增益系数、平均光子能量、保偏系数 ( $1 \leq M \leq 2$ ), 光纤有效截面积. 采用(6)式所表示的拟合直线时, 会给  $r(\Delta\tilde{\nu})$  带来 1% 的相对误差. 采用(7)式所表示的拟合直线时, 会给  $r(\Delta\tilde{\nu})$  带来 5% 的相对误差. 当高密度波分复用系统中信道间隔不相等时, 注意到(2)和(3)式所表示的符号规定, 有

$$r_{ij} = -\frac{h\nu k}{\lambda MA_e} (\tilde{\nu}_i - \tilde{\nu}_j) = r_i - r_j \quad (\text{J/m} \cdot \text{W}), \quad (9)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N.$$

$$r_i = -\frac{h\nu k}{\lambda MA_e} \tilde{\nu}_i, \quad (10)$$

式中  $\tilde{\nu}_i$  为  $i$  信道的波数 ( $\tilde{\nu}_i = 1/\lambda_i$ ), 单位为  $\text{cm}^{-1}$ .

### 2.4 石英光纤中 N 信道前向稳态 SRS 耦合方程及其解析解

将(9)和(10)式代入方程(1), 在以上假设下, 石

石英光纤中  $N$  信道前向稳态 SRS 耦合方程及边界条件可具体表示为

$$\frac{1}{n_i(z)} \frac{dn_i(z)}{dz} + \alpha = \sum_{j=1}^N (r_i - r_j) n_j(z), \quad (11)$$

$$i = 1 \dots N,$$

$$n_i(z)|_{z=0} = n_i(0) \quad i = 1 \dots N, \quad (12)$$

式中  $n_i(0)$  为各信道在  $z=0$  处入射的初始光子通量。

方程(11)满足条件(12)式的解析解(详见附录)为

$$n_i = n_i(0) e^{-\alpha z} \frac{n_{\Sigma}(0)}{\sum_{j=1}^N n_j(0) e^{G_{ji}}}, \quad i = 1 \dots N,$$

$$G_{ji} = r_{ji} n_{\Sigma}(0) L_e,$$

$$n_{\Sigma}(0) = \sum_{j=1}^N n_j(0),$$

$$L_e = \frac{1 - e^{-\alpha z}}{\alpha}.$$

(13)

为了说明解的性质,定义归一化光子通量为

$$m_i = \frac{n_i(z)}{n_i(0)} \quad i = 1 \dots N. \quad (14)$$

由(13)式可以看出,在传输过程中,任意两信道归一化光子通量满足以下关系:

$$\frac{m_l}{m_s} = e^{G_{ls}} \quad l, s = 1, 2 \dots N. \quad (15)$$

在等间隔信道排列时,  $\tilde{\nu}_{i+1} - \tilde{\nu}_i = \tilde{\nu}_d$  ( $i = 1 \dots N-1$ ),由(15)式得

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{m_3}{m_2} = \dots = \frac{m_{i+1}}{m_i} = \dots = \frac{m_N}{m_{N-1}} = e^G, \quad (16)$$

$$\text{式中 } G = \frac{h\nu k\nu_d}{\lambda MA_e} n_{\Sigma}(0) L_e.$$

(16)式表明在传输过程中,各信道的归一化光子通量  $m_1, m_2 \dots, m_n$  构成了等比数列,其公比为  $e^G$ 。

在等间隔信道排列、等初始输入( $n_i(0) = n_{in}$ )时,由(16)式得

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2} = \dots = \frac{n_{i+1}}{n_i} = \dots = \frac{n_N}{n_{N-1}} = e^{G'}, \quad (17)$$

$$\text{式中 } G' = \frac{h\nu k\nu_d}{\lambda MA_e} N n_{in} L_e.$$

(17)式表明在传输过程中,各信道的光子通量  $n_1,$

$n_2 \dots, m_n$  构成了等比数列,其公比为  $e^{G'}$ 。把(16)和(17)式所表明的性质称为相邻信道中的归一化光子通量具有等比性。显然,在不等间隔信道排列时,相邻信道的归一化光子通量的等比性丧失。

为了分析的方便,把(13)式恢复成功率的形式

$$p_i = p_i(0) e^{-\alpha z} \frac{p_{\Sigma}(0)}{\sum_{j=1}^N \frac{\nu}{\nu_j} p_j(0) e^{G_{ji}}}, \quad i = 1, 2 \dots N,$$

$$p_i(0) = n_i(0) h\nu_i, \quad (18)$$

$$p_{\Sigma}(0) = \sum_{j=1}^N p_j(0) \frac{\nu}{\nu_j},$$

$$G_{ji} = -\frac{k}{\lambda MA_e} (\tilde{\nu}_j - \tilde{\nu}_i) p_{\Sigma}(0) L_e.$$

### 3 讨论

现讨论三种情况,即小信号近似、Raman 放大、Raman 串话的情况。

#### 3.1 小信号近似

当  $G_{ij} \ll 1$  时,  $e^{G_{ij}} \approx 1 + G_{ij}$ ,代入(18)式得

$$p_i \approx p_i(0) e^{-\alpha z} \left( 1 + \sum_{j=1}^N \frac{\nu}{\nu_j} \frac{p_j(0)}{p_{\Sigma}(0)} G_{ji} \right), \quad (19)$$

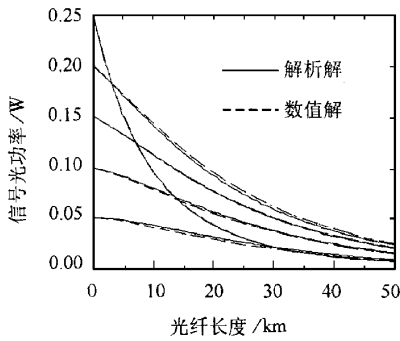
$$\approx p_i(0) e^{-\alpha z}. \quad (20)$$

(19)和(20)式表明,在小信号条件下,SRS的作用不明显。光信号功率按指数规律衰减。(19)式与Chraplyvy<sup>[3]</sup>给出的小信号结果在形式上相同,差别在于两者采用的石英光纤的 Raman 增益谱的拟合直线的斜率不一样。由此可知,Chraplyvy 等人给出的小信号解是(18)式在  $G_{ji} \ll 1$  条件下的近似解。

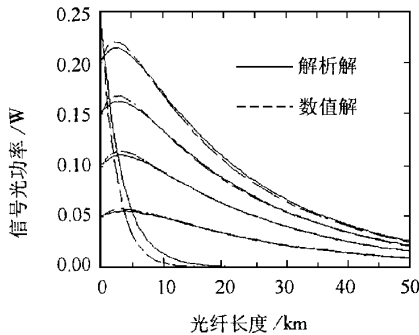
#### 3.2 Raman 放大

为了直观了解(18)式的准确性,把它与原始方程组(1)的数值解进行比较,比较结果示于图3(a)和(b)。在求数值解时,方程组(1)中的  $r_{ij}$  取自实际的 Raman 增益系数测量值。其他系统参数取值为信道总数  $N=5$ ,第一信道波长  $\lambda_1=1548.51$  nm,光纤的有效截面积  $A_e=5 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>,保偏系数  $M=2$ ,线性衰减系数  $\alpha=0.20$  dB/km,光纤长度取 50 km。图3(c)给出 Raman 放大的情形。第一信道为抽运光,其余是信号光。比较图3(a)和(b),可以看出,信号光的频率分开得越小,(18)式所表示的解析解越

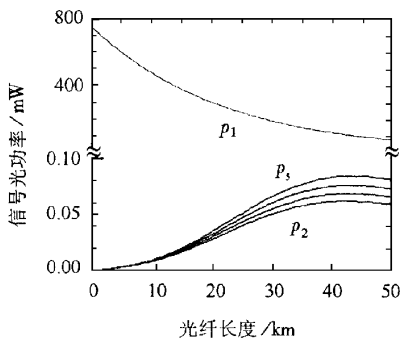
精确,分开得越大,解析解的误差越大,但在  $500\text{cm}^{-1}$  范围内时,总的误差在 5% 左右.从抽运的角度上看,信号光频率分开得越小,抽运光消耗得越慢,转换为信号光的效率越低,转换距离越长(图 3



(a) 信道间隔分别为  $\Delta\nu_{12} = 2000\text{ GHz}$ ,  $\Delta\nu_{23} = \Delta\nu_{34} = \Delta\nu_{45} = 200\text{ GHz}$ . 初始功率分别为  $p_1(0) = 250\text{ mW}$ ,  $p_2(0) = 200\text{ mW}$ ,  $p_3(0) = 150\text{ mW}$ ,  $p_4(0) = 100\text{ mW}$ ,  $p_5(0) = 50\text{ mW}$



(b) 信道间隔分别为:  $\Delta\nu_{12} = 12000\text{ GHz}$ ,  $\Delta\nu_{23} = \Delta\nu_{34} = \Delta\nu_{45} = 200\text{ GHz}$ . 初始功率同图(a)



(c) 信道间隔同图(b).  $p_1(0) = 750\text{ mW}$ ,  $p_2(0) = p_3(0) = p_4(0) = p_5(0) = 1\text{ }\mu\text{W}$ ,

图 3 光功率随光纤长度的变化规律

(a)中超过了  $50\text{ km}$ ).反之,信号光频率分开得越大(不能超过  $500\text{ cm}^{-1}$ ),抽运光消耗得越快,转换为信号光的效率越高,转换距离越短(图 3(b)中为  $10\text{ km}$ ).由图 3(c)可以看出,当信号光功率很小时,抽运光转换为信号光的效率很低.由此可知,在进行 Raman 光纤放大器设计时,可通过安排信道间隔、抽运光和信号光功率等参数来提高放大倍数和放大效率.利用(18)式,可方便地完成这些工作.

### 3.3 Raman 串话

图 4 给出信道间隔为  $200\text{ GHz}$ , 初始功率均为  $100\text{ mW}$  的 8 个信号光之间的串话情况.由图 4 可以看出,第一信道(波长为  $\lambda_1$  的信道)的串话损耗最大,第八信道的串话损耗最小.

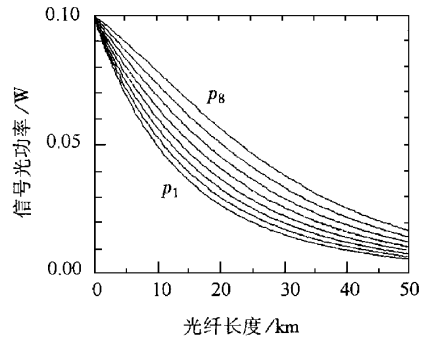


图 4 8 个信号光功率随光纤长度的变化规律  
信号光功率均为  $100\text{ mW}$ , 信道间隔均为  $200\text{ GHz}$ , 第一信道波长  $\lambda_1 = 1548.51\text{ nm}$

## 4 结 论

1. 熔石英光纤的 Raman 增益谱可在  $[0, 100\text{cm}^{-1}]$  范围内近似为线性 Raman 增益谱.其相对误差不会超过 1%.当采用 Chraplyvy 模型<sup>[3]</sup>在  $[0, 500\text{cm}^{-1}]$  范围内作线性近似时,相对误差约为 5%.

2. 如果在某一频移范围内,某一光纤中第  $i, j$  信道光之间的 Raman 增益系数  $r_{ij}$  可以写成  $r_{ij} = r_i - r_j$ , 其中  $r_i, r_j$  仅与第  $i, j$  信号光的频率或波长有关.那么,在这一频移范围内,这一光纤中的前向多信道光 SRS 耦合方程组有稳态解析解.稳态解析解的形式同(13)式,同时也具有(15)式所表明性质.熔石英光纤的 Raman 增益谱可在  $[0, 500\text{cm}^{-1}]$  范围内近似为线性 Raman 增益谱,因此,它是符合上

述条件的一个特例.

3.  $N$  个信号光在石英光纤中经过 SRS 作用后,具有以下特点:在传输过程中,任意两信道的信号光子通量的比值随光纤的有效相互作用长度、总的输入光子通量和两信道频率间隔按指数规律变化.在等信道间隔排列下, $N$  个信号光的归一化光子通量在传输过程中始终构成等比数列.在非等信道间隔排列下,信号光归一化光子通量的等比性丧失.

## 附 录

首先证明(15)式.由(11)式可得

$$\sum_{j=1}^N n_j = n_s(0) e^{-\alpha z}, \quad (A1)$$

由(11)式中第  $l, s$  个方程可得

$$\frac{1}{n_l} \frac{dn_l}{dz} - \frac{1}{n_s} \frac{dn_s}{dz} = r_{ls} \sum_{j=1}^N n_j, \quad (A2)$$

将(A1)式代入(A2)式后,对方程积分,并利用边界条件(12)式,得

$$\frac{m_l}{m_s} = e^{G_{ls}} \quad l, s = 1, 2, \dots, N. \quad (A3)$$

由(A3)式可得

$$n_j = n_j(0) m_1 e^{G_{j1}}, \quad (A4)$$

将(A4)式代入(A1)式,可得

$$m_1 = \frac{n_s(0) e^{-\alpha z}}{\sum_{j=1}^N n_j(0) e^{G_{j1}}}, \quad (A5)$$

将(A5)式代入(A4)式,得

$$n_i = n_i(0) \frac{n_s(0) e^{-\alpha z}}{\sum_{j=1}^N n_j(0) e^{G_{j1}}} \quad i = 2, \dots, N. \quad (A6)$$

综合(A5)和(A6)式,得到(13)式.

- [1] Jian Song, Cong-cheng Fan, Zhi-xing Yang, *Acta Optica Sinica*, **16**(1996),1526 [in Chinese] 宋 健、范重澄、扬志兴, *光学学报*, **16**(1996),1526.
- [2] Hong Li, Xiang-lin Yang, *Chinese J. Lasers*, **24**(1997),421 [in Chinese] 李 红、杨祥林, *中国激光*, **24**(1997),421.
- [3] A. R. Chraplyvy, *Electron. Lett.*, **20**(1984),58.
- [4] M. S. Kao J. Wu, *Electron. Lett.*, **25**(1989),1457.
- [5] M. S. Kao J. Wu, *J. Lightwave Technol.*, **7**(1989),1290.
- [6] M. S. Kao J. Wu, *J. Lightwave Technol.*, **9**(1991),394.
- [7] Jia-min Gong, Qiang Fang, Juan Liu *et al.*, *Chinese J. Lasers*, **B9**(2000),51.
- [8] Jia-min Gong *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000),449 [in Chinese] 巩稼民等, *物理学报*, **49**(2000),449.
- [9] T. Salim, P. C. Joseph, *Fibers and Integrated Optics*, **15**(1996),335.
- [10] J. Auyeung, A. Yariv, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-14**(1978),347.
- [11] R. H. Stolen, *Appl. Phys. Lett.*, **22**(1973),276.

# THE ANALYTICAL MODEL OF SRS IN SINGLE - MODE SILICA FIBER IN DENSITY WAVELENGTH DIVISION MULTIPLEXED OPTICAL COMMUNICATION SYSTEM

GONG JIA-MIN<sup>a)</sup> LIU JUAN<sup>a)</sup> FANG QIANG<sup>a)</sup> WANG YONG-CHANG<sup>b)</sup>

<sup>a)</sup> Department of Telecommunications, Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China

<sup>b)</sup> Institute of Modern Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

(Received 24 October 1999)

## ABSTRACT

Assuming that the Raman gain profile of silica is a linear function, the authors have given analytic solutions of  $N$ -channel stimulated Raman scattering (SRS) steady-state coupling wave equation. Considering the SRS cross coupling among the  $N$ -channels, the analytic solutions are applicable to systems with arbitrary channel separation and input light power. Theory shows, that the ratio of photon fluxes between arbitrary two channels is a base-e exponential function of the effective fibre length, the total input photon fluxes, and the Raman gain coefficient between the two channels. Finally, the analytic solution is compared with the numerical one, both are in good agreement with each other.

**Keywords**: stimulated Raman scattering, density wavelength division multiplexing, fused silica fiber, Raman amplification

**PACC**: 4265, 4281