

超薄层状复合媒质弱界面深度与声导波^{*}

张 锐 万明习

(西安交通大学电子与信息工程学院生物医学工程系, 西安 710049)

CAO WEN-WU

(Intercollege Materials Research Laboratory, Pennsylvania State University, University Park, PA, 16802)

(1999 年 9 月 16 日收到; 1999 年 10 月 25 日收到修改稿)

结合推导层状复合媒质各界面刚性联接时声导波频散特性方程的传递矩阵方法, 以及滑移界面边界条件和弱界面“弹簧”模型, 分别导出了超薄层状复合媒质中存在不同深度弱界面、滑移界面和脱层情况下声导波的广义频散方程, 分析了三种联接界面的深度对低模式声导波频散特性的影响.

关键词: 导波, 界面, 频散

PACC: 4320, 6265

1 引 言

超“薄”信息、功能层状复合媒质在航空、航天、航海、信息科学、生物医学工程等众多领域被广泛应用与研究. 这里“薄”的概念是指复合媒质每层厚度及总体厚度均小于其中的声波波长 λ . 复合媒质层与层之间的界面特性是影响其力学特性的重要因素, 在无损评价领域, 对层状复合媒质界面的联接质量进行检测一直是极其重要的研究课题.

以往对联接界面的检测主要使用纵波垂直入射或倾斜入射层状复合媒质, 并分析其反射或透射系数与界面特性之间的联系, 但结果并不十分理想^[1-5]. 主要存在如下几方面原因: 首先, 垂直入射的纵波作为一种体波, 在复合媒质中激发的是垂直方向的应力, 所以对于垂直方向应力连续、切向应力不连续的弱联接界面或滑移联接界面不灵敏; 其次, 对于超“薄”层状复合媒质, 界面信息被层间界面的多次反射信号所混叠, 虽然可以使用频带更宽和频率更高的单脉冲声波来检测厚度越来越小的样品, 如当层厚为 $10\ \mu\text{m}$ 左右时, 使用频率为 150 MHz 以上的声波进行检测, 但是如此高频率的声波检测系统, 需要使用特制的高频换能器和相应的宽带处理设备, 从而使检测系统的成本大大提高; 此外, 材料中的各种微结构对声波的散射将干扰回波信号, 使

声学参数的测量变得困难; 再者, 当遇到两种声阻抗差较小的联接界面, 如铝/铁层状复合媒质, 纵波检测方法灵敏度很低, 这对于许多实际应用场合是一个很大的不足.

与传统体波方法对应, 具有多种传播模式和频散特性、沿层状复合媒质传播的低频声导波同时激发法向和切向应力, 它们的传播特性与层/层之间的界面特性密切相关, 可以用来对层状复合媒质的界面特性进行估计^[6-14]. 本文在以往理论和研究工作基础上, 推导得到了超薄多层复合媒质中存在不同深度弱界面、滑移界面和脱层情况下声导波的广义频散方程, 通过数值计算, 进一步分析了三种界面的深度对声导波频散特性的影响, 为利用低频声导波传播特性估计超薄层状复合媒质弱界面深度情况提供了理论依据.

2 理 论

图 1 为超薄 n 层复合媒质示意图. 复合媒质各层介质厚度均很“薄”, 第零层与第 $n+1$ 层为空气组成的半无限大空间. 复合媒质在 x 轴和 y 轴方向上的尺寸远大于 z 轴方向上的尺寸, 考虑沿多层复合媒质 x 轴方向传播的声导波传播特性, 并假定沿层状复合媒质传播的波在 y 轴方向上的位移与应力梯度为零.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 69631020)和美国 Office of Naval Research(Grant No. 00014-93-1-0340)资助的课题.

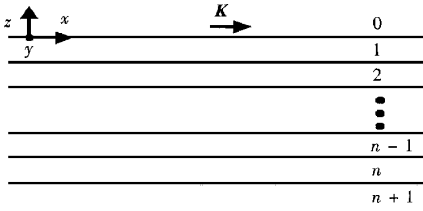


图 1 多层复合媒质中声导波传播示意图

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 g_\alpha & \frac{k_1}{g_\alpha} \\ C_\alpha g_\alpha & \frac{-C_\alpha}{g_\alpha} \\ i\rho B g_\alpha & \frac{i\rho B}{g_\alpha} \\ 2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha g_\alpha & \frac{-2i\rho k_1 \beta^2 C_\alpha}{g_\alpha} \end{bmatrix}$$

其中 $C_\alpha=(\omega^2/\alpha^2-k_1^2)^{1/2}$, $C_\beta=(\omega^2/\beta^2-k_1^2)^{1/2}$, $g_\alpha=\exp[(\omega^2/\alpha^2-k_1^2)^{1/2}z]$, $g_\beta=\exp$

$[(\omega^2/\beta^2-k_1^2)^{1/2}z]$, $B=\omega^2-2\beta^2k_1^2$, $k_1=\frac{2\pi f}{v}$, k_1 为声导波波数沿 x 轴方向的分量, f 为频率, i 为虚部符号, α, β, h 和 ρ 分别为层的纵波声速、横波声速、厚度和密度, v 为沿层状复合媒质表面传播的声导波声速.

令 (1) 式中的 4×4 矩阵为 $[D]$, 层 1 上表面的位移、应力与下表面的位移、应力可由下式联系起来:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 底}} = [D]_{l_1 \text{ 底}} [D]_{l_1 \text{ 顶}}^{-1} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}} \quad (2)$$

在良好胶结条件下, 各层之间界面上的剪切应力与切向位移相等, 正应力和垂直方向上的位移相等, 令 $[L]_1=[D]_{l_1 \text{ 底}} [D]_{l_1 \text{ 顶}}^{-1}$ 则

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 底}} = [L]_1 \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}} \quad (3)$$

以此类推, 可以得到任意多层复合媒质的位移与应力表达式:

假定沿复合媒质 x 轴方向传播的声导波在每层中均是由沿正负 z 轴方向传播的纵波和沿正负 z 轴方向传播的横波合成的结果. 结合边界条件, 经过较为繁复的推导, 可以得到表达单层中波沿 x 轴方向上的位移 u_1 、 z 轴方向上的位移 u_2 、 $x-z$ 平面上切应力 σ_{12} 、 $x-z$ 平面上法应力 σ_{22} 与沿正负 z 轴方向传播的纵波幅度 $A_{(L+)}$ 和 $A_{(L-)}$ 、横波幅度 $A_{(S+)}$ 和 $A_{(S-)}$ 的关系的方程组为

$$\begin{bmatrix} C_\beta g_\beta & \frac{-C_\beta}{g_\beta} \\ -k_1 g_\beta & \frac{-k_1}{g_\beta} \\ -2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta g_\beta & \frac{2i\rho k_1 \beta^2 C_\beta}{g_\beta} \\ i\rho b g_\beta & \frac{i\rho b}{g_\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{(L+)} \\ A_{(L-)} \\ A_{(S+)} \\ A_{(S-)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_n \text{ 底}} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_n \text{ 底}} = [S] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}} \quad (4)$$

其中 $[S]=[L]_1 [L]_2 \dots [L]_n$.

如果复合媒质的两个端面都满足自由边界条件, 可知在第一边界和最后的边界上, 切应力和法向应力均为零, 即

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_n \text{ 底}} = \begin{Bmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}} = 0. \quad (5)$$

为使 (5) 式成立, 应使该式中的 $[S]$ 矩阵满足下式:

$$f(\alpha_j, \beta_j, h_j, \rho_j, f, v) = S_{31} * S_{42} - S_{41} * S_{32} = 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (6)$$

这就是在刚性联接界面情况下, 描述沿多层复合媒质传播的声导波频散特性的特征方程, α_j, β_j, h_j 和 ρ_j 分别为各层的纵波声速、横波声速、厚度和密度.

当第 m 层与 $m+1$ 层之间界面为滑移联接情况下, 由于界面能承受垂直于界面的法向应力, 而界面上的切向应力恒为零, 处于滑移界面两边的法向应力和位移连续, 但切向位移不连续^[5,6], m 层与 $m+1$ 层之间界面满足如下边界条件:

$$\begin{Bmatrix} u_2 \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix}_{l_m \text{ 底}} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix}_{l_{m+1} \text{ 顶}}; \quad (7)$$

$$\{\sigma_{12}\}_{l_m \text{ 底}} = \{\sigma_{12}\}_{l_{m+1} \text{ 顶}} = 0.$$

可将复合媒质分为两部分: $1-m, m+1-n$, 仍可延用 (1)~(6) 式分别获得如下两传递矩阵:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_m \text{ 底}} = [S^1] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_1 \text{ 顶}}, \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_n \text{ 底}} = [S^2] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{l_{m+1} \text{ 顶}}. \quad (9)$$

将(7)式代入(8)和(9)式,结合(5)式,可得如下方程:

$$f(\alpha_j, \beta_j, h_j, \rho_j, f, v) = \begin{bmatrix} S_{31}^1 & I_1 \\ S_{41}^1 & I_2 \end{bmatrix} = 0$$
$$j = 1, \dots, m, \quad (10)$$

其中

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{32}^1 & S_{33}^1 \\ S_{42}^1 & S_{43}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{21}^2 & S_{22}^2 \\ S_{31}^2 & S_{32}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -S_{41}^2/S_{42}^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

这就是存在滑移联接界面情况下,描述沿多层复合媒质传播的声导波频散特性的特征方程.

在实际情况下,复合媒质层间存在很薄的界面层,其力学参数与两边固体媒质力学参数不同.在复合媒质或复合材料使用过程中,界面处会出现微裂纹,力学强度降低,形成弱界面层.弹簧模型可以描述平面状弱界面的物理特性,并由此可得到界面处力学量的边界条件.当 m 层 $m+1$ 层之间界面为弱界面条件下,其边界条件满足^[14]:

$$\{\sigma_{22}\}_{l_m \text{ 底}} = \{\sigma_{22}\}_{l_{m+1} \text{ 顶}} = K_n(\{u_{22}\}_{l_m \text{ 底}} - \{u_{22}\}_{l_{m+1} \text{ 顶}}), \quad (12)$$

$$\{\sigma_{12}\}_{l_m \text{ 底}} = \{\sigma_{12}\}_{l_{m+1} \text{ 顶}} = K_t(\{u_{12}\}_{l_m \text{ 底}} - \{u_{12}\}_{l_{m+1} \text{ 顶}}), \quad (13)$$

其中 K_n 和 K_t 分别为径向劲度系数与轴向劲度系数,它们与界面层媒质的厚度 h_0 、等效体弹性模量 K_0 和切变模量 G_0 之间的关系为^[14]

$$K_n = \left(K_0 + \frac{4}{3}G_0\right)/h_0; \quad K_t = G_0/h_0. \quad (14)$$

将(12)和(13)式代入(8)和(9)式,经过较为繁复的推导,可以得到描述存在不同深度弱界面条件下声导波的频散方程:

$$f(\alpha_j, \beta_j, h_j, \rho_j, f, v, K_n, K_t) = \begin{bmatrix} S_{31}^1 & S_{32}^1 & S_{33}^1 & S_{34}^1 \\ S_{41}^1 & S_{42}^1 & S_{43}^1 & S_{44}^1 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} S_{11}^2 + S_{41}^2/K_t & S_{12}^2 + S_{42}^2/K_t \\ S_{21}^2 + S_{31}^2/K_n & S_{22}^2 + S_{32}^2/K_n \\ S_{31}^2 & S_{32}^2 \\ S_{41}^2 & S_{42}^2 \end{bmatrix} = 0 \quad j = 1, \dots, m. \quad (15)$$

3 数值计算结果

本文主要考察层状复合媒质存在不同深度弱界面、滑移界面或脱层情况下,界面深度对声导波频散特性的影响,为突出界面特性,数值计算结果均以由单一材料构成的层状复合媒质为基础.图2为由40层同样厚度的铝层构成的层状复合媒质存在不同深度脱层情况下的频散曲线,样品参数在图中给出.图2的分数形式表示脱层处于的位置,分子和分母分别表示位于脱层界面上和界面下的层数.为避免图线过多引起的混淆,图2只示出层状复合媒质存在不同深度脱层界面情况下最低阶三种模式的声导波频散曲线.

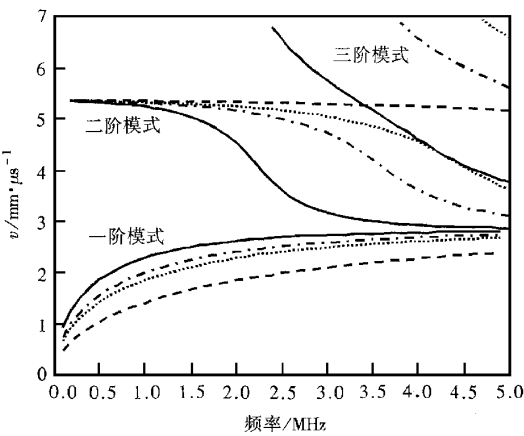
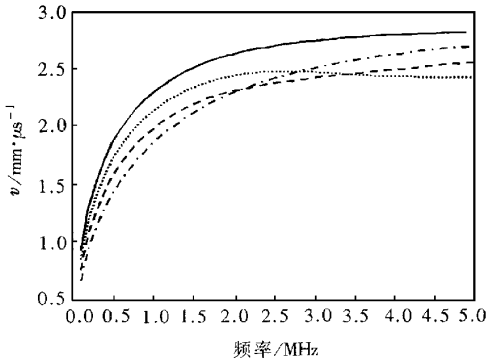


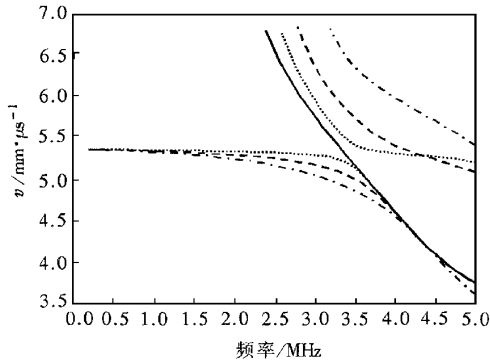
图2 存在不同深度脱层界面情况下铝质复合媒质频散曲线
 $v_t = 6.407 \text{ mm} \cdot \mu\text{s}^{-1}$, $v_s = 3.010 \text{ mm} \cdot \mu\text{s}^{-1}$, $\rho = 2.640 \text{ g/cm}^3$, $h_j = 25 \mu\text{m}$ $j = 1, \dots, 40$. --- 为 10/30 脱层, ... 为 20/20 脱层, -.- 为 25/15 脱层, — 为理想胶结

由图2可以看出,除了一阶模式的声导波相速度随脱层深度的增大而增大之外,其他模式的声导波相速度都随脱层深度的增大而减小,而且同样频率下,模式阶数越高,声导波相速度的减小程度随脱层深度变化越快.图3为存在滑移界面情况下,一阶模式和三阶模式声导波的频散曲线,对称模式声导波的频散特性因其受滑移界面的影响较小而省略.观察图3(a)发现,除了20/20滑移界面之外,其他

深度滑移界面的存在使一阶模式声导波在高频区域不再趋于一固定值. 仅就 2 MHz 以内的低频区域而言, 声导波的传播速度随滑移界面深度的不同而发生变化, 规律如下: 在滑移界面深度变大但还未超过复合媒质中央界面时, 同样频率声导波的传播速度减小, 当滑移界面深度超过复合媒质中央界面时, 同样频率声导波的传播速度随滑移界面深度增大而增大.



(a) 一阶模式频散曲线



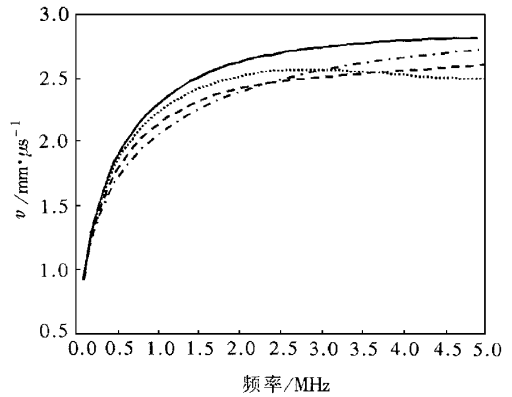
(b) 三阶模式频散曲线

图3 存在不同深度滑移界面情况下铝质复合媒质频散曲线 ···为 5/35 滑移界面, ---为 10/30 滑移界面, -·- 为 20/20 滑移界面, ——为理想胶结

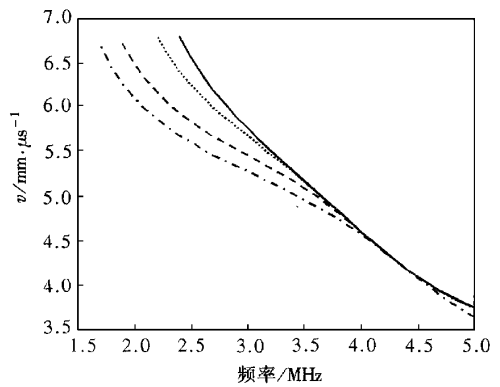
观察图 3(b) 发现, 在存在滑移界面条件下, 理想胶结复合媒质的三阶模式声导波分裂为两支, 并且随滑移界面的深度变大, 这两支分离得越来越开, 直至滑移界面恰好位于复合媒质中央时, 上面的那一支与理想胶结复合媒质的四阶模式声导波重合. 若滑移界面的深度超过复合媒质中央, 两支频散曲线又逐渐接近, 事实上, 复合媒质存在 10/30 滑移界面和 30/10 滑移界面情况下, 频散特性完全相同.

图 4 为存在不同深度弱界面条件下, 一阶模式

和三阶模式声导波的频散曲线, 并取定 K_n 为无穷大, 而 K_t 为 0.5×10^{14} N/M³. 由于弱界面是界于理想胶结和滑移界面之间的情况, 可以推断不同深度弱界面条件下的复合媒质频散特性与不同深度滑移界面情况有类似之处. 对比图 3(a) 和图 4(a), 证实了这种假设. 由图 4(b) 发现, 存在不同深度弱界面复合媒质的三阶模式声导波频散特性介于理想胶结三阶模式声导波频散特性和滑移界面三阶模式声导波频散特性之间.



(a) 一阶模式频散曲线



(b) 三阶模式频散曲线

图4 存在不同深度弱界面情况下铝层复合媒质频散曲线 曲线说明同图3

图 5 定量表明了 1 MHz 传播频率声导波分别在铝质复合媒质中各层存在弱界面、滑移界面和完全脱层时的传播速度, 其中横轴为脱层界面和滑移界面所处的界面距复合媒质上表面的层数. 由图 5 可知, 在低频区域, 复合媒质中央界面存在脱层界面时, 一阶模式声导波的传播速度和中央界面为滑移界面时, 一阶模式声导波的传播速度相同, 当复合媒质中脱层界面的深度不超过中央界面时, 一阶模式

声导波在复合媒质中的传播速度小于复合媒质中存在同样深度滑移界面情况下一阶模式声导波的传播速度 ;当脱层界面的深度超过中央界面时 ,结论相反 .

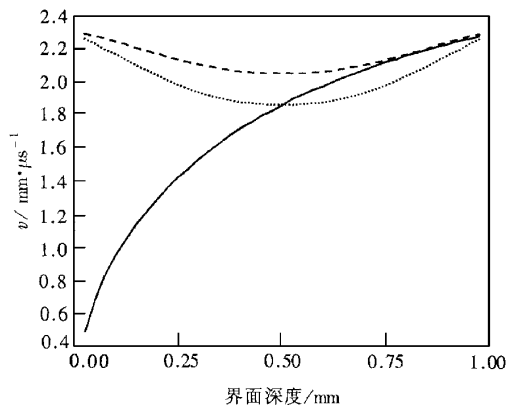


图 5 铝层复合媒质存在不同深度三种界面条件下的 1 MHz 声一阶模式声导波速度 --- 为弱界面 ,... 为滑移界面 ,—— 为脱层

由图 5 亦可以看出复合媒质中存在弱界面条件下 ,一阶模式声导波相速度界于理想胶结复合媒质一阶模式声导波相速度和存在同样深度滑移界面时一阶模式声导波相速度之间 . 为更加清楚地了解其中规律 ,图 6 示出弱界面条件下 ,1 MHz 传播频率一阶模式声导波相速度和 3 MHz 传播频率三阶模式声导波相速度与 K_t 关系 . 由图 6 可知 ,随 K_t 的增大 ,一阶模式和三阶模式声导波速度均增大 ,并由滑移界面情况下两种模式的相速度趋向于理想胶结情况下的相速度 .

4 结 语

本文推导了超薄层状复合媒质界面处于刚性联接、滑移联接和完全脱层三种情况下声导波的传播特性 ,通过理论分析 ,得到如下结论 :

1. 当复合媒质中存在不同深度的脱层情况下 ,一阶模式的声导波相速度随脱层深度的增大而增大 ,其他模式的声导波相速度都随脱层深度的增大而减小 . 同样频率下 ,模式阶数越高 ,声导波相速度的减小程度随脱层深度变化越快 .
2. 当复合媒质中存在不同深度的滑移界面时 ,一阶模式声导波在高频区域不再趋于一固定值 . 在低频区域 ,若滑移界面深度变大但还未超过复合媒质中央界面时 ,同样频率声导波的传播速度减小 ;当

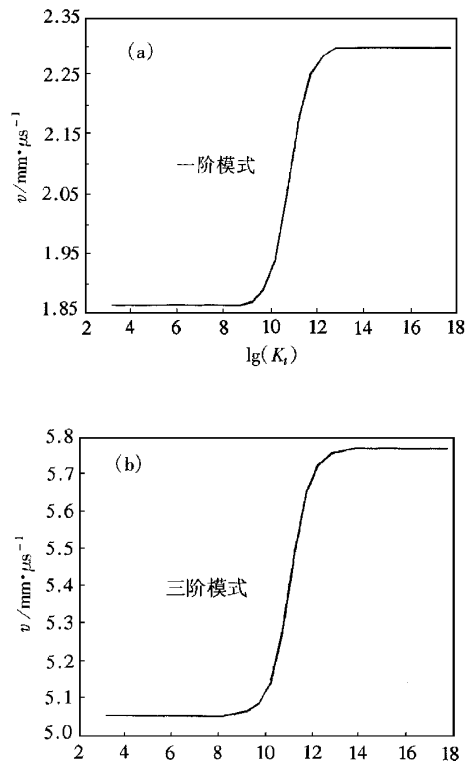


图 6 弱界面条件下低阶声导波速度与 K_t 关系

滑移界面深度超过复合媒质中央界面时 ,同样频率声导波的传播速度随滑移界面深度增大而增大 . 存在不同深度滑移界面情况下 ,理想胶结复合媒质的三阶模式声导波分裂为两支 ,并且随滑移界面的深度变大 ,这两支分离得越来越开 ,直至滑移界面恰好位于复合媒质中央时 ,上面的那一支与理想胶结复合媒质的四阶模式声导波重合 .

3. 复合媒质中存在不同深度弱界面情况下 ,一阶模式和三阶模式声导波频散特性界于理想胶结频散特性和滑移界面频散特性之间 ,随 K_t 的增大 ,一阶模式声导波速度和三阶模式声导波速度均增大 ,并由滑移界面情况下两种模式的相速度趋向于理想胶结情况下的相速度 .
4. 仅就低频一阶模式而言 ,复合媒质中央界面存在脱层界面时 ,声导波的传播速度和中央界面为滑移界面时 ,声导波的传播速度相同 ,当复合媒质中脱层界面的深度不超过中央界面时 ,声导波在复合媒质中的传播速度小于复合媒质中存在同样深度滑移界面情况下声导波的传播速度 ;当脱层界面的深度超过中央界面时恰恰相反 .

[1] P. Cawley , R. Adams , *NDT International* , 21 (1988) , 208 .

- [2] R. D. Adams , B. W. Drinkwater , *NDT International* , **30** (1997) 93.
- [3] J. L. Rose , J. J. Ditre , *Brit. J. NDT* , **34**(1992) 591.
- [4] Yao-jun Wang , *Acta Acustica* , **17**(1992) 81 [in Chinese] 王耀俊 , *声学学报* , **17**(1992) 81]
- [5] Yao-jun Wang , *Acta Acustica* , **20**(1995) ,161(in Chinese) [王耀俊 , *声学学报* , **20**(1995) ,161]
- [6] A. K. Mal , *Science* , **26**(1988) 873.
- [7] K. Balasubramaniam , C. Issa *et al.* , *Rev. Prog. QNDE* , **11** (1992) ,1229.
- [8] J. L. Rose , A. Pilarski *et al.* , *J. Reinforced Plastics and Composites* , **12**(1993) 536.
- [9] A. Pilarski , J. L. Rose , *J. Nondestructive Evaluation* , **11** (1992) 237.
- [10] Yao-jun Wang , Wei Ning *et al.* , *Acta Physica Sinica (Overseas Edition)* , **3**(1994) 561.
- [11] M. J. S. Lowe , *IEEE Trans. Ultrason. , Ferroelect. , Contr.* , **42**(1995) 525.
- [12] Wei Ning , Yao-jun Wang , *Acta Physica Sinica (Overseas Edition)* , **4**(1995) 428.
- [13] Yao-jun Wang , Wei Ning , Wei-yong Zhu , *Progress in Physics* , **16**(1996) 363 [in Chinese] 王耀俊、宁 伟、朱为勇 , *物理学进展* , **16**(1996) 363]
- [14] Guang-sheng Du , Yao-jun Wang , Yi-feng Yuan *et al.* , *Acta Physica Sinica* , **47**(1998) ,27 [in Chinese] 杜光升、王耀俊、袁忆丰等 , *物理学报* , **47**(1998) 27]

GUIDED WAVE IN ULTRA-THIN LAYERED COMPOSITE STRUCTURE WITH WEAK AND SLIP INTERFACE IN DIFFERENT DEPTH^{*}

ZHANG RUI WAN MING-XI

(Department of Biomedical Engineering , Xi 'an Jiaotong University , Xi 'an 710049 , China)

CAO WEN-WU

(Intercollege Materials Research Laboratory , Pennsylvania State University , University Park , PA 16802)

(Received 16 September 1999 ; revised manuscript received 25 October 1999)

ABSTRACT

In conjunction with the transfer matrix techniques for modeling ultrasonic wave in multilayered composite medium , the spring model for a weak interface and the interface condition of the slip interface , we have the generalized frequency equations for low-order mode guided waves in ultra-thin layered composites structure with a weak or slip interface in different depth , and the effect of the depth of the interface on the dispersion properties of low-order mode ultrasonic Lamb wave are analyzed. The “ ultra-thin ” here means that the thickness of the plate is only a fraction of the ultrasound wavelength so that the echoes from the front and the back of the surface cannot be separated in the time domain.

Keywords : guided wave , interface , dispersion

PACC : 4320 , 6265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69631020) and the Office of Naval Research of U. S. A. (Grant No. 00014-93-1-0340).