

# Kerr 效应和虚光场对三能级原子-场系统光子反聚束效应的影响\*

陶向阳 刘三秋 聂义友 傅传鸿

(江西师范大学物理系,南昌 330027)

(1999 年 11 月 6 日收到 2000 年 2 月 4 日收到修改稿)

研究 Kerr 介质中,非旋波近似下,一个级联型三能级原子与光场相互作用的二阶相干度的时间演化,讨论了 Kerr 效应和虚光场效应对场的光子反聚束效应的影响.结果表明,虚光场的影响使系统出现量子噪声,而 Kerr 介质常量  $\chi$ 、共振频率  $\omega$  的增大及原子-场耦合系数  $g$  的减小都将降低原子对激发场的吸收效率,削弱受激辐射场的光子反聚束效应,其中以  $g$  的变化对系统的影响最为明显.

关键词:非旋波近似, Kerr 效应,反聚束

PACC: 4250

## 1 引 言

反映辐射场与场物质相互作用的 J-C 模型是量子光学中一个严格的理想模型,近年来,对它已有广泛的研究和推广<sup>[1-4]</sup>.不久前, J-C 模型已在高 Q 值微波谐振腔中单个 Rydberg 原子动力学性质的实验研究中得到证实<sup>[5]</sup>.这使得人们对原子与场相互作用的研究从此不仅具有学术意义,而且还具有实际价值.光子的反聚束效应是光场的一种典型的非经典效应,也是近年来光子统计中引人注目的新现象之一,因此人们对光场与原子相互作用系统中的光子反聚束效应作了大量的研究<sup>[6,7]</sup>.然而在以往的研究中,大多数是只考虑旋波近似下系统处于真空或类 Kerr 介质中<sup>[8,9]</sup>的情况,对于既考虑非旋波近似又考虑介质环境的研究至今尚少见报道.由于虚光场效应<sup>[10]</sup>和 Kerr 效应是实际系统所真实存在的,因而研究它们对原子-场系统光子反聚束效应的影响就很有必要.本文研究虚光场效应和 Kerr 效应对原子-场系统光子反聚束效应的共同影响.

## 2 理论模型与公式的推导

考虑如图 1 所示的级联型三能级原子模型,将

其置于充满 Kerr 介质的高 Q 腔中.其中能级  $|0\rangle$  与  $|1\rangle$  及  $|1\rangle$  与  $|2\rangle$  之间的跃迁均与频率为  $\omega$  的单模辐射场发生共振相互作用,但  $|2\rangle$  与  $|0\rangle$  之间的单光子跃迁是电偶极禁戒的.

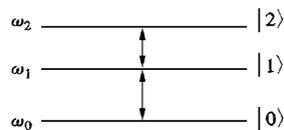


图 1 级联型三能级原子与光场耦合示意图

假定非线性介质对场模的时间响应可作绝热近似,则在计及单模虚光场的条件下,可将系统的有效相互作用哈密顿量表示为

$$H_1 = g(R_{10}a^+ + R_{01}a + R_{01}a^+ e^{-2i\omega t} + R_{10}a e^{2i\omega t}) + g(R_{21}a^+ + R_{12}a + R_{12}a^+ e^{-2i\omega t} + R_{21}a e^{2i\omega t}) + \chi a^+ a^2, \quad (1)$$

其中  $g$  为原子-场耦合系数,  $\chi$  为单模光场与类 Kerr 介质的耦合系数,它代表 Kerr 介质的三阶非线性色散部分.为简单起见,这里只考虑光场与原子本征频率共振的情况.

我们假设初始时刻,原子处于基态  $|0\rangle$ ,辐射场处于相干态  $|\alpha\rangle$ ,则系统在初始时刻的态矢可表示为

\*江西省自然科学基金(批准号 971216)资助的课题.

$$|\psi(0)\rangle = |0, \alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F(n) |0, m\rangle, \quad (2)$$

其中

$$F(n) = \alpha^n \exp(-\alpha^2/2) \mathcal{V} \sqrt{n!}, \quad (3)$$

$$\alpha = |\alpha| \exp(i\phi) = |\sqrt{n}| \exp(i\phi). \quad (4)$$

$t > 0$  后, 体系的态矢可写为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F(n) \exp[-(n-1)(n-2)xt] [B_0(n, t) |0, n\rangle + B_1(n, t) |1, n-1\rangle + B_2(n, t) |2, n-2\rangle]. \quad (5)$$

将(1)(5)式代入薛定谔方程得到方程组

$$\begin{aligned} i\dot{B}_0(n, t) &= \chi(n-1)x B_0(n, t) + g\sqrt{n} B_1(n, t) + g\sqrt{n+1} F_4 e^{-2i\omega t} B_1(n+2, t), \\ i\dot{B}_1(n, t) &= g\sqrt{n} B_0(n, t) + g\sqrt{n-1} B_2(n, t) + g\sqrt{n-1} F_2 e^{2i\omega t} B_0(n-2, t) \\ &\quad + g\sqrt{n} F_4 e^{-2i\omega t} B_2(n+2, t), \\ i\dot{B}_2(n, t) &= -\chi(n-2)x B_2(n, t) + g\sqrt{n-1} B_1(n, t) + g\sqrt{n-2} F_2 e^{2i\omega t} B_1(n-2, t), \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} F_4 &= \frac{F(n+2)}{F(n)} \exp[-2\chi(2n-1)xt] = |\alpha|^2 \frac{1}{\sqrt{(n+1)(n+2)}} \exp[-2\chi(2n-1)xt], \\ F_2 &= \frac{F(n-2)}{F(n)} \exp[2\chi(2n-5)xt] = |\alpha|^{-2} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \exp[2\chi(2n-5)xt]. \end{aligned}$$

我们将非旋波近似下的  $B_i(n, t)$  ( $i=0, 1, 2$ ) 描述为

$$B_i(n, t) = B_i^r(n, t) + B_i^l(n, t), \quad (7)$$

式中  $B_i^r(n, t)$  为旋波近似解, 表示实光子过程(旋波项)对方程组(6)中  $B_i(n, t)$  的贡献,  $B_i^l(n, t)$  表示虚光子过程(非旋波项)对  $B_i(n, t)$  的贡献. 旋波近似解如下:

$$\begin{aligned} B_0^r(n, t) &= \begin{cases} \exp(2ixt) & n=0; \\ \cos(gt) & n=1; \\ \sum_{j=1}^3 [\lambda_{nj}^2 - \chi(n-2)x\lambda_{nj}] \\ - g^2(n-1) \mathcal{A}_{nj} e^{i\lambda_{nj}t} & n>1, \end{cases} \\ B_1^r(n, t) &= \begin{cases} 0 & n=0; \\ -i \sin(gt) & n=1; \\ g\sqrt{n} \sum_{j=1}^3 [\chi(n-2)x \\ - \lambda_{nj} \mathcal{A}_{nj} e^{i\lambda_{nj}t} & n>1, \end{cases} \\ B_2^r(n, t) &= \begin{cases} 0 & n=0; \\ g^2 \sqrt{n(n-1)} \sum_{j=1}^3 \mathcal{A}_{nj} e^{i\lambda_{nj}t} & n>1, \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \lambda_{nj} = R \cos \left[ u + \frac{2}{3}(j-1)\pi \right] - \frac{b}{3} \quad j=1, 2, 3, \\ A_{n1} = \frac{1}{(\lambda_{n3} - \lambda_{n1})(\lambda_{n2} - \lambda_{n1})}, \\ A_{n2} = \frac{1}{(\lambda_{n3} - \lambda_{n2})(\lambda_{n1} - \lambda_{n2})}, \\ A_{n3} = \frac{1}{(\lambda_{n1} - \lambda_{n3})(\lambda_{n2} - \lambda_{n3})}. \end{cases} \quad (9)$$

(9)式中  $R, u, b$  由下式确定

$$\begin{aligned} b &= 2x, \quad c = -4(r-1)(r-2)x^2 - g^2(2r-1), \\ d &= 2r(r-2)xg^2 - \chi(r-1)^2 xg^2, \\ P &= c - b^2/3, \quad Q = d - bc/3 + 2/27b^3, \\ u &= \frac{1}{3} \arccos \left[ -\frac{Q}{2} \left( -\frac{P}{3} \right)^{-3/2} \right], \\ R &= \left( -\frac{4P}{3} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

在光场不太强时, 虚光子过程对  $B_i(n, t)$  的影响与实光子过程相比为一小量<sup>[11]</sup>, 即  $B_i^l(n, t) \ll B_i^r(n, t)$ . 因而旋波解可作为非旋波解的零级近似, 利用逐级迭代理论可得到

$$\begin{aligned} B_0^l(n, t) &= g^2 \alpha^2 \sum_{j=1}^3 (2nx - \lambda_{mj}) \mathcal{A}_{mj} (e^{-iH_j t} - 1) \mathcal{V} H_j \quad n \geq 0, \\ B_1^l(n, t) &= B_{11}^l(n, t) + B_{12}^l(n, t), \end{aligned} \quad (11)$$

$$B_{11}^f(n, t) = \begin{cases} 0 & n = 0; \\ g^3 \alpha^2 \sqrt{n} \sum_{j=1}^3 A_{mj} (e^{-iH_j t} - 1) \mathcal{V} H_j & n \geq 1, \end{cases}$$

$$B_{12}^f(n, t) = \begin{cases} 0 & n = 0, 1; \\ -\sqrt{2} g_1 \alpha^{-2} (e^{2i\omega t} - 1) \mathcal{V} 2\omega & n = 2; \\ -\sqrt{3} g_1 \alpha^{-2} [(e^{iV_1 t} - 1) \mathcal{V} V_1 + (e^{iV_2 t} - 1) \mathcal{V} V_2] & n = 3; \\ -g_1 \alpha^{-2} (n-1) \sqrt{n} \sum_{j=1}^3 [\lambda_{kj}^2 - \mathcal{X}(n-4)x\lambda_{kj} - g^2 \mathcal{X}(n-3)] A_{kj} (e^{-iG_j t} - 1) \mathcal{V} G_j & n \geq 4, \end{cases} \quad (12)$$

$$B_{22}^f(n, t) = \begin{cases} 0 & n = 0, 1, 2; \\ -\frac{\sqrt{6}}{2} g_2 \alpha^{-2} [(e^{iV_1 t} - 1) \mathcal{V} V_1 - (e^{iV_2 t} - 1) \mathcal{V} V_2] & n = 3; \\ -g_1 g_2 \alpha^{-2} (n-2) \sqrt{n(n-1)} \sum_{j=1}^3 [\mathcal{X}(n-4)x - \lambda_{kj}] A_{kj} (e^{-iG_j t} - 1) \mathcal{V} G_j & n \geq 4. \end{cases} \quad (13)$$

以上各式中  $m = n+2, k = n-2,$

$$H_j = 2\omega + \mathcal{X}(n-1)x - \lambda_{mj},$$

$$G_j = 2\omega + \mathcal{X}(2n-5)x + \lambda_{kj},$$

$$V_1 = \mathcal{X}(\omega+x) + g_1, V_2 = \mathcal{X}(\omega+x) - g_1. \quad (14)$$

受激辐射场的二阶相干度表示为

$$\begin{aligned} g^{(2)}(t) &= \langle a^{+2} a^2 \rangle / \langle a^+ a \rangle^2 \\ &= (\langle \hat{n}(t)^2 \rangle - \langle \hat{n}(t) \rangle^2) / \langle \hat{n}(t) \rangle^2, \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}(t) \rangle &= \text{Tr} \langle \hat{\rho}(t) \hat{n}(t) \rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} F^2(n) [n |B_0(n, t)|^2 \\ &\quad + (n-1) |B_1(n, t)|^2 \\ &\quad + (n-2) |B_2(n, t)|^2], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}^2(t) \rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} F^2(n) [n^2 |B_0(n, t)|^2 \\ &\quad + (n-1)^2 |B_1(n, t)|^2 \\ &\quad + (n-2)^2 |B_2(n, t)|^2]. \end{aligned} \quad (17)$$

### 3 计算结果与分析

图 2 给出了场的二阶相干度  $g^{(2)}(t)$  随  $g$  变化的演化规律.

由图 2 可以看到, 当  $\bar{n} = 3, x = 0, \omega = 1$  时,

若  $g = 0$  则  $g^{(2)}(t)$  为一条均值等于 1 的直线, 表明此时场与原子无耦合, 受激辐射场与激发场的动力学行为是一致的; 随着  $g$  的增大, 原子与场的耦合趋于紧密, 原子在体系中充当非线性振荡器的功能逐渐增强, 当  $g = 0.1 \sim 0.3$  时, 受激辐射场首先表现出聚束效应, 当  $g$  继续增大到 0.5 时, 受激辐射场表现出聚束与反聚束效应交替出现的现象; 随着  $g$  的进一步增大, 场的聚束效应减弱, 反聚束效应增强. 表明场与原子耦合系数的增大, 使受激场表现出更强的非线性和非经典效应. 与无介质情况比较<sup>[12]</sup>, 同样取  $g = 0.1$ , 则无介质系统表现出了聚束与反聚束效应交替出现的情况, 而有介质系统只呈现聚束效应. 因而 Kerr 效应的确削弱了原子与场的相互作用.

由图 3 可以看到, 当  $\bar{n} = 3, x = 0.2, g = 1$  时, 与旋波近似下的结论相比较<sup>[13]</sup>, 此时场的二阶相干度的演化曲线出现了许多小锯齿, 称之为系统的量子噪声, 它是非旋波近似对旋波近似这个“理想模型”的修正. 由图 3 中可以明显看出, 随着  $\omega$  的增大, 量子噪声不断减小, 当  $\omega = 30$  时, 量子噪声基本消失. 这是由于 (6) 式中的非旋波项的相位因子  $e^{2i\omega t}$  与  $e^{-2i\omega t}$  是以  $2\omega$  随时间快速变化, 当共振频率  $\omega$  增大时, 其变化周期  $T = 2\pi/\omega$  减小, 在原子与场相互作用时间内, 相位因子将经历更多周期, 非旋波项的平均贡献将为零, 因而此时的演化曲线与旋波近似下的相一致. 该结论也可从对 (12)、(13) 和 (14) 式的分析中得出. 另一方面, 由图 3 中可以看出, 当  $\omega$  较

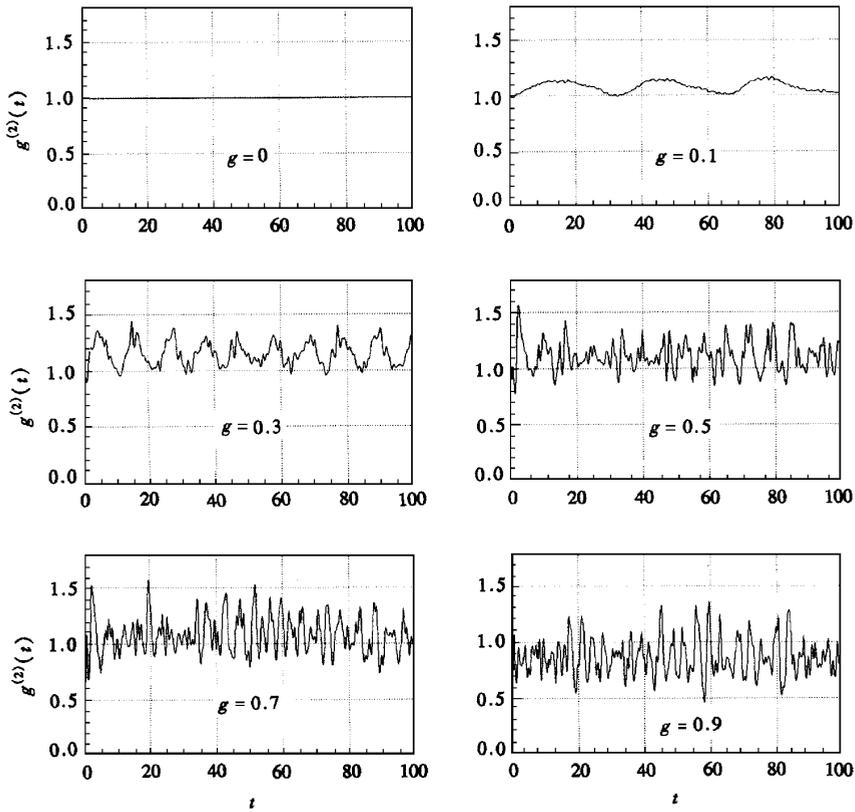


图 2  $\bar{n}=3, x=0.2, \omega=1$  时  $g^{(2)}(t)$  随  $g$  变化的时间  $t$  演化

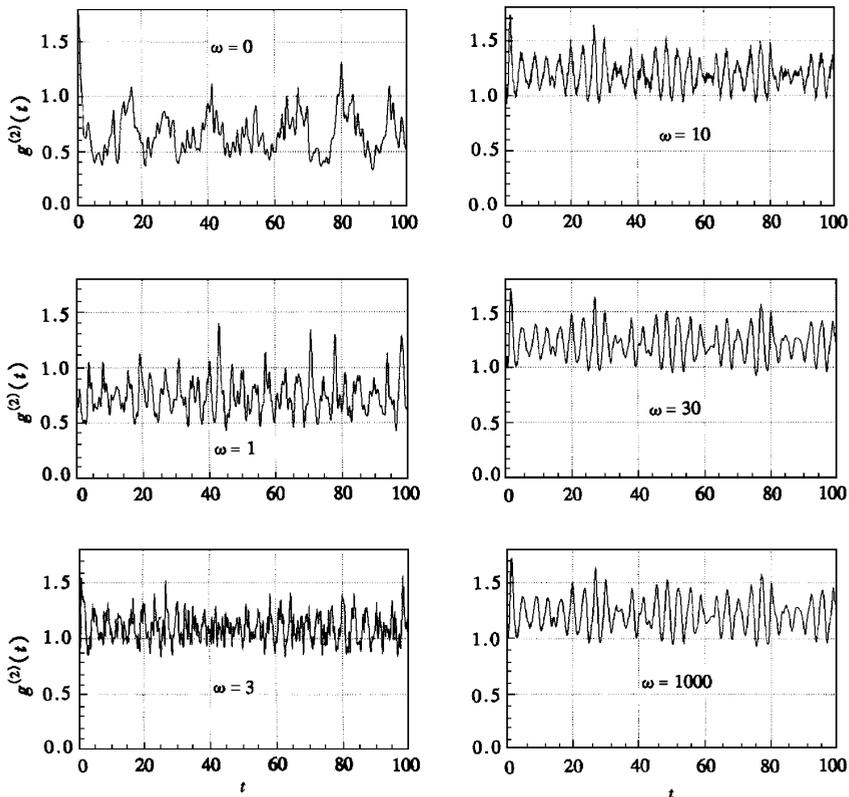


图 3  $\bar{n}=3, x=0.2, g=1$  时  $g^{(2)}(t)$  随  $\omega$  变化的时间  $t$  演化

小时,系统除了呈现出量子噪声外,受激辐射场还表现出较强的反聚束效应.随着  $\omega$  的增大  $g^{(2)}(t)$  曲线的均值明显变大,因而光场频率增大对系统非经典效应的减弱有重要影响.

由图 4 可以看出,当  $\bar{n}=3, g=0.5, \omega=1$  时,取  $x=0.1, g^{(2)}(t)$  曲线在 1 附近作较大幅度的振荡,场呈现出聚束与反聚束效应交替出现的现象.随着介质常数  $x$  的增大,  $g^{(2)}(t)$  演化曲线的振荡不断减小,均值增大,反聚束效应减弱.当  $x=0.9$  时,受

激辐射场基本只呈现聚束效应.这表明随着 Kerr 介质与光场耦合的增强,使原子对光场的吸收效率降低,受激辐射场基本上呈现出初始光场所具有的统计性质;在维持  $\bar{n}, \omega, g$  不变的前提下,继续增大  $x, g^{(2)}(t)$  曲线并不完全向 1 靠拢,这反映了介质对光场响应的饱和性;同时,从图 4 还可看出,介质常数  $x$  的增大将削弱系统的量子噪声,因而, Kerr 介质使原子-场相互作用系统的非经典和非线性性质变弱.

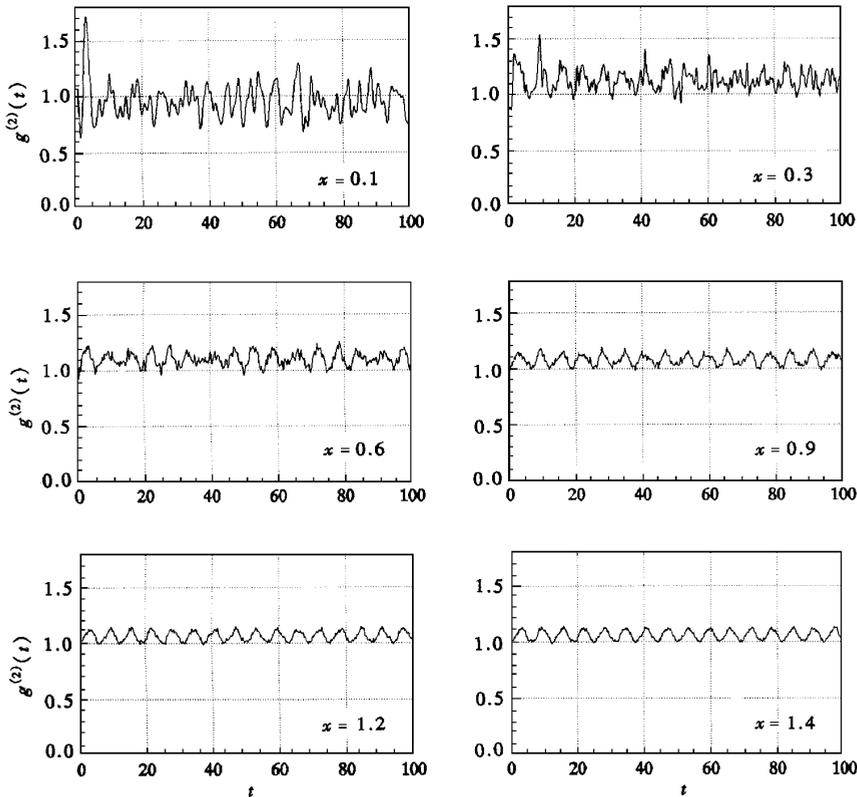


图 4  $\bar{n}=3, g=0.5, \omega=1$  时  $g^{(2)}(t)$  随  $x$  变化的时间演化

比较图 2、图 3 和图 4,我们发现尽管  $g$  的减小及  $x$  和  $\omega$  的增大都将使系统的非经典效应减弱,但尤以  $g$  的变化对系统非经典性质的影响最为明显,该结论可从 (6) 式看出.

与文献 [10] 比较,可以明显看到,当  $x=0$  而  $\bar{n}, \omega, g$  取值相同时,初始处于基态的系统的反聚束效应不如初始处于激发态系统的反聚束效应强,这是因为初始处于激发态的原子除了受激辐射外,还存在自发辐射,因而导致原子与光场之间更频繁的能量交换.

图 5 6 和 7 分别给出了  $g^{(2)}(t)$  随  $g$  变化、随  $\omega$

变化和随  $x$  变化的时间演化的三维曲线.由这些图可以较全面地看出受激辐射场的二阶相干度随  $\omega, t$  和  $g$  的变化关系,曲面中的皱折反映了系统的量子噪声.

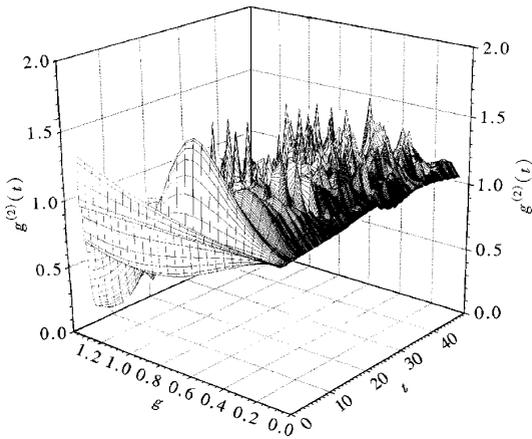


图5  $g^{(2)}(t)$  随  $g, t$  变化的曲面  $\bar{n}=3; x=0.2; \omega=1.0$

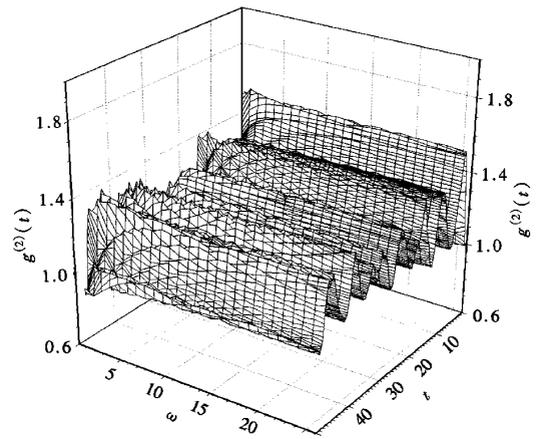


图6  $g^{(2)}(t)$  随  $\omega, t$  变化的曲面  $\bar{n}=3; x=0.2; g=0.5$

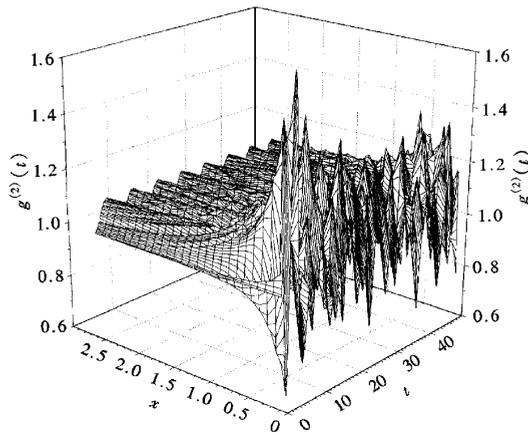


图7  $g^{(2)}(t)$  随  $x, t$  变化的曲面  $\bar{n}=3; g=0.5; \omega=1.0$

- [ 1 ] P. Meystre, M. S. Zubairy, *Phys. Lett.*, **A89**(1982), 390.
- [ 2 ] G. Compagno, J. S. Peng, F. Persico, *Opt. Commun.*, **57** (1986) 415.
- [ 3 ] C. C. Gerry, *Phys. Rev.*, **A37**(1988) 2683.
- [ 4 ] N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A23**(1981) 236.
- [ 5 ] G. Rempe, H. Walther, N. Klein, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 1933.
- [ 6 ] T. Q. Song, J. Feng, B. Z. Xu et al., *Acta Physica Sinica*, **44** (1995), 1418 (in Chinese [ 宋同强、冯 健、徐炳振等, *物理学报* **44**(1995), 1418 ]).
- [ 7 ] P. Zhou, J. S. Peng, *Acta Optica Sinica*, **10**(1990), 837 (in Chinese [ 周 鹏、彭金生, *光学学报*, **10**(1990), 837 ]).
- [ 8 ] V. J. Buzek, *Opt. Commun.*, **78**(1990) 425.
- [ 9 ] Y. Z. Lai, J. Q. Liang, *Acta Physica Sinica*, **46**(1997), 1710 (in Chinese [ 赖云忠、梁九卿, *物理学报* **46**(1997), 1710 ]).
- [ 10 ] S. Q. Liu, Q. Guo, X. Y. Tao, C. H. Fu, *Acta Physica Sinica*, **47** (1998), 1481 (in Chinese [ 刘三秋、郭 琴、陶向阳、傅传鸿, *物理学报* **47**(1998), 1481 ]).
- [ 11 ] J. S. Peng, G. X. Li, *Phys. Rev.*, **A47**(1993) 3167.
- [ 12 ] X. S. Li, N. Y. Bei, *Phys. Lett.*, **A101**(1984), 169.
- [ 13 ] X. S. Li, C. D. Gong, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 2801.

# INFLUENCE OF KERR EFFECT AND VIRTUAL PHOTON FIELD ON THE PHOTON ANTI-BUNCHING OF INTERACTION BETWEEN FIELD AND ATOM\*

TAO XIANG-YANG LIU SAN-QIU NIE YI-YOU FU CHUAN-HONG  
(*Department of Physics Jiangxi Normal University ,Nanchang 330027 ,China* )  
( Received 6 November 1999 ; revised manuscript received 4 February 2000 )

## ABSTRACT

We have studied the interaction between a cascade three-level atom and the cavity field filled with Kerr medium by C-RWA. The influence of Kerr effect and virtual photon field on the photon anti-bunching is discussed. The results show that the quantum noise appears under C-RWA ; the increase of  $x$  and  $\omega$  or the decrease of  $g$  leads to the decrease of absorbance of atom and the reduction of photon antibunching ; especially , the interaction is influenced obviously by  $g$ .

**Keywords :** CRW-approximation , Kerr effect , anti-bunching

**PACC :** 4250

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangxi Province ,China ( Grant No. 971216 ).