

虚光场对双模压缩真空场中原子量子特性的影响

黄春佳 周 明 厉江帆 方家元 黄祖洪 贺慧勇

(长沙电力学院物理与信息工程系,长沙 410077)

(1999 年 12 月 31 日收到,2000 年 3 月 5 日收到修改稿)

应用全量子理论,研究了非旋波近似下与双模压缩真空场相互作用的二能级原子算符的时间演化规律和偶极压缩性质,数值计算结果表明,虚光场效应主要表现为物理过程中的量子噪声,这种量子噪声的大小与光场的初始压缩参量和原子的初始状态以及系统的耦合强度等因素密切相关.

关键词:虚光场;双模压缩真空场;二能级原子;粒子数布居;原子偶极压缩

PACC:4250;3280

1 引 言

对于原子与光场相互作用系统,虚光场效应的研究是一个既有理论价值又有实际意义的课题,有关虚光子过程对原子与光场相互作用系统量子特性的影响的研究越来越受到人们的广泛关注.近年来大量的研究表明,虚光子过程是存在于原子与光场相互作用系统中的实实在在的物理过程,它可以导致相互作用系统中光场和原子量子性质的改变以及在物理过程中引起量子噪声^[1-7].最近,文献^[8]研究了旋波近似下双模压缩真空场中二能级原子的偶极压缩与相干俘获问题,分析了原子发生相干俘获的条件和光场压缩参数对原子偶极压缩的影响.本文采用非旋波近似下的双光子 J-C 模型,研究了虚光场对双模压缩真空场中二能级原子量子行为的影响,发现虚光子过程的影响主要表现为引起量子噪声,这种量子噪声的大小依赖于光场的初始压缩参数、原子的初始状态和系统的耦合强度.

2 理论模型与计算公式

在非旋波近似下,二能级原子与双模光场相互作用系统的哈密顿量为^[9]

$$H = \omega_0 S_3 + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \epsilon (a_1^\dagger a_2^\dagger S_- + a_1 a_2 S_+ + a_1^\dagger a_2^\dagger S_+ + a_1 a_2 S_-), \quad (1)$$

其中 a_i^\dagger 和 a_i 分别为频率为 ω_i ($i=1,2$) 的光场的产生和湮没算符, S_3 和 S_\pm 为原子的自旋算符, ω_0 为原子的本征跃迁频率, ϵ 为原子与光场的耦合

系数.

为简便起见,只考虑共振情形,即光场频率 ω_i ($i=1,2$) 和原子本征跃迁频率 ω_0 之间满足 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_0$ 的条件.

将系统的哈密顿量改写为

$$H = H_0 + H_1, \quad (2)$$

式中

$$H_0 = \omega_0 S_3 + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2, \quad (3)$$

$$H_1 = \epsilon (a_1^\dagger a_2^\dagger S_- + a_1 a_2 S_+) + \epsilon (a_1^\dagger a_2^\dagger S_+ + a_1 a_2 S_-), \quad (4)$$

式中等号右端第二项为非旋波项.在相互作用绘景中, H_1 可表示为

$$H_1(t) = \epsilon (a_1^\dagger a_2^\dagger S_- + a_1 a_2 S_+) + \epsilon (a_1^\dagger a_2^\dagger S_+ e^{2i\omega_0 t} + a_1 a_2 S_- e^{-2i\omega_0 t}). \quad (5)$$

设初始时刻 ($t=0$) 原子处于相干叠加态^[9],

$$|\psi_A(0)\rangle = \cos(\theta/2)|e\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\varphi}|g\rangle, \quad (6)$$

式中 $\cos(\theta/2)$ 和 $\sin(\theta/2)$ 分别为原子处于激发态 $|e\rangle$ 和基态 $|g\rangle$ 的概率幅, φ 为原子态位相.而光场处于双模压缩真空态^[9]

$$|0,0,\zeta\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n |n,n\rangle, \quad f_n = (-e^{i\xi} \tanh r)^n / \cosh r, \quad (7)$$

式中 $\xi = r e^{i\zeta}$ 为复压缩参数.原子-光场耦合系统初始时刻的态矢可表示为

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} f_n [\cos(\theta/2)|e,n,n\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\varphi}|g,n,n\rangle]$$

$$+ \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} |g, m, m\rangle]. \quad (8)$$

设 t 时刻系统状态演化为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n(t)|e, m, m\rangle + b_n(t)|g, m, m\rangle], \quad (9)$$

将(5)(9)式代入薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = H_I(t) |\psi(t)\rangle, \quad (10)$$

得到

$$i \dot{a}_n(t) = \epsilon(n+1)b_{n+1}(t) + \epsilon n b_{n-1}(t) e^{2i\omega_0 t} \quad (11)$$

$$i \dot{b}_n(t) = \epsilon n a_{n-1}(t) + \epsilon(n+1)a_{n+1}(t) e^{-2i\omega_0 t}. \quad (12)$$

将旋波近似下得到的下列结果^[8]:

$$a_n^{(0)}(t) = f_n \cos(\theta/2) \cos[(n+1)\epsilon t] - i f_{n+1} \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} \sin[(n+1)\epsilon t], \quad (13)$$

$$b_n^{(0)}(t) = f_n \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} \cos(\epsilon n t) - i f_{n-1} \cos(\theta/2) \sin(\epsilon n t). \quad (14)$$

作为零级近似代入(11)(12)式等号右边, 利用逐级迭代理论, 精确到 ϵ/ω_0 的一次幂项, 得到

$$a_n(t) = a_n^{(0)}(t) + a_n^{(1)}(t), \quad (15)$$

$$b_n(t) = b_n^{(0)}(t) + b_n^{(1)}(t), \quad (16)$$

其中

$$a_n^{(1)}(t) = \frac{2n\epsilon\omega_0}{(n-1)^2\epsilon^2 - 4\omega_0^2} \{f_{n-1} \sin(\theta/2) e^{-i\varphi} [e^{2i\omega_0 t} \cos[(n-1)\epsilon t] - 1] - i f_{n-2} \cos(\theta/2) e^{2i\omega_0 t} \sin[(n-1)\epsilon t]\}, \quad (17)$$

$$b_n^{(1)}(t) = -\frac{\chi(n+1)\epsilon\omega_0}{(n+2)^2\epsilon^2 - 4\omega_0^2} \{f_{n+1} \cos(\theta/2) [e^{-2i\omega_0 t} \cos[(n+2)\epsilon t] - 1] - i f_{n+2} \sin(\theta/2) e^{-i(2\omega_0 t + \varphi)} \sin[(n+2)\epsilon t]\}. \quad (18)$$

显然 $a_n^{(0)}(t)$ 和 $b_n^{(0)}(t)$ 反映由旋波近似下的实光子过程对概率幅的贡献, 而 $a_n^{(1)}(t)$ 和 $b_n^{(1)}(t)$ 则表征由非旋波项所引起的虚光子过程对概率幅的影响, 由于在实际问题中, $\epsilon/\omega_0 \ll 1$, 与前者比较, 非旋波项是一高阶无穷小量.

由(9)(13)–(18)式不难求得原子粒子数布居差的表达式为

$$\begin{aligned} \langle S_3(t) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2 - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2 \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2 - \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $\sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2$ 和 $\sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2$ 分别为原子处于激发态和基态的概率, 满足

$$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n(t)|^2 + \sum_{n=0}^{\infty} |b_n(t)|^2 = 1. \quad (20)$$

为了揭示虚光场对原子偶极压缩的影响, 定义两个缓变的正交厄密算符:

$$\begin{aligned} S_1(t) &= \frac{1}{2} (S_+ e^{-i\omega_0 t} + S_- e^{i\omega_0 t}), \\ S_2(t) &= \frac{1}{2i} (S_+ e^{-i\omega_0 t} - S_- e^{i\omega_0 t}). \end{aligned} \quad (21)$$

易证下列关系式成立:

$$[S_1, S_2] = iS_3, \quad (\Delta S_1)(\Delta S_2)^2 \geq \frac{1}{4} |\langle S_3 \rangle|^2, \quad (22)$$

式中 $(\Delta S_i)^2 = \langle S_i^2 \rangle - \langle S_i \rangle^2$ ($i=1, 2$). 若系统处于某一状态时, 使得

$$Q_i = (\Delta S_i)^2 - \frac{1}{2} |\langle S_3 \rangle| < 0 \quad (i=1, 2), \quad (23)$$

则原子偶极矩的 S_i 分量的涨落被压缩. 容易推得 Q_i 随时间变化的表达式为

$$Q_i(t) = (\Delta S_i(t))^2 - \frac{1}{2} |\langle S_3(t) \rangle| \quad (i=1, 2), \quad (24)$$

式中 $\langle S_3(t) \rangle$ 由(19)式表示, $(\Delta S_i(t))^2$ ($i=1, 2$) 的表达式分别为

$$(\Delta S_1(t))^2 = \frac{1}{4} - \left\{ \text{Re} \left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) b_n^*(t) \right] \right\}^2 \quad (25)$$

$$(\Delta S_2(t))^2 = \frac{1}{4} - \left\{ \text{Im} \left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n(t) b_n^*(t) \right] \right\}^2. \quad (26)$$

3 数值计算

3.1 虚光场对原子布居差时间演化特性的影响

为了简化计算, 忽略 $\langle S_3(t) \rangle$ 中含 $(\epsilon/\omega_0)^2$ 的项, 将 $\langle S_3(t) \rangle$ 改写为

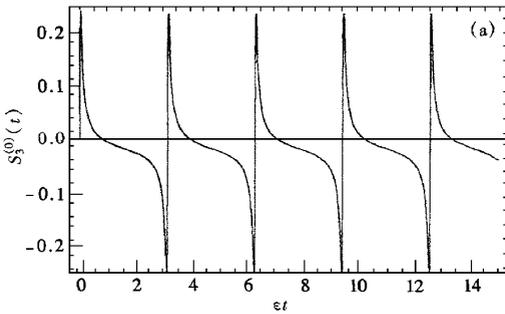
$$\langle S_3(t) \rangle = \langle S_3^{(0)}(t) \rangle + \langle S_3^{(1)}(t) \rangle, \quad (27)$$

式中

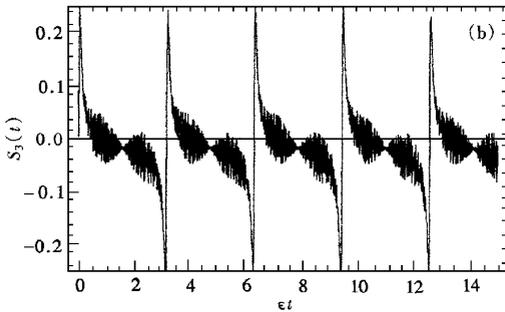
$$\langle S_3^{(0)}(t) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n^{(0)}(t)|^2 - \frac{1}{2}, \quad (28)$$

$$\langle S_3^{(1)}(t) \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n^{(0)}(t)a_n^{(1)*}(t) + a_n^{(0)*}(t)a_n^{(1)}(t)]. \quad (29)$$

上两式中, $\langle S_3^{(0)}(t) \rangle$ 表示旋波近似下的原子布居差^[8], $\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$ 则表征虚光子过程对原子布居差的影响. 由于 $\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$ 的解析表达式比较复杂, 只能借助于数值计算来揭示虚光子过程对原子布居差的影响. 作为例子, 取 $r=2, \theta=\pi/2, \varphi-\xi=\pi/2$, 对 (27) 式所作的数值计算结果见图 1.



(a) 为旋波近似情形

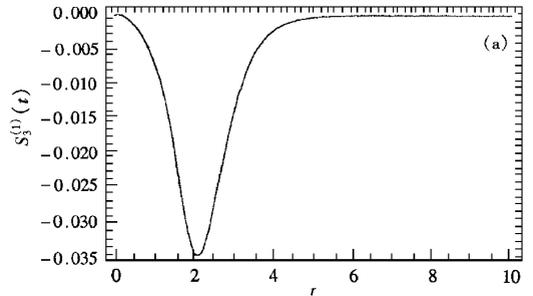


(b) 为非旋波近似情形 ($\epsilon/\omega_0=0.01$)

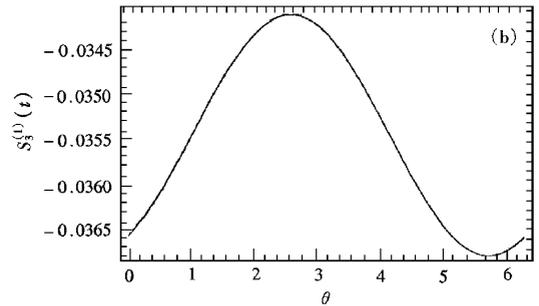
图 1 $\langle S_3(t) \rangle$ 的时间演化规律 ($r=2, \theta=\pi/2, \varphi-\xi=\pi/2$)

比较图 1(a) 与图 1(b) 可以看出, 非旋波项所描述的虚光子过程对原子布居差的影响主要表现为在原有的 Rabi 振荡的基础上附加上一微小的快速振荡, 即引起所谓量子噪声. 计算结果表明, 这种量子噪声的大小与光场的压缩参数和原子的初始状态, 以及原子与光场的耦合强度密切相关. 有关虚光子过程对原子布居差的影响 ($\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$) 与系统初始状态参数 (r, θ) 的关系的详细计算结果见图 2.

从图 2 不难看出, 对原子布居差来说, 虚光场效应随 θ 的变化而周期性变化, 而随着 r 的增大, 虚光场的影响先由零增大到最大值, 而后再由最大值减少到零. 可见, 虚光场效应是一种非线性效应.



(a) 为 $\langle S_3^{(1)} \rangle - r$ 曲线 ($\theta=\pi/2$)



(b) 为 $\langle S_3^{(1)} \rangle - \theta$ 曲线 ($r=2$)

图 2 $\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$ 对系统初始状态的依赖关系 ($\varphi-\xi=\pi/2, \epsilon/\omega_0=0.01, \epsilon t=1$)

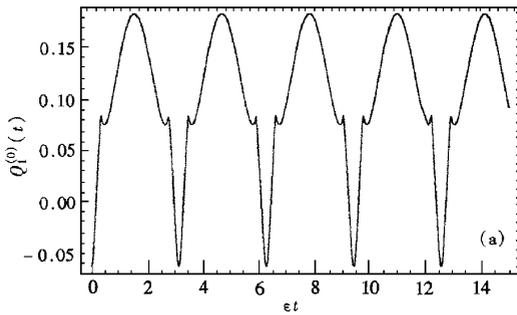
应该指出, 实际上的 (ϵ/ω_0) 是一个数量级可达 10^{-15} 甚至更小的量. 在本文的计算中, 选取 (ϵ/ω_0) = 0.01 或 0.02, 只是为了把虚光场效应较为明显地展示出来.

3.2 虚光场对原子偶极压缩的影响

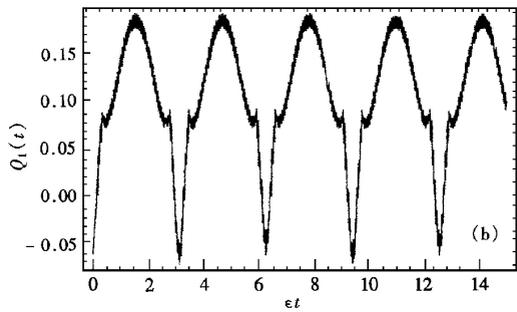
与 3.1 的讨论相同, 为了简化计算, 忽略 $Q_i(t)$ ($i=1, 2$) 中含 (ϵ/ω_0)² 的项, 并将 $Q_i(t)$ ($i=1, 2$) 改写为

$$Q_i(t) = Q_i^{(0)}(t) + Q_i^{(1)}(t) \quad (i=1, 2), \quad (30)$$

式中 $Q_i^{(0)}(t)$ ($i=1, 2$) 为旋波近似下的原子偶极矩 S_i 分量的涨落函数^[8], $Q_i^{(1)}(t)$ ($i=1, 2$) 则表征虚光子过程对原子偶极矩 S_i 分量的涨落函数的影响. 当取 $r=1, \theta=\pi/3, \varphi-\xi=0$ 时, 对 $Q_i(t)$ 所作的数值计算结果见图 3.



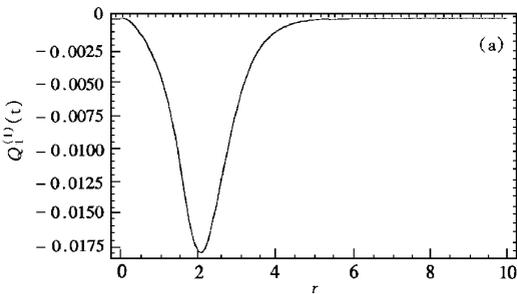
(a) 为旋波近似情形



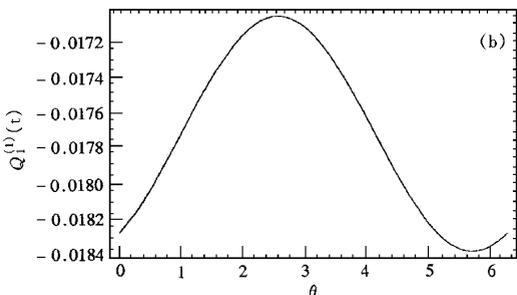
(b) 为非旋波近似情形 ($\epsilon/\omega_0 = 0.01$)

图 3 $Q_1(t)$ 的时间演化规律 ($r = 1, \theta = \pi/3, \varphi - \xi = 0$)

比较图 3(a) 与图 3(b) 可以看出, 非旋波项所描述的虚光子过程对原子偶极压缩的影响与对原子布



(a) 为 $Q_1^{(1)-r}$ 曲线 ($\theta = \pi/3$)



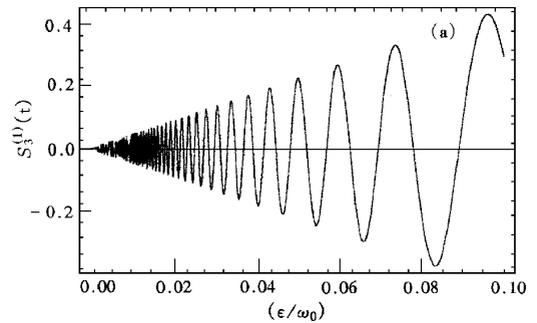
(b) 为 $Q_1^{(1)-\theta}$ 曲线 ($r = 2$)

图 4 $Q_1^{(1)}(t)$ 对系统初始状态参数的依赖关系 ($\varphi - \xi = \pi/2, \epsilon/\omega_0 = 0.01, \epsilon t = 1$)

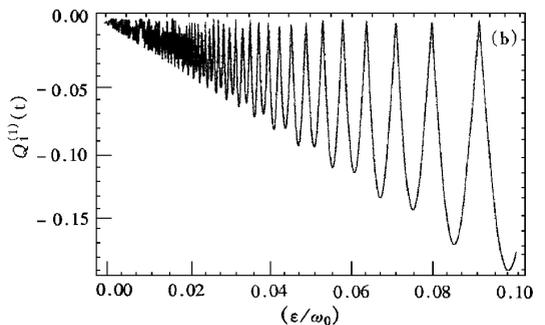
居差的影响一样, 主要是在原有的涨落曲线的基础上附加一微小的快速振荡即量子噪声. 计算结果表明, 这种量子噪声的大小与光场的压缩参数和原子的初始状态以及原子与光场的耦合强度密切相关. 有关虚光子过程对原子偶极压缩的影响 ($Q_1^{(1)}(t)$) 与系统初始状态参数 (r, θ) 的关系的详细计算结果见图 4.

从图 4 不难看出, 虚光场对原子偶极压缩的影响随 r, θ 的变化规律与对原子布居差的影响的变化规律基本相同.

进一步的计算表明, 当 r, ξ, θ, φ 一定时, 虚光子过程所引起的量子噪声随 ϵ/ω_0 的增大而明显变化. 图 5(a) 和图 5(b) 分别给出了 $\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$ 和 $Q_1^{(1)}(t)$ 随 ϵ/ω_0 变化的规律. 由图 5 可见, 量子噪声随 ϵ/ω_0 的变化也表现出明显的周期性.



(a) 为 $\langle S_3^{(1)} \rangle - (\epsilon/\omega_0)$ 曲线



(b) 为 $Q_1^{(1)} - (\epsilon/\omega_0)$ 曲线

图 5 $\langle S_3^{(1)}(t) \rangle$ 和 $Q_1^{(1)}(t)$ 随 ϵ/ω_0 变化的规律 ($r = 2, \xi = 0, \theta = \pi/2, \varphi = \pi/2, \epsilon t = 1$)

4 结 论

我们应用全量子理论, 研究了非旋波近似下与双模压缩真空场相互作用的二能级原子的原子算符

的时间演化规律和原子算符的压缩性质及其与系统本身性质如光场压缩参数(r, ξ)、原子初始状态参数(θ, φ)以及系统耦合强度-共振频率比(ε/ω_0)的关系. 数值计算结果表明, 虚光场对原子布居差和原

子偶极压缩的影响主要表现为物理过程中的量子噪声, 这种量子噪声的大小与系统本身性质密切相关. 虚光场对光场的影响将另文讨论.

- [1] P. W. Milon, J. R. Ackerhalt, H. W. Galbraith, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 966.
- [2] R. F. Fox, J. Edison, *Phys. Rev.* **A34** (1986) 482.
- [3] J. S. Peng, G. X. Li, *Acta Physica Sinica* **40** (1991), 1042 (in Chinese) [彭金生、李高翔, *物理学报* **40** (1991), 1042].
- [4] J. S. Peng, G. X. Li, *Phys. Rev.* **A47** (1993) 3167.
- [5] J. S. Peng, G. X. Li, *Acta Physica Sinica* **42** (1993), 568 (in Chinese) [彭金生、李高翔, *物理学报* **42** (1993), 568].
- [6] S. Q. Liu, Q. Guo, X. Y. Tao, C. H. Fu, *Acta Physica Sinica* **47** (1998), 1481 (in Chinese) [刘三秋、郭琴、陶向阳、傅传鸿, *物理学报* **47** (1998), 1481].
- [7] J. Xiong, X. M. Hu, J. S. Peng, *Acta Physica Sinica* **48** (1999), 1864 (in Chinese) [熊锦、胡响明、彭金生, *物理学报* **48** (1999), 1864].
- [8] Y. H. Tian, J. S. Peng, *Acta Physica Sinica* **48** (1999) 2060 (in Chinese) [田永红、彭金生, *物理学报* **48** (1999) 2060].
- [9] J. S. Peng, G. X. Li, *Introduction to Modern Quantum Optics* (World Scientific, Singapore, 1998) [彭金生、李高翔, *近代量子光学导论* (科学出版社, 北京, 1996)].

INFLUENCE OF THE VIRTUAL PHOTON FIELD ON THE ATOMIC QUANTUM CHARACTER IN TWO-MODE SQUEEZING VACUUM FIELD

HUANG CHUN-JIA ZHOU MING LI JIANG-FAN FANG JIA-YUAN HUANG ZU-HONG HE HUI-YONG
(Department of Physics and Information Engineering, Changsha University of Electric Power, Changsha 410077, China)

(Received 31 December 1999; revised manuscript received 5 March 2000)

ABSTRACT

We have investigated in the time-evolution and the squeezing character of atomic operators in a system of two-mode squeezed vacuum field interacting with a two-level atom without the rotating-wave approximation by means of quantum theory. The results obtained using the numerical method indicate that the influence of the virtual-photon field on the atomic quantum character is mainly the cause for quantum chaos which is related to the quantum character of the system itself.

Keywords: virtual-photon field, two-mode squeezed vacuum field, two-level atom, particle's occupancy, atomic dipole squeezing

PACC: 4250, 3280