

非弹性核反应对质子束能量沉积的影响*

王营冠[†] 罗正明

(四川大学原子核科学技术研究所辐射物理中心,
教育部辐射物理与技术重点实验室,成都 610064)
(1999 年 4 月 18 日收到,2000 年 2 月 1 日收到修改稿)

提出了一种比较精确且又省时的质子穿透的解析算法,并给出了考虑核反应后 50—250 MeV 质子在水中的能量沉积,与 Monte-Carlo 方法的结果进行了比较.结果表明:1)非弹性核反应对质子的能量沉积有明显的影响,特别是对较高能量的质子束入射情况;2)该方法计算效率比 Monte Carlo 方法高百倍以上.因此,本文方法解决了质子能量沉积计算中效率和精度之间的矛盾,有可能在质子束放射治疗中得到实际应用.

关键词:质子能量沉积,核反应,截面

PACC:8710,8760M

高能质子同其他重带电粒子一样,在介质中具有很弱的散射效应,其能量沉积具有很陡的横向半影并在射程末端存在一个尖锐的 Bragg 峰,因此用于放射治疗时可将高剂量准确地释放在靶体积内,从而显著地减少对周围的正常组织和器官的辐射损伤^[1-5],所以质子束应用于放射治疗具有良好的前景.改进质子在介质中能量沉积算法的精度和效率,近年来一直是质子束治疗的研究热点.过去人们主要用由 Chen 等^[6]于 1979 年提出的射线跟踪算法(ray tracing algorithm).其做法是先沿射束方向对 CT 数据给出的电子密度积分,从而得出病人体内某点的水等效深度,然后由事先计算好的高能质子在不同深度的水中的能量沉积数据表,查表得到该深度对应的剂量.该算法由于没有考虑射线周围介质的组成情况,因而在复杂的非均匀介质中可能导致错误的结论^[7].现在人们主要用 Monte Carlo 方法计算质子在物质中的能量沉积,虽然计算精度可以做得很好,但它是一种随机抽样方法,如果要满足较高的统计精度则很费计算机时间^[8].

解析方法看来更适宜于解决质子在介质中的能量沉积.从质子穿透的 Boltzmann 方程着手^[9],由统计平衡原理可导出考虑了核反应的分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E)$ 应满足的 Boltzmann 输运方程.连续慢化近似(CSDA)的质子输运 Boltzmann 方程为

$$\begin{aligned} & \mathbf{u} \cdot \nabla f - \frac{\partial f S}{\partial E} + \Sigma_{nr}(E)f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E) \\ & = N \int_{4\pi} d\mathbf{u}' \sigma_n \cdot (\mathbf{E}' \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}') f(\mathbf{r}, \mathbf{u}', E) \\ & \quad - f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E') + Q(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E). \end{aligned} \quad (1)$$

分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E)$ 又称微分注量, $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E) ds du dE$ 代表在 \mathbf{r} 处,能量在 E 到 $E + dE$ 之间,方向在 $\mathbf{u} \rightarrow \mathbf{u} + d\mathbf{u}$ 立体角元内的一群质子穿过垂直于 \mathbf{u} 的面积元 ds 的质子数, σ_n 为质子的弹性散射微分截面, $Q(\mathbf{r}, \mathbf{u}, E)$ 为源项, S 为质子的电子和核阻止本领, Σ_{nr} 为单位体积核反应总截面,对于化合物和混合物,它可表示为

$$\Sigma_{nr} = \frac{N_A \rho}{\sum A_i n_i} \sum n_i \sigma_{nr}^i, \quad (2)$$

其中 N_A 为 Avogadro 常数, A_i 和 n_i 分别为一个介质分子中第 i 种原子的质量数和个数, σ_{nr}^i 为第 i 种原子的质子非弹性散射总截面, ρ 为介质密度.

现在考虑一束无限均匀的单能单向质子入射到均匀介质这一简单但典型的入射条件,其束流强度为 1 proton/cm^2 .由于质子散射很弱,我们忽略质子束的散射.取质子束入射方向为 z 轴,并将方向极轴也取为 z 轴,则 Boltzmann 方程(1)简化为

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial f S}{\partial E} + \mu \frac{\partial f}{\partial z} + \Sigma_{nr} f(z, \mu, E) \\ & = \alpha(E - E_0) \alpha(1 - \mu) \alpha(z) / 2\pi, \end{aligned} \quad (3)$$

* 国家攀登计划 H 批准号 85450102 资助的课题.

[†]E-mail 地址: wyingguan@yahoo.com

其中 μ 是极角 θ 的方向余弦 ($\mu = \cos(\theta)$), 引入 Fourier 变换

$$\phi(z, \mu, p) = \int_{-\infty}^{\infty} dE e^{ipE} f(z, \mu, E), \quad (4)$$

$$f(z, \mu, E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp e^{-ipE} \phi(z, \mu, p). \quad (5)$$

应用窄能谱近似, 我们有^[10]

$$\int_{-\infty}^{\infty} dE e^{ipE} f(z, \mu, E) S(E) \approx S(E_a) \phi(z, \mu, p), \quad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dE e^{ipE} f(z, \mu, E) \Sigma_m(E) \approx \Sigma_m(E_a) \phi(z, \mu, p). \quad (7)$$

其中 $E_a(z)$ 为 z 点处质子的平均能量,

$$E_a(z) = \int_0^{E_0} \int_{4\pi} E f(z, \mu, E) dE / \int_0^{E_0} \int_{4\pi} f(z, \mu, E) dE \approx E_0 - \int_0^z S(E_a(z')) dz', \quad (8)$$

对(2)式作 Fourier 变换, 我们有

$$ipS\phi(z, \mu, p) + \Sigma_{nr}\phi(z, \mu, p) + \mu \frac{\partial \phi(z, \mu, p)}{\partial z} = e^{ipE_0} \alpha(1 - \mu) \chi(z) 2\pi. \quad (9)$$

引入

$$\phi(z, \mu, p) = \phi_0(z, p) \alpha(1 - \mu) 2\pi, \quad (10)$$

由(9)式得到

$$\frac{\partial \phi_0(z, p)}{\partial z} + \frac{1}{\mu} (\Sigma_{nr} + ipS) \phi_0(z, p) = \frac{1}{\mu} e^{ipE_0} \alpha(z), \quad (11)$$

求解可得

$$\phi_0(z, p) = \begin{cases} \exp\left\{ \frac{ip}{\mu} \left[E_0 + \int_0^z \left(-\frac{\Sigma_m(E_a)}{ip} - S \right) dz' \right] \right\} & z \geq 0; \\ 0 & z < 0. \end{cases} \quad (12)$$

由此可以得到

$$f(z, \mu, E) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{\mu} \int_0^z \Sigma_m dz \right) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp \exp\left\{ -ip \left[E - E_0 + \int_0^z S(z') dz' \right] \right\} / \mu & z \geq 0; \\ 0 & z < 0, \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \exp\left[-\frac{1}{\mu} \int_0^z \Sigma_m(z') dz' \right] \alpha(1 - \mu) \alpha \left[E_0 - E - \int_0^z S(z') dz' \right] / 2\pi & z \geq 0; \\ 0 & z < 0. \end{cases} \quad (13)$$

分析这一结果我们认为, 考虑了核反应后, 分布函数由于核反应多了一个与深度和反应截面有关的修正因子

$$\exp\left(-\frac{1}{\mu} \int_0^z \Sigma_m(z') dz' \right). \quad (14)$$

这一修正项描述了由于核反应所造成的质子注量的减弱比例.

由这一分布函数可以求出在深度 z 处, 初始能量为 E 的入射质子的能量沉积

$$D = D_E + D_{nr}, \quad (15)$$

其中 D_E 是由于电子和核阻止本领造成的能量沉积所致,

$$D_E = \iint S(E) f(z, \mu, E) dE du \approx S(E_a) \exp\left\{ -\int_0^z \Sigma_m(E_a(z')) dz' \right\}, \quad (16)$$

上式中 $S(E_a)$ 是不考虑核反应时的能量沉积.

D_{nr} 是由核反应造成的能量沉积, 由于我们讨论的介质是水, 在这种情况下, 只有质子与 O^{16} 原子的核反应才是重要的, 因此实际上只计算了质子与 O^{16} 核反应产生的次级带电粒子的能量沉积,

$$D_{nr} = \iint S_m(E_a) f(z, \mu, E) dE du = \frac{N_A}{\sum A_i n_i} \sigma_m^O(E_a) E_a \eta \rho \exp\left(-\int_0^z \Sigma_m(E_a) dz' \right). \quad (17)$$

将上式代入(15)式可以得到总能量沉积

$$D = \left\{ \frac{N_A}{\sum A_i n_i} \sigma_m^O(E_a) E_a \eta \rho + S(E_a) \right\} \exp\left(-\int_0^z \Sigma_m(E_a) dz' / \mu \right). \quad (18)$$

其中 η 表示入射质子能量转化成次级粒子动能的

份额 ρ 表示介质密度, $\sigma_{nr}^O(E_a)$ 为水中 O^{16} 对能量为 E_a 的质子的非弹性核反应总截面。

考虑了核反应后,我们应用(18)式计算了质子在水中的深度剂量分布,并与不考虑核反应时的解析结果进行比较,分别在图1到图3中绘出了50、150、250 MeV 入射质子在水中不同深度的深度剂量分布,图中分别绘出三条曲线,包括不考虑核反应时的深度剂量分布(A),考虑核反应时的总深度剂量分布(B)和单由核反应造成的深度剂量分布(C)。

$$\sigma_{nr} = \frac{-69.85 \ln^5 E + 2522.27 \ln^4 E - 24508.70 \ln^3 E - 100843.00 \ln^2 E - 174456.00 \ln E - 100484.69}{E} \quad (19)$$

$$\eta = \begin{cases} 0.031667 - 0.044000E - 0.000930E^2 & (E < 18 \text{ MeV}); \\ 0.492222 + 0.001478E - 0.000003E^2 & (E \geq 18 \text{ MeV}). \end{cases} \quad (20)$$

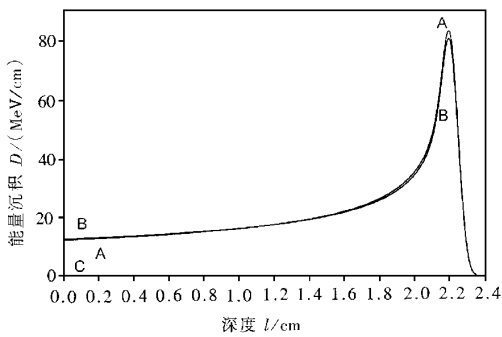


图1 50 MeV 质子在水中的深度剂量分布 A 为不考虑非弹性核反应的深度剂量分布; B 为考虑非弹性核反应的总深度剂量分布; C 为非弹性核反应的深度剂量分布

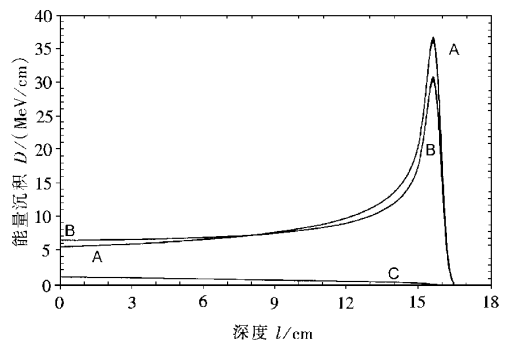


图2 150 MeV 质子在水中的深度剂量分布 图注同图1

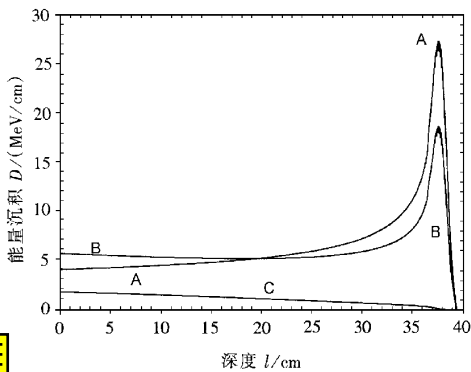


图3 250 MeV 质子在水中的深度剂量分布 图注同图1

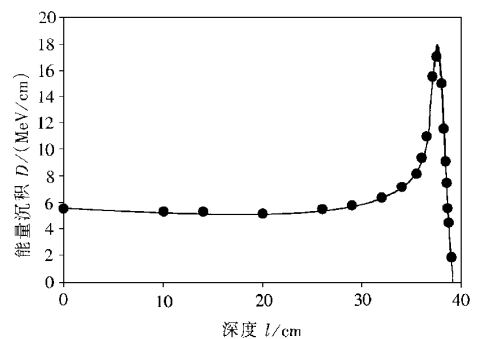


图4 本文方法计算结果与 Monte Carlo 方法结果比较 ● 为 Monte Carlo 结果; —— 为本文计算结果

通过以上各图的比较表明,1)当入射质子能量较低时,很小的反应截面使核反应对能量沉积的贡献很小,初始能量为 50 MeV 的入射质子在水中由

为了对计算结果作适当的分析,我们在图4中还将考虑核反应后质子的能量沉积与 Carlsson 等^[11]用 PTRAN Monte Carlo 程序计算的结果进行了比较,结果发现两种算法符合得相当好。

我们计算中用到的核反应截面 σ_{nr} 和入射质子能量转化成二次粒子动能的份额 η 均取自 Seltzer^[12]的工作,对 Seltzer 给出的数据,我们作了简单的拟合,得到的拟合结果见图5到图6,我们的拟合公式如下:

于核反应造成的总粒子数损失很小,它的能量沉积在 Bragg 峰附近和考虑核反应时相差无几;但随着能量的增加核反应截面变大,核反应对质子能量

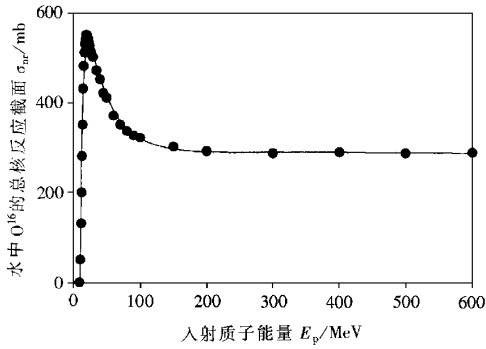


图5 质子在水中的总核反应截面 ●为 Seltzer 给出的数据；——为拟合公式数据

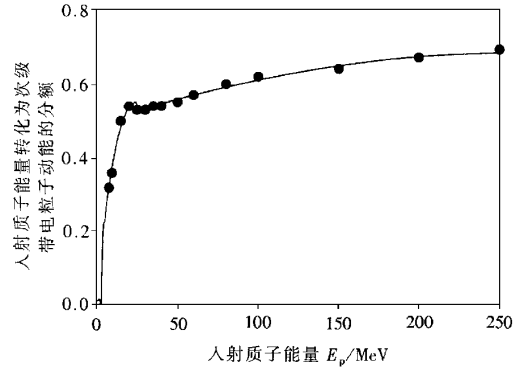


图6 入射质子能量转化为次级带电粒子的份额 图注同图5

沉积的影响也越来越大,当入射质子的能量为 150 MeV 时, Bragg 峰附近由核反应造成的粒子数损失已达到总粒子数的 15%,而当初始能量为 250 MeV 时,这一比例增加到将近 30%,这与 Joakim Medin 等^[13]用 PETRA(一个专门用于模拟质子在水中的输运程序)得到的结论基本一致.因此,核反应对高

能质子能量沉积的影响是不应该忽略的,尤其在放射治疗这样要求精确计算剂量的场合更要重视这一因素.2)本方法的计算精度可与 Monte Carlo 方法相比拟,但计算机完成一束能量的穿透计算仅需 0.1 s 时间,其效率是 Monto Carlo 方法不可比拟的.

- [1] A. Lomax, *Phys. Med. Biol.* **44**(1999), 185.
 [2] A. M. Koehler, R. J. Schreider, J. M. Sisterson, *Nucl. Instr. Meth.* **131**(1975) A37.
 [3] T. Kanai *et al.*, *Med. Phys.* **10**(1983) 831.
 [4] M. Goitein and G. T. Chen, *Med. Phys.* **10**(1983) 831.
 [5] M. M. Urie *et al.*, *Med. Phys.* **13**(1986) 734.
 [6] G. T. Chen *et al.*, *Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys.* **5**(1979), 1809.
 [7] M. M. Urie *et al.*, *Med. Phys.* **31**(1986) 1.
 [8] R. Nath, *Monte Carlo Simulation in the Radiological Sciences*,

edited by R. L. Morin (CRC, Boca Raton, Florida, 1998), Chap. 6.

- [9] Z. M. Luo *et al.*, *Phys. Rev.* **32**(1985) 812.
 [10] Z. M. Luo, L. J. Teng, *Acta Physica Sinica* **31**(1982), 1166 (in Chinese) [罗正明、滕礼坚, *物理学报* **31**(1982), 1166].
 [11] A. K. Carlsson *et al.*, *Phys. Med. Biol.* **42**(1997), 1033.
 [12] S. M. Seltzer, An Assessment of the Role of Charged Secondaries from Nonelastic Nuclear Interactions by Therapy Proton Beams in Water, NISTIR 5221 (July, 1993).
 [13] Joakim Medin *et al.*, *Phys. Med. Biol.* **42**(1997) 89.

INFLUENCE OF NONELASTIC NUCLEAR INTERACTION ON THE PROTON BEAM ENERGY DEPOSITION*

WANG YING-GUAN[†] LUO ZHENG-MING

(*Institute of Nuclear Science and Technology , Sichuan University ,
Key Laboratory for Radiation Physics and Technology of Education Ministry of China ,
Chengdu 610064 , China*)

(Received 18 April 1999 ; revised manuscript received 1 February 2000)

ABSTRACT

A precise and rapid analytical algorithm has been developed for calculating proton energy deposition in media. The results covering the radiotherapy energy range (50—250 MeV) from this algorithm and data from Monte Carlo code are given. Comparison between them shows that 1) The Nonelastic nuclear interaction have severe influence on proton energy deposition , especially when the initial energy of proton beams is high. 2) The algorithm is 100 times faster than Monte Carlo methods. It satisfies the requirement of precision and speed. The algorithm shows its great potentiality in proton radiotherapy.

Keywords : proton energy deposition , nuclear interaction , cross section

PACC : 8710 8760M

* Project supported by the National " Climb " Program B of China (Grant No. 85450102).

[†]E-mail address : wyingguan@yahoo.com