

脉冲电压电流沿偶极天线传播过程的 等效电路法分析*

王均宏

(北方交通大学光波研究所, 北京 100044)

(1998 年 10 月 29 日收到, 2000 年 5 月 6 日收到修改稿)

首先用差分方法求解了偶极天线上的静态电容分布, 并分析了分布电容与天线结构参数之间的关系. 然后用分布电容构造了可用于分析时域特性的偶极天线的等效电路, 给出了该电路的时域求解方法. 通过这一方法, 可以求解任何脉冲源馈入偶极天线输入端时, 天线上任意点、任意时刻的电压、电流值, 从而可以分析脉冲电压、电流沿天线的传播特性, 解释脉冲电压、电流传播过程中的各种现象.

关键词: 脉冲电流, 脉冲电压, 偶极天线, 等效电路, 传播

PACC: 4110D, 4110H, 4110F

1 引 言

从应用角度研究脉冲天线, 重点一般放在脉冲电磁波离开天线后的特性上^[1-11], 对脉冲电磁波通过天线过程中所出现物理现象的机理则很少关心, 这正是我们对脉冲电磁波辐射机理的认识不够深入的原因. 事实上, 如果能深入了解脉冲电磁波的辐射机理, 认清影响天线辐射特性的根本原因, 即使不进行复杂的计算也可能设计出性能优良的脉冲天线. 文献 [12] 从电磁场与电荷相互作用的角度出发, 借助于数值模拟方法研究了脉冲电磁波通过天线的过程, 指出了脉冲电磁波的辐射是电荷动能与电磁场能量在天线上不连续处相互转化的结果. 重点在脉冲辐射源于何处的问题上, 以场方法为主. 本文则从等效电路的角度研究天线上脉冲电压、电流的传播过程, 并对电流传播过程中出现的“回流”现象进行讨论.

偶极天线的等效电路已有报导^[13, 14], 但主要用于分析正弦波. 这类等效电路一般不能用于分析时域问题. 本文从求解天线上的分布电容着手, 构造可在时域求解的等效电路, 同时给出求解方法.

2 求解偶极天线上电容的分布

静态偶极天线如图 1 所示. 天线两臂上的电荷分布唯一确定了天线周围的静态场分布规律. 我们

要求的是天线两臂间的分布电容. 方法是先给定天线上的电压 V_0 , 再确定电位分布, 由电位梯度的法向分量得到天线上的电荷密度分布 ρ , 再由 $C_u = 2\pi r_0 \rho / V_0$ 得到分布电容. r_0 为天线半径. 电位的求解从自由空间中的拉普拉斯方程 $\nabla^2 \varphi = 0$ 出发. 在柱坐标系下, 由偶极天线的旋转对称性得

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \varphi + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi = 0. \quad (1)$$

上式仅涉及到 r 和 z 两个坐标. 将 $r-z$ 面划分成一系列边长为 $\Delta r = \Delta z = \Delta s$ 的正方形小块, 如图 2 所示. 用中心差分代替微分得到 (i, j) 点电位

$$\varphi_{i,j} = \frac{1}{8i} [(2i-1)\varphi_{i-1,j} + (2i+1)\varphi_{i+1,j} + 2i(\varphi_{i,j-1} + \varphi_{i,j+1})]. \quad (2)$$

在计算上式时要注意两个问题: 一是 $i=0$, 即计算(天线导体之外的)轴线上的电位时, 上式不能使用, 可由电位沿径向的连续性令 $\varphi_{0,j} = (\varphi_{-1,j} + \varphi_{1,j})/2 = \varphi_{1,j}$ 求得. 二是利用(2)式进行差分迭代时必须要有确定的边界条件. 除了天线导体之外, 本文将远处的边界值一律设为零. 这种假设所带来的误差在边界设置得足够远时可以忽略. 天线导体上电位则为给定的任意值, 一正一负. 得到电位分布后, 由 $E = -\nabla \varphi$ 和 $D = \epsilon_0 E$ 以及 $\rho = (D \cdot \hat{n})$ (天线表面) 得到天线表面的电荷密度分布.

利用以上方法我们计算了一些天线的分布电

* 国家自然科学基金(批准号 59601008)资助的课题.

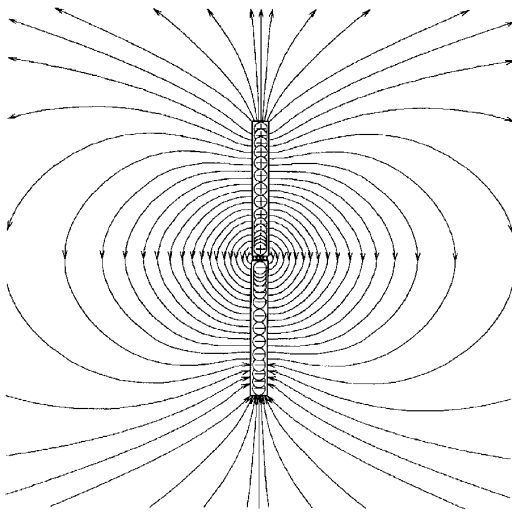


图 1 天线及其周围的静态场分布图

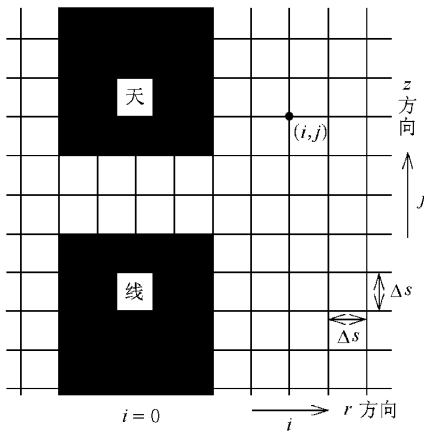


图 2 r - z 平面网格划分结构图

容. 这里给出三组曲线, 如图 3, 4, 5 所示. 图中横轴表示天线的长度坐标, 从天线馈电点往天线终端计算. 图 3 给出了臂长为 1 m, 半径为 4 cm 的天线上的单位长度电容分布. 三条曲线分别代表外边的零边界条件距天线中心的网格数分别为 100 (2 m), 300 (6 m) 和 500 (10 m) 时对计算结果的影响. 从中可以看到 6 m 和 10 m 处的零边界对计算结果影响的差别已很小, 说明取 10 m 处的零边界计算可保证足够的精度. 图 4 是天线粗细不同时, 臂长为 1 m 的天线上的单位长度电容分布. 可见天线越粗, 天线的单位长度电容越大. 电容增大的比例与天线半径相同. 这相当于电容器的极板面积 $2\pi r$ 增大. 图 5 是长度不同的天线上单位长度电容的分布. 从中可以看出分布规律相同, 馈电端和终端附近的单位长度电容也几乎相同, 不同的是天线越长, 曲线的平坦部分越

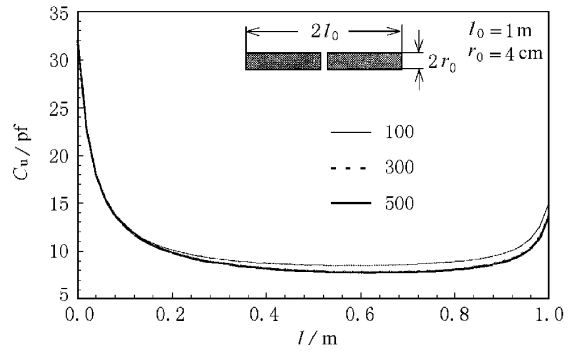


图 3 零电位边界对天线上单位长度分布电容的影响

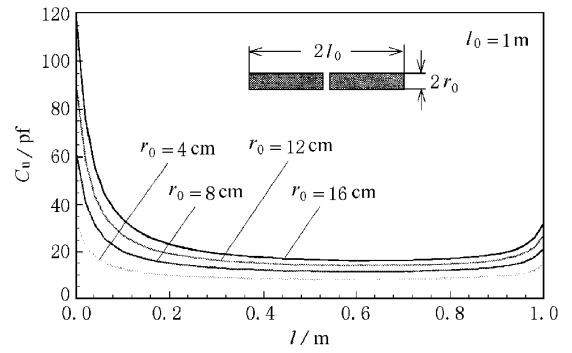


图 4 天线粗细对单位长度分布电容的影响

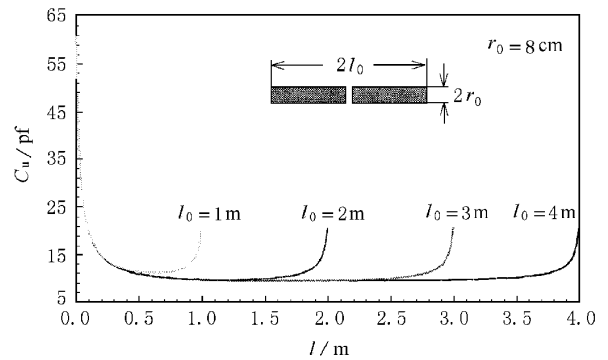


图 5 天线长度对单位长度电容分布的影响

长, 且位置相对低些.

以上这些曲线可以由天线上的电荷分布规律得到解释. 天线馈电端附近, 正负电荷吸引力很强, 因而密度很大. 天线终端附近, 由于尖端效应的影响, 电荷向终端聚集.

3 偶极天线的等效电路及时域解法

将图 1 所示天线等效成一系列集总元件单元, 构成如图 6 所示的等效电路. 图中比较特殊的几个

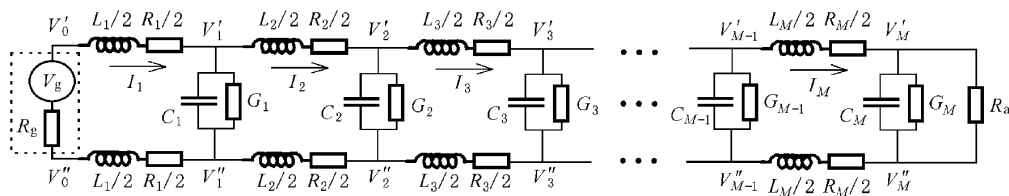


图 6 偶极天线的等效电路

量为 V_g, R_g, R_a , 分别为激励源的电压、激励源的内阻和脉冲天线的辐射电阻. 本文采用高斯脉冲作为激励源, 表达式为 $V_g(t) = V_0 \exp[-g^2(t - t_{\max})^2]$. 令 $V_0 = 1 \text{ V}$, $g = 1.5 \times 10^9 / \text{s}$, t_{\max} 由 $V_g(0) = 0.001 V_0$ 求得, $R_g = 50 \Omega$. 图中其他各量均从天线等效而来, 其中 C_1, \dots, C_M 为天线上各段的电容, 为各段上的单位长度电容乘各段的长度. R_1, \dots, R_M 和 G_1, \dots, G_M 分别为各对应(成对)小段上的电阻和漏导. 一般情况(无加载)下 $R_m = 0, G_m = 0$. 本文仅限于无加载的情况. L_1, \dots, L_M 为各对应段上的电感值. 由于天线上电流从空间上看去流向相同, 而且馈电点处的间隙很小, 因此天线周围的磁场分布与单根具有相同长度的导线周围磁场分布相同, 电感也相同, 为 $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{r_0} - 0.75 \right)$. 其中 l 为线长, r_0 为线半径. 因而天线上单位长度的电感可近似为

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{r_0} - 0.75 \right). \quad (3)$$

等效电路中的 L_m 为两小段电感之和, 即上式乘上两倍的段长. 当然, 利用上式计算单位长度的电感因磁场分布不是完全平坦的而有一定误差. 但对天线中间的大部分是正确的, 对分析天线上脉冲电流的传播规律没有多大影响.

令 $V_m = V'_m - V''_m$, 由等效电路得到

$$V_{m-1} - V_m = L_m \frac{dI_m}{dt} + R_m I_m \quad m = 1 \dots M, \quad (4)$$

$$I_m - I_{m+1} = C_m \frac{dV_m}{dt} + G_m V_m \quad m = 1 \dots M. \quad (5)$$

以上两个方程实际上对应于离散化了的麦克斯韦方程组中的两个旋度方程. 再进行时间离散化, 并将上式中的时间导数项用时间差分代替, 没有时间导数的项用时间平均值代替, 经过整理后得到

$$I_m^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2L_m - R_m \Delta t}{2L_m + R_m \Delta t} I_m^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2\Delta t}{2L_m + R_m \Delta t} \cdot (V_{m-1}^n - V_m^n) \quad m = 1 \dots M, \quad (6)$$

$$V_m^n = \frac{2C_m - G_m \Delta t}{2C_m + G_m \Delta t} V_m^{n-1} + \frac{2\Delta t}{2C_m + G_m \Delta t} \cdot (I_m^{n-\frac{1}{2}} - I_{m+1}^{n-\frac{1}{2}}) \quad m = 1 \dots M. \quad (7)$$

这里应该注意的是, 时间步长 Δt 不能随便选取, 它与空间步长 Δs (即等效电路中各单元所对应的天线上的分段长度)之间必须满足一定的关系, 否则计算过程将不收敛. 它们之间的关系应与三维空间中的时域有限差分法所要求的一致, 即要求 $\Delta t < \frac{\Delta s}{c\sqrt{3}}$, 其中 c 为天线所在空间中的电磁波的速度. 本文取 $\Delta t = \Delta s / (2c)$.

利用上式进行迭代计算时还需要确定边界条件, 即等效电路左端的 V_0^n 和右端的 $I_{M+1}^{n+\frac{1}{2}}$. 由等效电路得到 $I_1^{n-\frac{1}{2}} = (V_g^{n-\frac{1}{2}} - V_0^{n-\frac{1}{2}}) / R_g$ 和 $V_M^n = I_{M+1}^n R_a$, 利用 $V_0^{n-\frac{1}{2}} = (V_0^n + V_0^{n-1}) / 2$, $V_g^{n-\frac{1}{2}} = (V_g^n + V_g^{n-1}) / 2$ 和 $I_{M+1}^n = (I_{M+1}^{n+\frac{1}{2}} + I_{M+1}^{n-\frac{1}{2}}) / 2$, 可以得到

$$V_0^n = -V_0^{n-1} + V_g^n + V_g^{n-1} - 2R_g I_1^{n-\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

$$I_{M+1}^{n+\frac{1}{2}} = -I_{M+1}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2}{R_a} V_M^n. \quad (9)$$

在计算时还要给出初始条件, 即令所有的 V_m^0 和 $I_m^{\frac{1}{2}}$ 等于零. 然后一步步往后计算. 先利用(6)式计算 $I_m^{1/2}$, 再利用(7)式计算 V_m^1 , 然后重复(6)和(7)式计算 $I_m^{3/2}, V_m^2, I_m^{5/2}, V_m^3, \dots$, 直到得到所需时刻内的天线上各处的电流、电压值. (8)式中的 V_g^n 则利用前面提到的高斯公式, 令 $t = n\Delta t$ 求得.

4 等效电路的时域计算结果及分析

图 7 中实线是用以上方法求得的天线馈电端的脉冲电流波形图, 天线总长为 2 m. 高斯脉冲参数 g

$= 1.5 \times 10^9$, 天线的辐射电阻 $R_a = 1500 \Omega$. 图 7 中虚线为用时域有限差分 (FDTD) 和完全匹配层 (PML) 方法^[15-17]从纯粹电磁场的角度计算得到的结果. 可见, 虽然两条曲线由于方法的不同而在绝对数值大小上有差别, 但两者的规律是吻合的, 这正是本文所需要的, 也说明了本文方法的正确性.

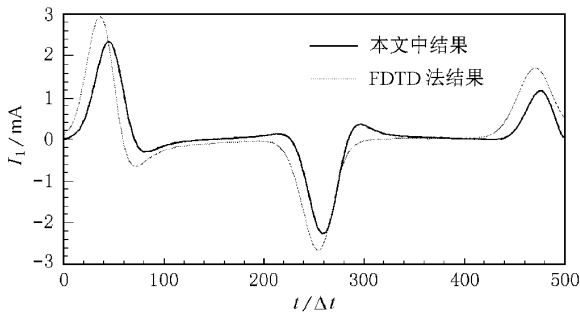


图 7 本文方法计算结果与 FDTD 方法计算结果的比较

图 8 是等效电路中各单元(对应于天线上的各分段)上电压和电流瞬时最大值(峰值)的分布图. 图中还给出了分布电容不变的双线传输线的情况以示比较. 从中可以看到天线上的电压峰值从馈电端开始先迅速增大, 而后逐渐平坦, 再减小, 在接近天线终端时又迅速增大. 电流峰值则正好相反. 而传输线的情况除了在终端附近与天线相似外, 其他部分都是平坦的. 这种现象从电路的角度是好理解的. 因为在馈电端附近电容迅速减小, 而电容的减小表示仅需少量电荷即可达到相同的电压. 但电感总是尽可能将前一电容上的电荷全部送到第二个电容上, 而且电感的这种能力沿线没有多大变化, 所以在送来的电荷量没有减少多少的情况下, 电压自然会随电容减小而升高. 在天线的中部, 电容分布平坦, 电感可将前面电容上的电荷全部送到后一个电容上, 而电压保持不变, 这正好与传输线的情况相同. 但在天线终端附近, 由于电容逐渐增大, 尽管电感将全部电荷都运送过来, 电压的最大值还是开始下降. 在天线的终端, 脉冲被反射, 脉冲前沿反射后与后面尚未被反射的部分叠加而使得电压迅速上升, 这从图 9 的波形可以得到说明. 图 9 是天线臂中点处的电压和电流波形. 波形上的第一个峰是从馈电点过来的(入射)波形, 第二个峰则是由天线终端反射过来的(反射)波形. 当空间位置越靠近天线终端时, 这两个峰在时间上相互靠近, 以至于最后在终端附近相互叠加. 由于脉冲天线的辐射电阻较大, 天线终端的性质类似于开路, 对电压来说两峰均为正, 电流则相

反. 所以电压叠加后峰值迅速上升, 电流则迅速下降, 从而出现图 8 中曲线最后突变的情况.

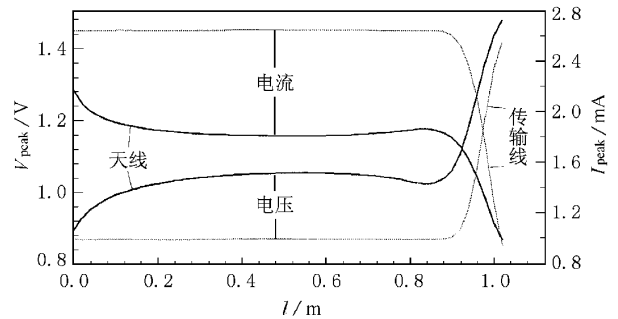


图 8 电压、电流峰值沿天线和传输线的变化情况

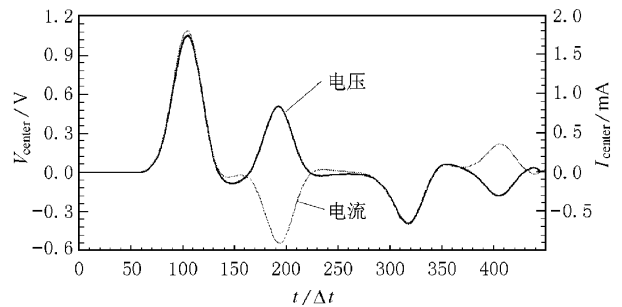


图 9 天线臂中部的电压和电流波形图

在图 7 中我们已经看到, 在脉冲馈入天线的后期, 馈电端的电流出现反向“回流”, 而且沿天线臂也不同程度的有这种现象. 为了解释这种现象, 我们考虑天线同一臂上相邻两小段上的动态电位差 $V'_{m-1} - V'_m$ 和电流 I_m . $V'_{m-1} - V'_m$ 可利用与(4)~(7)式相同的处理得到

$$(V'_{m-1} - V'_m)^n = \frac{2L_m + \Delta t R_m}{4\Delta t} I_m^{n+1/2} - \frac{2L_m - \Delta t R_m}{4\Delta t} I_m^{n-1/2}. \quad (10)$$

上式中虽涉及到 $n + 1/2$ 时刻的电流值, 但由于是在计算完所有时刻的电压、电流值后才计算, 所以不存在问题. 通过上式的计算可以得到天线上两个相邻单元间的电位差. 图 10 给出了等效电路中第二个单元上的 $V'_1 - V'_2$ 及电流 I_2 的波形图. 同时还计算了传输线的情况作为比较. 从中看到, 天线单臂上相邻两点的电位差随激励源的到来开始增大, 电流同时增大. 此时电容 C_2 的电荷越集越多, 电位上升, 但不久就达到与 C_1 相同的电位, 如图 10(a) 中的 A 点所示. 此时电流达到最大. 随后, 由于电感的作用, 电荷仍不断从 C_1 流向 C_2 . 尽管 C_2 同时向 C_3

输送电荷,但由于电感的强烈作用以及电容的递减使 C_2 上的电压以超常(指电容不变的情况)的速度增加,并迫使电感提前结束电荷的输送,使电流回到零点 B . 但此时 C_2 上的电位(对应于图 10(a)中 C 点)已高出 C_1 许多,因此 C_2 在向 C_3 输送电荷的同时,又反过来向 C_1 输送电荷,从而形成电荷的“回流”. 如果沿线的电容不变,如传输线,则线上任意相邻两点间的电位差和电流将同时为零,不会出现“回流”现象,如图 10(b)所示. 所以,“回流”现象一般发

生在单位电容沿线剧烈变化的地方,如天线馈电区的附近. 由此可见,这种“回流”现象不受天线长短的影响,除非有办法使天线馈电区附近的电容分布的变化减缓或得到补偿,否则无法消除. 但应当说明的是,作为一个整体,天线上任何一点的电流和电压都与该点周围前一个时刻的电流和电压有关,因此,尽管在天线臂中部出现电容平坦的地方,也不可能再出现像传输线一样的完全没有“回流”的波形.

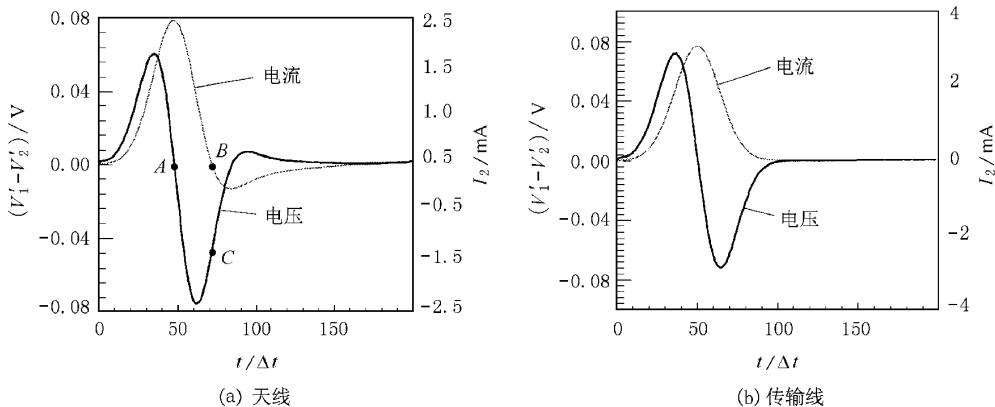


图 10 天线和传输线单臂上相邻两段间电压和电流波形图

经过以上讨论可以很容易解释图 8 中电流变化的原因. 对于某一段 m 上的电流可由该段上电感两端的电位差求得: $I_m = \frac{2}{L_m} \int_{-\infty}^t (V'_{m-1} - V'_m) dt$. 从图 10(a)可见,电流的峰值对应于 $V'_{m-1} - V'_m = 0$ 的地方,实际上就是图 10(a)中电压波形中第一个正向脉冲的面积与 $2/L_m$ 的乘积. 因为脉冲宽度和 L_m 沿线变化不大,则 I_m^{peak} 主要与 $V'_{m-1} - V'_m$ 的峰值有关. 为此,我们计算了沿线的 $V'_{m-1} - V'_m$ 峰值的分布,如图 11 所示. 这正好就是图 8 中电流峰值的变化趋势.

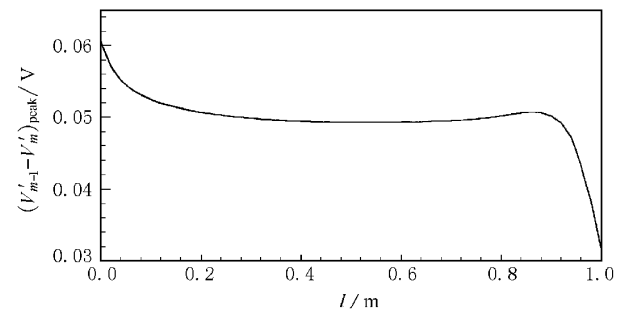


图 11 天线臂上相邻两段间电压峰值沿线分布图

5 结 论

本文给出的静态电容的求解方法、脉冲天线的等效电路以及相应的时域求解方法能有效地计算出偶极天线上电容的分布规律,求解天线上电流、电压的波形,从而为深入了解脉冲电磁波的辐射机理提供一条途径. 从本文的计算结果可以看到,由于电容分布及天线终端反射的影响,脉冲电压峰值沿天线是先上升,渐渐平坦,随后又下降,当距天线终端的距离小于半个脉冲的空间宽度时,电压峰值又迅速上升,并在终端达到最大值. 而电流则正好相反.

另外,天线上出现电流“回流”现象的主要原因是天线同一臂上沿线各点的电位差由于电容逐渐减小的影响而在正向电流减小到零时不能及时归零,从而在脉冲通过的后期形成一个反向电位差,迫使电荷做反向运动形成的. 这种现象在电容剧烈变化的地方,如天线的馈电端,将显得特别明显. 如果要消除这种现象,必须在天线馈电端适当进行电容的补偿,如加粗天线导体或填充部分介质等.

[1] J. H. Wang, S. A. Wang, *Journal of Southwest Jiaotong University* 39(1992) 50 [in Chinese] 王均宏、王石安,西南交通大学学报 39(1992) 50

- [2] J. G. Maloney ,G. S. Smith ,*IEEE Trans. on AP* ,**41**(1993) , 940.
- [3] J. H. Wang ,*Journal of Electronics* ,**10** (1993) ,289 (in Chinese [王均宏 ,*电子科学学刊* ,**10**(1993) 289] .
- [4] J. H. Wang ,L. Ren ,S. S. Jian ,*Journal of China Institute of Communications* ,**19**(1998) , 41(in Chinese [王均宏、任朗、简水生 ,*通信学报* ,**19**(1998) 41] .
- [5] R. E. McIntosh J. E. Sarna ,*IEEE Trans. on AP* ,**30**(1982) , 381.
- [6] N. H. Sun ,*Journal of Electronics* ,**12**(1990) ,128(in Chinese) [孙乃华 ,*电子科学学刊* ,**12**(1990) , 128] .
- [7] S. A. Podosenov ,Y. G. Svekis ,A. A. Sokolov ,*IEEE Trans. on EMC* ,**37**(1995) , 367.
- [8] D. M. Pozar ,D. H. Schaubert ,R. E. McIntosh ,*IEEE Trans. on AP* ,**32**(1984) , 633.
- [9] J. H. Wang ,L. Jen ,S. S. Jian ,*Proc. of 1997 IEEE Int. Sym. on AP-S* , Montreal , Canada , July13—17 , 1997 , pp. 526—529.
- [10] K. L. Shlager ,G. S. Smith ,J. G. Maloney ,*IEEE Trans. on AP* ,**42**(1994) , 975.
- [11] J. H. Wang ,*Proc. of 1997 Asia Pacific Microwave Conf.* , HongKong , China , Dec. 2—5 , 1997 , pp. 1197—1200.
- [12] J. H. Wang ,*Acta Physica Sinica* ,**48**(1999) , 850 (in Chinese [王均宏 ,*物理学报* ,**48**(1999) , 850] .
- [13] M. Hamid ,R. Hamid ,*IEEE Trans. on AP* ,**45**(1997) , 1695.
- [14] T. G. Tang ,Q. M. Tieng ,M. W. Gunn ,*IEEE Trans. on AP* ,**41**(1993) , 100.
- [15] S. D. Gedney ,*IEEE Trans. on AP* ,**44**(1996) , 1630.
- [16] J. H. Wang ,*Acta Electronica Sinica* ,**27**(1999) , 5(in Chinese) [王均宏 ,*电子学报* ,**27**(1999) , 5] .
- [17] J. H. Wang ,*Proc. of CAST 3rd Academic Conf. of Young Scientists : Information Science and Microelectronic Tech.*(China Science and Tech. Press , Beijing , 1998) , p. 347 (in Chinese [王均宏 ,*中国科协第三届青年学术年会论文集 : 信息科学和微电子技术*(科学技术出版社 ,北京 ,1998) , p. 347] .

ANALYSIS OF THE PROPAGATING PROPERTIES OF PULSE VOLTAGE AND CURRENT ON DIPOLE ANTENNAS BY EQUIVALENT CIRCUIT METHOD *

WANG JUN-HONG

(*Institute of Lightwave Technology , Northern Jiaotong University , Beijing 100044 , China*)

(Received 29 October 1998 ; revised manuscript received 6 May 2000)

ABSTRACT

The distributed static capacitance of the dipole antenna was solved by finite difference method. The influences of the antenna configuration coefficients on the distributed capacitance were analyzed. An equivalent circuit for dipole antennas , which can be solved in time-domain , was put forward by the distributed static capacitance and the inductance. A corresponding time-domain approach for solving this circuit was proposed. By these equivalent circuit and the approach , the values of voltage and current at any point of the antenna and at any time can be solved , no matter what pulse source is fed to the antenna. Therefore , the propagating properties of the pulse voltage and current along the antenna can be analyzed , and the phenomena occurring in the propagating procedure can be explained.

Keywords : Pulse voltage , Pulse current , Dipole antenna , Equivalent circuit , Propagation

PACC : 4110D , 4110H , 4110F