第 49 卷 第 9 期 2000 年 9 月
1000-3290/2000/49(09)/1707-07

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 49, No. 9, September, 2000

光场与级联三能级原子相互作用时的熵特性和薛定谔猫态*

刘 翔 方卯发
（湖南师范大学物理系，长沙 410081）
刘安玲
（长沙电力学院，长沙 41007）

（1999 年 12 月 27 日收到；2000 年 4 月 7 日收到修改稿）

研究了光场与级联三能级原子相互作用时的熵特性，导出了场（原子）熵的计算公式，讨论了原子初始态和单光子失谐量对场（原子）熵的影响，借助于场的准概率分布 Q 函数，分析了场态的统计性质，结果表明，原子初始处于中能级时，光场将在 $t=\frac{1}{2}T_{\mathrm{R}}$（$T_{\mathrm{R}}$ 为单光子回复周期）时出现薛定谔猫态.

关键词：级联三能级原子，熵特性，薛定谔猫态
PACC：4250

1 引 言

在量子光学中，二能级原子与单模光场相互作用的 J-C 模型精确可解，已被人们广泛研究[1—3]. 在此模型中，光场和原子的行为呈现出非经典效应，如原子反转时间演化的周期崩溃和回复，光场和原子的压缩等. 但近期研究表明：仅仅研究这些量子效应，还不能完全理解光场与二能级原子相互作用的动力学行为. Phoenix 和 Knight 等人用量子熵研究光场与二能级原子相互作用时的动力学特性，显示出很大的优越性，熵是一个十分灵敏、有用的物理量，因为熵函数自动包含了量子系统密度矩阵的全部统计矩[4—6]. 光场（原子）熵的时间演化反映了光场与原子缠绕程度的时间演化，熵值越大，缠绕程度越高. 如果初始光场、原子均处于纯态，则光场-原子全系统的熵 S 为零，并不随时间变化[4]，根据熵的 Arake-Lieb 不等式[7]

$$|S_{\mathrm{A}}-S_{\mathrm{F}}|\leqslant S\leqslant|S_{\mathrm{A}}+S_{\mathrm{F}}|, \tag{1}$$

在 $t>0$ 的任何时刻，光场与原子的熵相等.

另一方面，薛定谔猫态由于其所呈现的压缩和亚泊松分布等一些非经典性质[8]，已引起人们的极大兴趣，人们提出了各种薛定谔猫态的制备方案[9—11]，Monore 等人并在实验上证明了薛定谔猫态的存在[12]. 最近，Song 等人[13]提出了一种利用级联三能级原子与双模光场的非共振作用制备双模薛定谔猫态的方法. 本文将从量子熵理论出发，研究级联三能级原子与光场相互作用的场熵特性与薛定谔猫态. 与文献[13]不同的是，我们并不需要将原子初态制备在特定的叠加态，也不需要经典场的加入，而是在级联三能级原子与光场的相互作用的演化过程中，直接产生薛定谔猫态，并且利用场熵和 Q 函数分析薛定谔猫态的形成.

2 态函数及原子约化密度矩阵

考虑单模光场与如图 1 所示的级联三能级原子的相互作用. 其中能级 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 及 $|2\rangle$ 与 $|3\rangle$ 之间的跃迁分别与频率为 ω 的光场相联系. $|1\rangle$ 与 $|3\rangle$ 之间的单光子跃迁是禁戒的. 在旋波近似下，相互作用表象中的原子与场相互作用的哈密顿量可表示为（$\hbar=1$）[14]

$$\begin{aligned}H_I&=g_1\left(aR_{23}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta t}+a^{+}R_{32}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta t}\right)\\&\quad+g_2\left(aR_{12}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta t}+a^{+}R_{21}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta t}\right),\end{aligned} \tag{2}$$

* 国家自然科学基金（批准号：19874020）资助的课题.

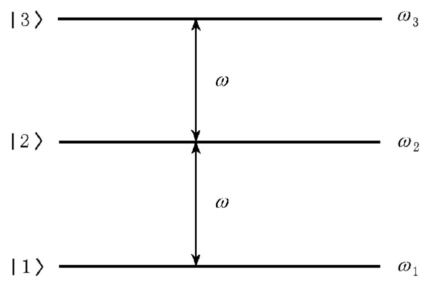

图1 级联三能级原子模型

其中 $R_{ij}=|i\rangle\langle j|$,$|i\rangle(i=,1,2,3)$是原子对应于频率为 ω_i 的本征态,g_1,g_2 是频率为 ω 的单模场与原子的耦合常数,a,a^+ 为光场的湮没和产生算符,Δ 为光场与原子中间能级的失谐量(单光子失谐量),且有

$$\begin{aligned}\Delta &= \omega-(\omega_2-\omega_1)\\ &=(\omega_3-\omega_2)-\omega \qquad (\Delta\ll\omega).\end{aligned} \tag{3}$$

设初始时刻,原子处于上能级$|3\rangle$,光场处于相干态$|\alpha_0\rangle$,因而系统的初始态矢为

$$|\Psi(0)\rangle=|\Psi_A(0)\rangle\otimes|\Psi_F(0)\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}F_n|3,n\rangle,$$

$$F_n=\exp\left(-\frac{\bar{n}}{2}\right)\frac{\bar{n}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{n!}}\exp(\mathrm{i}n\xi), \tag{4}$$

其中 $\bar{n}=|\alpha_0|^2$ 为初始平均光子数,ξ 为初始场态的位相,在此设 $\xi=0$.

在相互作用表象中,薛定谔方程为

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\Psi(t)\rangle=H_I|\Psi(t)\rangle, \tag{5}$$

利用初始条件(4)式,解上述方程得系统在 $t>0$ 的任一时刻的态矢为

$$|\Psi(t)\rangle=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(t)|3,n\rangle+\sum_{n=0}^{\infty}b_n(t)|2,n+1\rangle+\sum_{n=0}^{\infty}a_n(t)|1,n+2\rangle,$$

$$c_n(t)=F_n\left\{1+\frac{V_1^2}{2\gamma}\left[\frac{\exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t\right]-1}{\frac{\Delta}{2}+\gamma}-\frac{\exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t\right]-1}{\frac{\Delta}{2}-\gamma}\right]\right\},$$

$$b_n(t)=F_n\frac{V_1}{2\gamma}\left\{\exp\left[-\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t\right]-\exp\left[-\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t\right]\right\},$$

$$a_n(t)=F_n\frac{V_1V_2}{2\gamma}\left\{\frac{\exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t\right]-1}{\frac{\Delta}{2}+\gamma}-\frac{\exp\left[\mathrm{i}\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t\right]-1}{\frac{\Delta}{2}-\gamma}\right\}. \tag{6}$$

其中

$$V_1=g_1\sqrt{n+1},V_2=g_2\sqrt{n+2},$$

$$\gamma=\sqrt{\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2+V_1^2+V_2^2}, \tag{7}$$

γ 是与原子的拉比频率有关的参数.

由态矢表达式(6),可得到原子约化密度矩阵 $\rho_A(t)$ 为

$$\begin{aligned}\rho_A(t)&=\mathrm{Tr}_F|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|\\ &=\begin{bmatrix}\sum_n c_nc_n^* & \sum_n c_{n+1}b_n^* & \sum_n c_{n+2}a_n^*\\ \sum_n b_nc_{n+1}^* & \sum_n b_nb_n^* & \sum_n b_{n+1}a_n^*\\ \sum_n a_nc_{n+2}^* & \sum_n a_nb_{n+1}^* & \sum_n a_na_n^*\end{bmatrix}\\ &=\begin{bmatrix}\rho_{33} & \rho_{32} & \rho_{31}\\ \rho_{23} & \rho_{22} & \rho_{21}\\ \rho_{31} & \rho_{12} & \rho_{11}\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{8}$$

式中 ρ_{33},ρ_{22},ρ_{11} 分别为原子在能级$|3\rangle$,$|2\rangle$,$|1\rangle$上的粒子布居数.

为了考察原子初始态对场熵动力学特性的影响,我们还给出原子初始处于中能级$|2\rangle$,$\Delta=0$,$g_1=g_2=g$ 时的态矢

$$\begin{aligned}|\Psi(t)\rangle_2=&-\mathrm{i}\sum_{n=0}^{\infty}F_n\sqrt{\frac{n}{2n+1}}\sin(\sqrt{2n+1}gt)\\ &\cdot|3,n-1\rangle+\sum_{n=0}^{\infty}F_n\cos(\sqrt{2n+1}gt)\\ &\cdot|2,n\rangle-\mathrm{i}\sum_{n=0}^{\infty}F_n\sqrt{\frac{n+1}{2n+1}}\\ &\cdot\sin(\sqrt{2n+1}gt)|1,n+1\rangle.\end{aligned} \tag{9}$$

这时,原子约化密度矩阵同样由(8)式决定.

3 场熵的时间演化

由(1)式和给定的系统初始条件可知,场熵与原子熵在任何时刻都相等,因此,可利用原子约化密度矩阵(8)式,得到量子系统的场(原子)熵[4,7]

$$S_{\mathrm{F}}(t) = S_{\mathrm{A}}(t) = -\mathrm{Tr}_{\mathrm{A}}\{\rho_{\mathrm{A}}(t)\ln\rho_{\mathrm{A}}(t)\} = -\sum_j \lambda_j \ln\lambda_j, \quad (10)$$

式中,λ_j 为原子约化密度矩阵的本征值.

由(8)式可知,本征值 λ_j 是一元三次方程

$$\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C = 0 \quad (11)$$

的根,方程中的系数 A,B,C 均由(8)式中的矩阵元决定:

$$\begin{aligned}
A &= -(\rho_{33} + \rho_{22} + \rho_{11}) = -1,\\
B &= \rho_{33}\rho_{22} + \rho_{22}\rho_{11} + \rho_{33}\rho_{11} - \rho_{13}\rho_{31} - \rho_{23}\rho_{32} - \rho_{12}\rho_{21},\\
C &= -\rho_{33}\rho_{22}\rho_{11} - \rho_{12}\rho_{23}\rho_{31} - \rho_{32}\rho_{21}\rho_{12} + \rho_{31}\rho_{13}\rho_{22} + \rho_{32}\rho_{23}\rho_{11} + \rho_{12}\rho_{21}\rho_{33}.
\end{aligned} \quad (12)$$

因此,可得到本征值 λ_j 为

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= -2R\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) + \frac{1}{3},\\
\lambda_2 &= 2R\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\varphi}{3}\right) + \frac{1}{3},\\
\lambda_3 &= 2R\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\varphi}{3}\right) + \frac{1}{3},
\end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned}
\varphi &= \arccos\frac{q}{R^3},\\
q &= -\frac{1}{27} + \frac{1}{6}B + \frac{1}{2}C,\\
R &= \pm\left(\frac{1}{3}B - \frac{1}{9}\right)^{1/2} \quad (R\text{ 与 }q\text{ 的符号相同}).
\end{aligned} \quad (14)$$

在图 2,3 中,呈现了由(10),(12),(13),(14)式决定的场熵时间演化.

图 2(a)—(c)中,原子初始处于上能级$|3\rangle$,$\bar{n}=25$,均取 $g_1=g_2=g$.由图 2(a)($\Delta=0$)中可看出:场熵最大值接近 $S_{\mathrm{F}}=\ln3\approx1.1$,此时场与原子缠绕程度高,场熵演化的周期性不明显,这是在光场与原子的相互作用中,单、双光子跃迁过程同时存在的结果.随着 Δ 的增加,单光子跃迁过程减弱,场熵显示出双光子过程的周期性(图 2(b),$\Delta=20g$),由图 2(c)($\Delta=100g$)可知,当 $\Delta^2\gg g_1^2(n+1)+g_2^2(n+2)=g^2(2n+3)$时,场熵演化与二能级双光子过程的场熵演化规律几乎相同(见文献[15]),其最大场熵值约为 $S_{\mathrm{F}}\approx0.693$,在 $t_1=\frac{2k+1}{4}T'_{\mathrm{R}}$,$t_2=kT'_{\mathrm{R}}$($k=0,1,2,\cdots$,$T'_{\mathrm{R}}=\frac{\pi\Delta}{g^2}$为双光子回复周期)时,

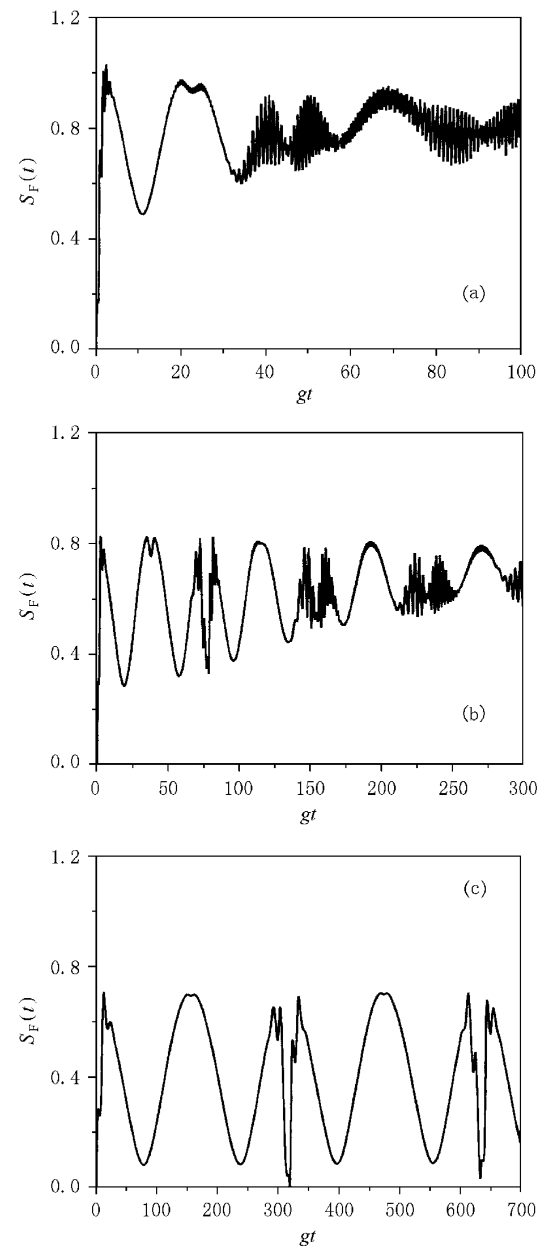

图 2　原子处于上能级$|3\rangle$时的场熵演化　$g_1=g_2=g$,$\bar{n}=25$　(a)$\Delta=0$;(b)$\Delta=20g$;(c)$\Delta=100g$

场与原子将退缠绕,处于纯态($\bar{n}\gg1$,熵值趋于零),但因 T'_{R} 与 Δ 成正比,所以三能级系统的场熵演化周期比二能级的场熵演化周期(双光子过程的回复周期为$\frac{\pi}{g}$)要长.这说明了在单光子失谐量 Δ 很大的情况下,与场相互作用的三能级系统类似于双光子过程的二能级系统(仅包括能级$|1\rangle$和$|3\rangle$).

图 3 中,原子初始处于中能级$|2\rangle$,$\Delta=0$,$\bar{n}=25$,由图中可看出,场熵演化的周期性与二能级原子的单光子 J-C 模型的场熵[4]相似(物理上,由(9)

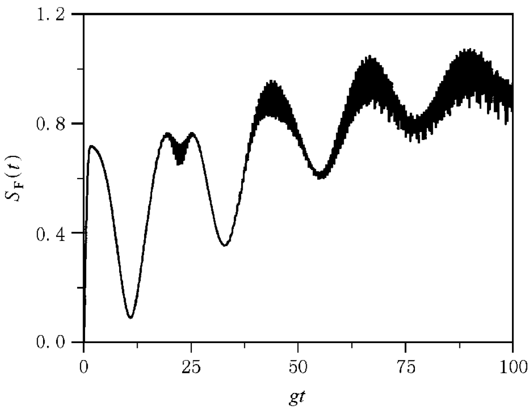

图 3 原子处于中能级 $|2\rangle$ 时的场熵演化 $\Delta=0$，$g_1=g_2=g$，$\bar{n}=25$

式的第一项和第三项可以看出，上能级 $|3\rangle$ 与下能级 $|1\rangle$ 的粒子布居概率位相相同，布居反转很小，说明 $|3\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的双光子跃迁非常微弱，光场与原子的相互作用基本上是 $|2\rangle$ 与 $|3\rangle$，$|2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的单光子过程），但场熵演化的最大值接近 ln3，在 $t=\frac{1}{2}T_R$（$T_R=\frac{\pi}{g}\sqrt{\frac{\bar{n}}{2}}$，为单光子过程的回复周期）时，熵值趋于零（$\bar{n}\gg 1$）.

4 Q 函数及薛定谔猫态

光场与二能级原子相互作用时，在原子反转回复周期的一半时出现薛定谔猫态，在本节中，借助于场熵、Q 函数及态矢来分析光场与级联三能级原子相互作用时，场的薛定谔猫态的形成.

光场的 Q 函数定义为场约化密度矩阵在相干态表象中的对角元[16]：

$$Q(\alpha,\alpha^*)=\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\Psi(t)\rangle\langle\Psi(t)|\alpha\rangle. \tag{15}$$

原子初始处于上能级 $|3\rangle$ 时，将(6)式代入上式得

$$\begin{aligned}Q(\alpha,\alpha^*)=&\frac{1}{\pi}\exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha|^2+|\alpha_0|^2)\right]\\
&\cdot\left\{\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*n}}{n!}\left[1+\frac{V_1^2}{2\lambda}\cdot\frac{\left(\frac{\Delta}{2}+\lambda\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}-\lambda\right)t-\left(\frac{\Delta}{2}-\lambda\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}+\lambda\right)t-2\lambda}{\lambda^2-\frac{\Delta^2}{4}}\right.\right.\right.\\
&\left.\left.+\mathrm{i}\,\frac{\left(\frac{\Delta}{2}+\lambda\right)\sin\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t-\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)\sin\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t}{\gamma^2-\frac{\Delta^2}{4}}\right]\right|^2\\
&+\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*(n+1)}}{\sqrt{n!(n+1)!}}\frac{V_1}{\gamma}\sin\gamma t\left(\sin\frac{\Delta}{2}t+\mathrm{i}\cos\frac{\Delta}{2}t\right)\right|^2\\
&+\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*(n+2)}}{\sqrt{n!(n+2)!}}\frac{V_1V_2}{2\gamma}\left[\frac{\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t-\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)\cos\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t-2\gamma}{\gamma^2-\frac{\Delta^2}{4}}\right.\right.\\
&\left.\left.\left.+\mathrm{i}\,\frac{\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)\sin\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)t-\left(\frac{\Delta}{2}-\gamma\right)\sin\left(\frac{\Delta}{2}+\gamma\right)t}{\gamma^2-\frac{\Delta^2}{4}}\right]\right|^2\right\},\end{aligned} \tag{16}$$

其中，γ，V_2，V_2 的值见(7)式，并取 $g_1=g_2=g$.

原子初始处在中能级 $|2\rangle$ 时，由(9)，(15)式得

$$\begin{aligned}Q(\alpha,\alpha^*)=&\frac{1}{\pi}\exp\left[-\frac{1}{2}(|\alpha|^2+|\alpha_0|^2)\right]\\
&\cdot\left\{\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*(n+1)}}{\sqrt{n!(n+1)!}}\sqrt{n}\,\frac{\sin(\sqrt{2n+1})gt}{\sqrt{2n+1}}\right|^2\right.\\
&+\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*n}}{n!}\cos(\sqrt{2n+1}gt)\right|^2\\
&\left.+\left|\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_0^n\alpha^{*(n+1)}}{\sqrt{n!(n+1)!}}\sqrt{n+1}\,\frac{\sin(\sqrt{2n+1})gt}{\sqrt{2n+1}}\right|^2\right\}.\end{aligned} \tag{17}$$

在图 4(a)，(b)中，分别给出了 $t=\frac{1}{2}T_R=\frac{\pi}{g}\sqrt{\frac{\bar{n}}{2}}$ 时由(16)，(17)式决定的 Q 函数等值曲线（$\bar{n}=25$）.

图 4(a)中，原子初始处于上能级 $|3\rangle$，$\Delta=0$，可

以看出,光场 Q 函数分裂成三个部分,其中上下两个等值斑相同,位相相反,而右边的圆斑即为高斯分布等值曲线.为考察此时场态的统计性质,我们作如下分析 对于初始强场($\bar{n}\gg 1$),考虑到泊松分布的性质,利用近似[17] $F_{n-1}\approx F_n\approx F_{n+1}$,$\sqrt{2n+3}\approx\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1+\dfrac{n-\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)$,态矢(6)式($\Delta=0$)近似为

$$
\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle_3 \approx\ & \frac{1}{2}(|3\rangle-|1\rangle)\sum_{n=0}^{\infty}F_n|n\rangle \\
& +\left\{\frac{1}{2}\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1+\frac{1-\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|3\rangle\right. \\
& -\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1-\frac{\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|2\rangle \\
& \left.+\frac{1}{2}\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1+\frac{-1-\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|1\rangle\right\} \\
& \cdot\sum_{n=0}^{\infty}F_n\cos\left(\frac{n}{\sqrt{2\bar{n}+3}}gt\right)|n\rangle \\
& +\left\{\frac{1}{2}\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1+\frac{1-\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|3\rangle\right. \\
& -\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1-\frac{\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|2\rangle \\
& \left.+\frac{1}{2}\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+3}\left(1+\frac{-1-\bar{n}}{2\bar{n}+3}\right)gt\right]|1\rangle\right\} \\
& \cdot\sum_{n=0}^{\infty}F_n\sin\left(\frac{n}{\sqrt{2\bar{n}+3}}gt\right)|n\rangle . \qquad (18)
\end{aligned}
$$

当 $t=\dfrac{1}{2}T_{\mathrm{R}}=\dfrac{\pi}{g}\sqrt{\dfrac{\bar{n}}{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}\pi}{2g}$ 时,

$$
\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle_3 \approx\ & \frac{1}{2}(|3\rangle-|1\rangle)\sum_{n=0}^{\infty}F_n|n\rangle \\
& -\frac{1}{2}(|3\rangle+\mathrm{i}\sqrt{2}|2\rangle-|1\rangle) \\
& \cdot\sum_{n=0}^{\infty}F_n\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)|n\rangle \\
& \neq|\Psi_A\left(t=\frac{1}{2}T_{\mathrm{R}}\right)\rangle\otimes|\Psi_F\left(t=\frac{1}{2}T_{\mathrm{R}}\right)\rangle . \qquad (19)
\end{aligned}
$$

可以看出,上式第二项对应着图 4(a)中上下两个位相相反,振幅相等的等值斑,第一项则对应着图中右边的高斯分布等值曲线(与时间无关),系统态矢不能表示为场态与原子态的直积,而此时的场熵也不趋于零(图 2(a)),说明光场与原子处于缠绕态.

当 $\Delta^2\gg g_1^2(n+1)+g_2^2(n+1)$ 时,通过对(16)式决定的 Q 函数进行数值计算,可知其情形与考虑斯塔克位移的二能级双光子 J－C 模型相似(见文献[15]),在 $t=\dfrac{2k+1}{4}T'_{\mathrm{R}}$,且 $\bar{n}\gg 1$ 时,光场与原子退

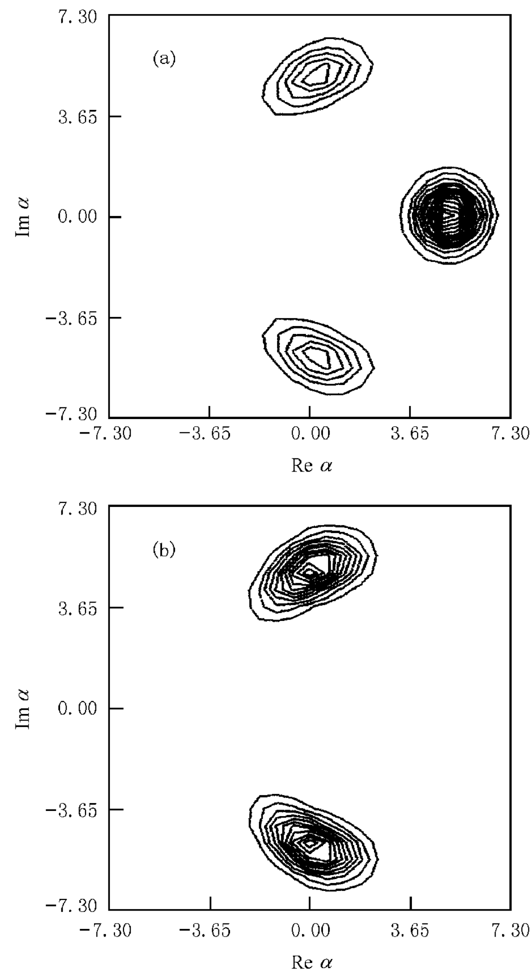

图 4　$t=\dfrac{1}{2}T_{\mathrm{R}}=\dfrac{\pi}{g}\sqrt{\dfrac{\bar{n}}{2}}$ 时的 Q 函数　$\Delta=0$,$\bar{n}=25$

(a)原子初始处于上能级$|3\rangle$;(b)原子初始处于中能级$|2\rangle$

缠绕,处于宏观的薛定谔猫态.

图 4(b)中,原子初始处于中能级$|2\rangle$,光场 Q 函数分裂成两个位相相反,振幅相等的等值斑,作上述同样的近似,可得到态矢(9)式近似为

$$
\begin{aligned}
|\Psi(t)\rangle_2 \approx\ & \left\{-\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\left(1+\frac{2-\bar{n}}{2\bar{n}+1}\right)gt\right]|3\rangle\right. \\
& +\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\left(1+\frac{1-\bar{n}}{2\bar{n}+1}\right)gt\right]|2\rangle \\
& \left.-\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\cdot\frac{1}{2}gt\right]|1\rangle\right\}\sum F_n\cos\left(\frac{n}{\sqrt{2\bar{n}+1}}gt\right)|n\rangle \\
& +\left\{\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\left(1+\frac{2-\bar{n}}{2\bar{n}+1}gt\right)\right]|3\rangle\right. \\
& -\sin\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\left(1+\frac{1-\bar{n}}{2\bar{n}+1}\right)gt\right]|2\rangle \\
& \left.-\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left[\sqrt{2\bar{n}+1}\cdot\frac{1}{2}gt\right]|1\rangle\right\}
\end{aligned}
$$

$$\cdot \sum F_n \sin\left(\frac{n}{\sqrt{2\bar{n}+1}}gt\right)|n\rangle. \tag{20}$$

当 $t=\frac{1}{2}T_R=\frac{\pi}{g}\sqrt{\frac{\bar{n}}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\frac{\pi}{g}$ 时，

$$|\Psi(t)\rangle_2 \approx \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}|3\rangle-|2\rangle-\mathrm{i}\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\right\}$$
$$\cdot \sum F_n\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{n\pi}{2}}+\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{n\pi}{2}}\right)|n\rangle$$
$$=\left|\Psi_A\left(t=\frac{1}{2}T_R\right)\right\rangle \otimes \left|\Psi_F\left(t=\frac{1}{2}T_R\right)\right\rangle. \tag{21}$$

从上式可看出场态由振幅相等、位相相差 π 的两个分量组成，对照比较图 2(a)，$t=\frac{1}{2}T_R$ 时，场熵趋近于零，由此可以说，此时光场与原子退缠绕，光场处于宏观的薛定谔猫态.

5 结 论

本文研究了光场与级联三能级原子相互作用的场熵特性，导出了场(原子)熵的计算公式，讨论了原子初始态和单光子失谐量对场熵的影响，并利用光场准概率分布 Q 函数分析了场态的统计性质. 结果表明：当单光子失谐量 Δ 很大时，场熵动力学行为与二能级原子系统的双光子过程的场熵相同，在初始强场($\bar{n}\gg1$)的条件下，光场与原子在 $t=\frac{2k+1}{4}T'_R$ 时退缠绕，光场呈现宏观的薛定谔猫态；当原子初始处于中能级，且 $\Delta=0$ 时，光场与级联三能级原子相互作用的双光子过程远小于单光子过程，其场熵演化周期性与二能级单光子 $J-C$ 模型的相似，在 $\bar{n}\gg1$ 的条件下，$t=\frac{1}{2}T_R$ 时，场熵值趋于零，光场与原子退缠绕，光场呈现宏观的薛定谔猫态.

薛定谔猫态的产生是研究量子和经典物理之间关系的一个相当重要的课题. 本文提出了一种通过级联三能级原子与单模光场相互作用产生薛定谔猫态的方案，与文献[13]比较有如下特点：首先，本方案是通过级联三能级原子与光场相互作用的演化过程直接产生薛定谔猫态，并不需要将原子初态制备在特定的叠加态，也不需要加入经典场；其次，通过本文给出的场熵演化和 Q 函数可以分析、判断腔场中薛定谔猫态的形成，这为在实验上制备薛定谔猫态提供了一种简便、可行的途径.

[1] J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 236.
[2] S. Singh, *Phys. Rev.*, **A25**(1982), 3206.
[3] G. Rempe. H. Walther, N. Klein, *Phys. Rev. Lett.*, **58**(1987), 353.
[4] S. J. D. Phoenix, P. L. Knight, *Ann. Phys.* (NY), **186**(1988), 381; *Phys. Rev.*, **A44**(1991), 6032.
[5] S. M. Barnett, S. J. D. Phoenix, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 2404.
[6] M. F. Fang, G. H. Zhou, *Phys. Lett.*, **A184**(1994), 397.
[7] H. Arake, E. Lieb, *Commun. Math. Phys.*, **18**(1970), 160.
[8] B. Yruk, D. Stoler, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 13; Y. Xia, G. Guo, *Phys. Lett.*, **A136**(1989), 281; I. Foldosi, P. Adam, J. Janszky, *Phys. Lett.*, **A64**(1993), 97.
[9] M. Brune *et al.*, *Phys. Rev.*, **A45**(1992), 5193.
[10] S. B. Zheng, G. C. Guo, *Opt. Commun.*, **133**(1997), 139; **138**(1997), 137.
[11] C. Chai, *Phys. Rev.*, **A46**(1992), 7187.
[12] C. Monore, D. M. Meekhof, B. E. King and D. J. Wineland, Science, 272(1996), 1131.
[13] K. H. Song, G. C. Guo, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 1477 (in Chinese) [宋克慧等，物理学报，**47**(1998)，1477].
[14] J. S. Peng, G. X. Li, *Acta Physica Sinica*. **41**(1992), 1590 (in Chinese) [彭金生、李高翔，物理学报，**41**(1992)，1590].
[15] Buzek, B. Hladky, *J. Mod. Opt.*, **40**(1993), 1309.
[16] W. H. Louisell, Quantum Statistical Properties of Radiation (Wiley. New York, 1973).
[17] P. Zhou, Z. L. Hu, J. S. Peng, *J. Mod. Opt.*, **39**(1992), 49.

ENTROPY PROPETIES AND SCHRODINGER-CAT STATES OF THE FIELD INTERACTING WITH A Ξ TYPE THREE-LEVEL ATOM*

LIU XIANG　FANG MAO-FA
(*Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha* 410081, *China*)
LIU AN-LING
(*Changsha Electric Power College, Changsha* 410077, *China*)
(Received 27 December 1999; revised manuscript received 7 April 2000)

ABSTRACT

In this paper, we study the entropy properties of the field interacting with a Ξ type three-level atom, derive the calculating formula of the field (atomic) entropy, and discuss the influence of the initial atomic state and the one-photon detuning on the field (atomic) entropy. With the help of Q function of the field (quasiprobability distribution), the statistical properties of the field states are discussed. It is shown that the field is in the Schrodinger-Cat state at $t=\frac{1}{2}T_{\mathrm{R}}$ when the atom is initially in the middle-level.

Keywords: Ξ Type three-level atom, Entropy properties, Schrodinger-cat states
PACC: 4250

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19874020).