第 50 卷 第 1 期 2001 年 1 月
1000-3290/2001/50(1)/0026-04

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 50, No. 1, January, 2001

Lorenz 混沌系统的参数辨识与控制*

关新平 彭海朋 李丽香 王益群

(燕山大学电气工程学院,秦皇岛 066004)

(2000 年 5 月 8 日收到;2000 年 6 月 16 日收到修改稿)

把观测器思想用于系统中未知参数的辨识,对 Lorenz 混沌系统中的未知参数进行了辨识研究,提出未知参数辨识观测器的概念,数值结果表明若未知参数为常数或缓慢变化的信号本文方法都能给出很好的辨识结果.随后,把辨识和控制问题综合起来考虑,提出改进 Lorenz 混沌的控制方法,数值仿真表明了该方法的有效性.

关键词:Lorenz 混沌系统, 参数辨识, 非线性反馈控制
PACC:0545, 4265

1 引 言

自从 1963 年以来,对著名 Lorenz 系统的混沌行为已有系统研究[1],随着混沌控制问题引起人们注意,控制 Lorenz 系统的混沌也有一系列工作[2—8].然而现有的工作,大多数控制方法均是在系统参数已知的情况下给出的;对于系统中存在未知参数时的情况较少被涉及.现存的很多控制方法,在参数未知的情况下不再适用.系统中未知参数的存在,为系统控制方法的设计增加了难度.

动力系统辨识问题是动力学研究的逆问题,它利用系统在试验和运行中测得的输入-输出数据,采用系统辨识技术,建立反映系统本质特性的数学模型,并辨识出模型中的待定参数,一般情况下,系统的动力学方程是已知的,需要辨识的只是动力学方程中的某些待定参数,诸如系统的模态参数或刚度,阻尼等结构物理参数,这属于典型的"灰箱问题".

本文提出一种辨识系统局部参数的方法,其特点是:将未知参数作为系统的未知状态来处理,从而将辨识参数问题转化为未知状态的观测辨识问题.通过状态观测器的设计,来解决系统参数的辨识问题.基于这个思想,本文对 Lorenz 系统中的未知参数进行了辨识研究.更进一步,本文把辨识问题和控制问题综合起来考虑,在文献[2]的基础上,本文提出改进的控制方法.数值结果表明本文的方法是有效的.

2 Lorenz 系统的参数辨识

Lorenz 系统是数值试验中最早发现的呈现混沌运动的耗散系统,其状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= P(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= Rx_1 - x_2 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - bx_3. \end{aligned} \tag{1}$$

系统(1)的一个简单物理实现是流体在下方加热上方冷却的热对流管中的环流,此时,x_1 是流体速度,x_2 和 x_3 分别为水平和垂直的温度差,P 与流体的 Prandtl 数成比例,b 是与空间相关的常数,R 与流体的 Rayleigh 数成比例.本文主要研究系统参数 P,R 为已知参数,而 b 为未知参数时的情况.

在实际中需要得到未知参数 b 的值.然而,在很多情况下,未知参数的动态信息很难被得知,因此本文假定

$$\dot{b} = 0.$$

对于未知的参数 b,把它作为状态变量,则可得到一增广的系统状态变量$[x^{\mathrm{T}};b]^{\mathrm{T}}$,更进一步,假设(1)式中的所有状态均可得到,只需辨识未知的参数.为了辨识未知参数,本文设计了一个观测器,我们将会看到,闭环误差系统的稳定性得到了保证.

根据系统(1)易得

$$bx_3 = x_1x_2 - \dot{x}_3.$$

本文给出如下观测器:

$$\dot{\hat{b}} = -l(x_3)x_3\hat{b} + l(x_3)(x_1x_2 - \dot{x}_3), \tag{2}$$

其中 $l(x_3)$是一个被设计的增益函数.令

* 国家自然科学基金(批准号:69872031)资助的课题.

$$e = b - \hat{b},$$

那么

$$\dot{e}(t) = \dot{b} - \dot{\hat{b}} = -l(x_3)x_3e(t).$$

选择 $l(x_3)$ 使系统

$$\dot{e}(t) + l(x_3)x_3e(t) = 0,$$

对所有的 x_3 指数稳定.从而当 $t\to\infty$ 时,使 $\hat{b}(t)$ 指数趋近于 $b(t)$.对于 $l(x_3)$ 一个可能的选择是 k/x_3,在这种情况下,则

$$\dot{e}(t) + ke(t) = 0,$$

其中 $k>0$ 决定了收敛速度的大小.但是通常情况下 $\dot{x}(t)$ 很难被测的,因此是不可利用的,所以观测器(2)式没有实际价值.

为了克服这一缺点,定义一个辅助变量

$$\delta = \hat{b} + p(x_3),$$

其中 $p(x_3)$ 为被设计的函数,并且令

$$l(x_3) = \frac{\mathrm{d}p(x_3)}{\mathrm{d}x_3}.$$

综合上面的方程得到

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \dot{\hat{b}} + \frac{\mathrm{d}p(x_3)}{\mathrm{d}x_3}\dot{x}_3 \\ &= -l(x_3)x_3(\delta - p(x_3)) + l(x_3)x_1x_2,\end{aligned}$$

即

$$\dot{\delta} = -l(x_3)x_3\delta + l(x_3)(x_3p(x_3) + x_1x_2), \tag{3}$$

则

$$\hat{b} = \delta - p(x_3). \tag{4}$$

显然,若选择函数 $p(x_3)$ 使

$$\dot{e}(t) + \frac{\mathrm{d}p(x_3)}{\mathrm{d}x_3}e(t) = 0,$$

指数稳定,那么,$\hat{b}(t)$ 指数收敛于 $b(t)$.

定义　称(3)和(4)式组成的观测器为未知参数辨识观测器,其中 $p(x_3)$ 为被设计的函数,并且 $\frac{\mathrm{d}p(x_3)}{\mathrm{d}x_3} = l(x_3)$.

注 1　(3)和(4)式组成的未知参数辨识观测器与系统(1)中的第一和第二式的结构和参数无关,因此即使系统(1)中第一和第二式的结构或参数发生了变化,也不会影响参数辨识的结果.故本文的方法具有很强的鲁棒性.

注 2　本文的研究方法可以推广到其他混沌系统.

下面给出系统仿真结果.

本文研究 $P=10$,$R=28$ 时,参数 b 辨识的情况.为了仿真需要,不妨假设 $b=2.667$.根据前面的分析,我们选择 $p(x_3)=k\ln(x_3)$,$k=0.5$,则易得

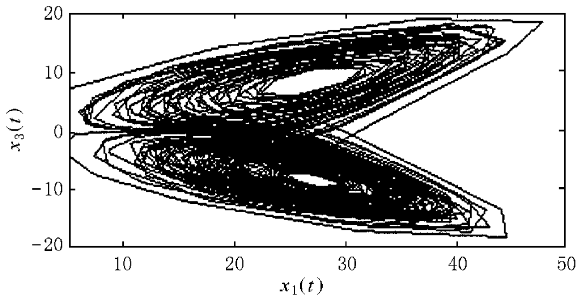
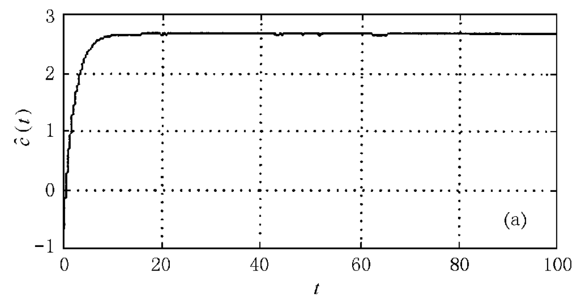
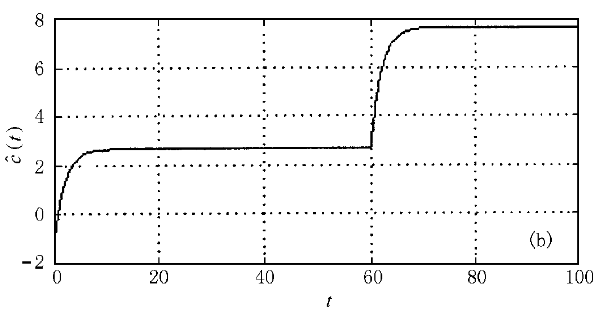


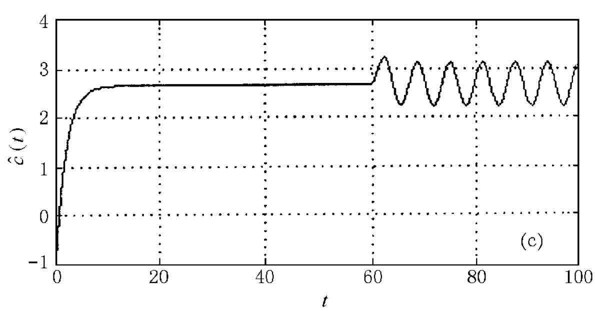
图 1　系统的混沌动力学轨迹



(a)系统参数的辨识结果



(b)$\Delta b=-5$ 时系统参数的辨识结果



(c)$\Delta b=\sin(t)$ 时系统参数的辨识结果

图 2

$$\dot{\delta} = -k\delta - \frac{k}{x_3}(x_3 k\ln(x_3) - x_1 x_2),$$

那么

$$\hat{b} = \delta - k\ln(x_3).$$

图 1 为系统的混沌动力学轨迹。

由图 2(a)可以看出本文的方法是非常有效的.

假设系统参数 b 由于受外界的影响,从第 60 秒开始变为 $b + \Delta b$,因为本文设计的观测器以非常快的指数速度进行辨识,所以当 $\Delta b + b$ 为缓慢变化的信号时,本文同样能把变化后的结果辨识出来. 为了仿真假设 $\Delta b = -5$,仿真结果如图 2(b).

若 $\Delta b = \sin(t)$时的仿真结果如图 2(c).

3 基于参数辨识的控制问题

文献[2]采用负反馈方法使混沌 Lorenz 系统到达任意目标. 对于系统(1),当参数 b 已知的情况下,这是一个非常简单有效的方法. 但当参数 b 未知时,由于文中控制器含有参数 b,因而控制器在参数 b 未知的情况下是无效的. 为了解决这个问题,本文把参数辨识和控制问题综合起来考虑. 由上面对参数观测器的设计与仿真知道,$\hat{b}$能以指数速度迅速的收敛于 b,因而可以将文献[2]中控制器的参数 c(文献[2]中的 c 和本文中的 b 对应)由本文设计的 $\hat{b}$来代替. 从而得到改进的控制器. 对于文献[3]中的控制器,若参数 b 未知,可以做类似的代替.

基于文献[2]的结果,本文得到如下两个改进的控制器.

控制器 1

$$u_1 = -\left|P\cdot((e - e\hat{b}R)/(e^2 + \hat{b}))\right|(x_1 - e - \operatorname{sign}(P\cdot((e - e\hat{b}R)/(e^2 + \hat{b})))),$$

$$u_2 = 0,$$

$$\dot{\delta} = -k\delta - \frac{k}{x_3}(-x_3 k\ln(x_3) - x_1 x_2),$$

$$\hat{b} = \delta - k\ln(x_3),$$

其中 e 为 x_1 控制目标点,k 为控制常数且 $k > 0$.

控制器 2

$$u_1 = -\left|P(e_1 - e_2)\right|(x_1 - e_1 - \operatorname{sign}(P(e_1 - e_2))),$$

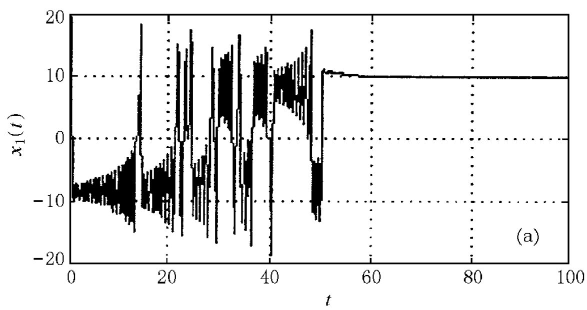
$$u_2 = -\left|e_1^2 e_2/\hat{b} - e_1 R + e_2\right|(x_2 - e_2 - \operatorname{sign}(e_1^2 e_2/\hat{b} - e_1 R + e_2)),$$

$$\dot{\delta} = -k\delta - \frac{k}{x_3}(-x_3 k\ln(x_3) - x_1 x_2),$$

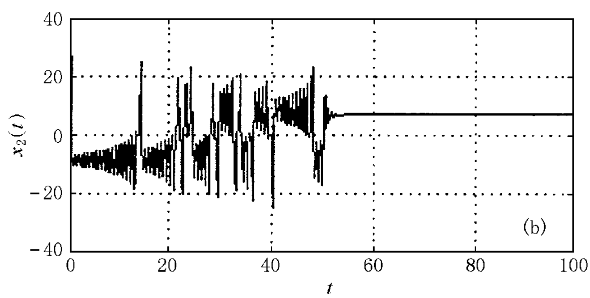
$$\hat{b} = \delta - k\ln(x_3),$$

其中 e_1,e_2 分别为 x_1 和 x_2 控制目标,k 为控制常数且 $k > 0$.

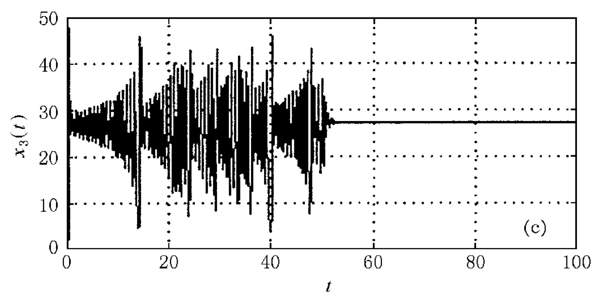
对于控制器 1,令 $e = 10$,选取 $k = 0.5$. 得到控制结果如图 3(a)(b)(c)所示.



(a)$x_1(t)$的轨线



(b)$x_2(t)$的轨线



(c)$x_3(t)$的轨线

图 3

对于控制器 2,取 $e_1 = 2 + r\sin(\omega t)$,$e_2 = 2 + r\sin(\omega t)$,令 $\omega = 10$,$r = 1$,并选取 $k = 5$. 得到控制

结果如图 4 所示.

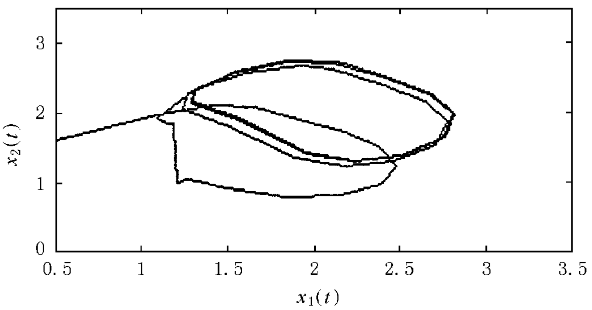


图 4　控制器 2 的控制效果

4 结　论

基于神经网络[9]和广义 Kalman 滤波器[10]进行混沌参数辨识的研究已受到广泛关注. 本文则是利用观测器这一全新的角度来考虑混沌系统中未知参数的辨识问题. 相对于神经网络和广义 Kalman 滤波器方法而言,本文的方法更简单并更易于工程人员理解. 随后,基于未知参数辨识观测器并在文献[2]的基础上,提出改进的控制方法. 数值结果表明改进的方法是有效的.

[1] B. L. Hao, *Advances in Physics*, **3**(1983),329(in Chinese)[郝伯林,物理学进展,3(1983),329].
[2] G. N. Tang, X. S. Luo, L. J. Kong, *Acta Physics Sinica*, **49**(2000),30(in Chinese)[唐国宁、罗晓曙、孔令江,物理学报,**49**(2000),30].
[3] L. C. Chen, Y. Z. Liu, *Applied Math. And Mechanics*, **19**(1998),63(in Chinese)[陈立群、刘延柱,应用数学和力学,**19**(1998),63].
[4] J. Alvarez Gallegos, *Dyn. Contr.*, **4**(1994),277.
[5] Z. Qu, G. Hu, B. Ma, *Phys. Lett. A*, **178**(1993),265.
[6] C. J. Wan, D. Bernstein, *Dyn. Contr.*, **5**(1995),321.
[7] J. Z. Yu, N. Su, T. L. Vincent, *Acta Physics Sinica*, **47**(1998),397(in Chinese)[余建祖、苏楠、T. L. Vincent,物理学报,**47**(1998),397].
[8] Z. Y. Wang, Y. L. Cai, D. Gua, *Acta Physics Sinica*, **48**(1999),1078(in Chinese)[王忠勇、蔡远利、贾冬,物理学报,**48**(1999),1078].
[9] A. S. Ponznyak, W. Yu, E. N. Sanchez, *IEEE. Trans. Cirs. Syst.*, **46**(1999),1491.
[10] Y. C. Wang *et al.*, *IEEE Trans. Circ. Syst.*, **45**(1998),1013.

PARAMETERS IDENTIFICATION AND CONTROL OF LORENZ CHAOTIC SYSTEM*

GUAN XIN-PING　PENG HAI-PENG　LI LI-XIANG　WANG YI-QUN

(*Institute of Electrical Engineering*, *Yanshan University*, *Qinghuangdao* 066004, *China*)

(Received 8 May 2000; revised manuscript received 18 July 2000)

ABSTRACT

In this note, we apply the observer to the identification of the unknown parameters of the Lorenz chaotic systems. The simulations show that when the unknown parameters are constant or slow time-varying, the method we present is also successful. Next, we synthesize the identification and the control problem. An improved method for controling Lorenz chaos has been presented. Simulation has shown the effectiveness of the results.

Keywords: Lorenz chaotic system, parameters identification, nonlinear feedback control

PACC: 0545, 4265

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69872031).