一维元胞自动机随机交通流模型的研究*

黄乒花 孔令江 刘慕仁

(广西师范大学物理与电子科学系 桂林 541004) (2000 年 7 月 8 日收到 2000 年 8 月 16 日收到修改稿)

依据概率论的定义,通过对稳态时关联函数的解耦,给出一维元胞自动机单速随机交通流模型中的关联函数 与转入、转出及刹车概率之间的关系,继而进一步得出车辆的密度、速度、流量等物理量随这三个概率变化的理论 值,理论结果与实验模拟相一致.

关键词:随机交通流模型,空间关联函数,解耦近似 PACC:0550

1 引 言

在模拟研究交通流问题时,由于元胞自动机 (Cellular Automaton 简称 CA)模型能有效地揭示车 流从自由运动相到局部阻塞相这类复杂系统的非线 性行为,又易于在计算机上模拟交通流中的各种效 应 因此它已成为研究交通流的重要模型之一[1]. 用 CA 模型研究交通流中粒子的密度、速度或流量 所进行的理论分析中,必然要处理粒子之间的关联 问题,对于一维 DCA 交通流模型,从唯象分析出发, 利用平均场理论,已有研究结果23];对于随机交通 流模型, 文献 4 在低密度的近似下, 应用平衡自旋 理论进行了处理: 而文献 5 通过引入不同速度分布 的密度概率函数,回避对关联函数的处理而进行研 究,这些处理方法虽然得到了有一定意义的结果 但 却限制了模型的使用范围,最近文献 6 从严格的格 点状态更新规则出发,对 CA 空间关联函数依据概 率论进行逐步的解耦近似,给出了具有随机减速因 子的交通流的平均速度的一般形式,本文将其解耦 近似应用于存在有刹车、转入、转出概率的一维 CA 单速随机交通流模型的分析中,得到了关联函数所 满足的三次方程,继而进一步得出粒子密度、速度、 流量随这三个概率变化的理论值.理论结果与计算 机数值模拟结果相一致.

2 CA 随机交通流模型的关联

2.1 CA 随机交通流模型

将道路视为具有 L 个格点的一维直线链,每一 个格点在某一时刻或为空或只能被一个粒子占据. 用布尔变量 e_i^t 表示第 i 个格点在 t 时刻的粒子占据 情况 $:e_i^t = 1$ 表示 t 时刻 i 格点有粒子 $,e_i^t = 0$ 表示 t时刻 i 格点为空.设粒子自左向右运动,按以下规则 演化:

(1) 若该粒子前方(右方) 为空则该粒子可向前 移动—格或以刹车概率 P_h静止不动.

(2) 若该格点无粒子占据,且其后方(左方) 他无 粒子占据,则该格点可以以概率 P_{in} 转入(产生)— 粒子: 001 $\stackrel{\notin}{\longrightarrow}$ 011 或 000 $\stackrel{\notin}{\longrightarrow}$ 010.

(3) 若该格点有粒子占据,且其前方也有粒子占据,则不管前方粒子在下一时刻是否向前运动,该粒 子均不能向前运动,但可允许其以概率 Pout转出(消

失): $011 \xrightarrow{\delta_i} 001 \mathbf{g} 111 \xrightarrow{\delta_i} 101.$

则格点 *i* 在 *t* + 1 时刻的占领状态可有如下演化方程:

 $e_i^{t+1} = e_i^t e_{i+1}^t \overline{\delta_i^t} + e_{i-1}^t \overline{e_i^t} \overline{\eta_{i-1}^t} + \overline{e_{i-1}^t} \overline{e_i^t} \overline{\xi_i^t} + e_i^t \overline{e_{i+1}^t} \eta_i^t ,$ (1)

其中 🧃 🚓 ふう 分别代表粒子刹车、产生、消失的布

^{*}国家自然科学基金(批准号:19762001)和广西自然科学基金(批准号:0007017)资助的课题.

尔变量, $\eta_i^t = 1$ 的概率为 P_b , $\xi_i^t = 1$ 的概率为 P_{in} , $\delta_i^t = 1$ 的概率为 P_{out} .设 t 时刻链上有 N_t 个粒子,则 系统粒子的平均密度为 $\rho_t = \frac{N_t}{L}$,那么

$$\rho_t = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} e_i^t = e_i^t ,$$
(2)

若将系统的粒子在t时刻的平均速度 V_t 定义为t时刻移动的粒子数占总粒子数的比例 $V_t = \frac{N_{\text{move}}}{N}$,则

$$V_{t} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{L} (e_{i}^{t+1} - e_{i}^{t})^{2} = 1 - \frac{1}{\rho_{t}} e_{i}^{t+1} e_{i}^{t} \quad (3)$$

将(1)式代入(3)式,且 🤺 🖧 分别以其相应的概 率表示,则

$$V_t = \alpha - \frac{1}{\rho_t} (\alpha - P_{\text{out}}) e_i^t e_{i+1}^t , \qquad (4)$$

其中 $\alpha = 1 - P_b$, $e_i^t e_{i+1}^t = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} e_i^t e_{i+1}^t$ 是一维 CA 随 机交通流模型两格点耦合的空间等时关联函数 ,类 似地

$$V_{t+1} = \alpha - \frac{1}{\rho_{t+1}} (\alpha - P_{\text{out}}) e_i^{t+1} e_{i+1}^{t+1} , \quad (5)$$

而对 t 时刻系统粒子的流量有

$$J_t = \rho_t V_t. \tag{6}$$

可见,要确定 t 时刻的 V_t J_t ,必须先求出关联函数 $e_{i}^{t}e_{i+1}^{t}$ 的具体数值.

2.2 等时关联函数 $e_i^t e_{i+1}^t$ 的表示

对系统充分大 $L \rightarrow \infty$,演化时间足够长 $t \rightarrow \infty$, 假设系统有渐近稳定态

$$\rho_t = \rho_{t+1}, V_t = V_{t+1},$$
(7)

即有

$$e_i^t = e_i^{t+1}$$
 , (8)

$$e_i^t e_{i+1}^t = e_i^{t+1} e_{i+1}^{t+1}$$
 , (9)

在此情况下粒子的刹车、转入、转出概率与粒子的状态无关,即 $\delta_{i}^{t} = \delta_{i+1}^{t}$, $\eta_{i-1}^{t} = \eta_{i}^{t} = \eta_{i+1}^{t}$, $\xi_{i}^{t} = \xi_{i+1}^{t}$ 等, 并将元胞格点微观量简记为 $e_{i}^{t} = 1_{t}$, $e_{i-1}^{t}\overline{e_{i}^{t}} = e_{i}^{t}\overline{e_{i+1}^{t}} = 10_{t}$, $e_{i}^{t}e_{i+1}^{t} = 11_{t}$, $e_{i-1}^{t}\overline{e_{i}^{t}}e_{i+1}^{t} = 10_{t}$, $e_{i}^{t}e_{i+1}^{t} = 11_{t}$, $e_{i-1}^{t}\overline{e_{i}^{t}}e_{i+1}^{t} = 10_{t}$, $e_{i}^{t}e_{i+1}^{t}e_{i+2}^{t} = 111_{t}$ 等,将(1)式代入(8)(9)式,有

$$1_{t} = 11_{t}P_{out} + 10_{t} + 00_{t}P_{in} , (10)$$

$$11_{t} = 111_{t}\overline{P}_{out}^{2} + 1011_{t}\alpha\overline{P}_{out}$$

$$+ 0011_{t}P_{in}\overline{P}_{out} + 100_{t}\alpha P_{in}$$

$$+ 000_{t}P_{in}^{2} + 110_{t}\overline{P}_{out}\overline{\alpha}$$

+ $1010_{taa} + 0010_{t}P_{in}a$, (11) 其中, $\overline{P}_{out} = 1 - P_{out}$, $\overline{a} = 1 - a = P_b$. 由于(10)式为 ρ_t 的表达式,我们可将其表示成 11_t, P_{in} , P_{out} 的函 数关系, 然后代入到经过将多格点耦合的关联函数 解耦处理后的(11)式,即可求出 11_t,从而得到交 通流中的一些重要物理量 ρ_t , V_t , J_t 与转入、转出及 刹车概率之间的关系.

3 空间关联函数的解耦

设两点耦合关联函数 11 _t = a ,由于 i 点为 1 的概率可以认为是 i 点为 1 ,同时 i + 1 点为 0 或为 1 的两者概率共同组成 ,则

$$10_{t} = 1_{t} - 11_{t} = \rho_{t} - a;$$

$$00_{t} = 0_{t} - 10_{t}$$

$$= 1 - \rho_{t} - (\rho_{t} - a) = 1 - 2\rho_{t} + a;$$

$$01_{t} = 0_{t} - 00_{t} = \rho_{t} - a, \qquad (12)$$

$$\overline{m} - 01_{t} = 0_{t} - 00_{t} = \rho_{t} - a, \qquad (12)$$

而对两点以上的耦合关联函数可按照概率论作如下 计算^[6,7],如

 $110_t = 11_t P \ 11 \mid 0_t$,

其中 P 11|0, 表示在第 i 和第 i + 1 格点分别有粒 子占据的条件下,第 i + 2 格点为空时的条件概率. 由于每一粒子在每一时步只能走一个格点,因此在 同一时步中对一个指定格点状态变化有影响的,仅 仅是处在该格点左右两个最近邻格点位置上的那些 粒子,因而可忽略二体以上的空间关联,只须考虑两 元胞格点的耦合,故有

 $P \ 11 \mid 0_{t} = P \ 1 \mid 0_{t} = 10_{t} / 1_{t}$, 所以

110
$$_{t} = 11 _{t} 10 _{t} / 1 _{t} = a - \frac{a^{2}}{\rho_{t}}.$$
 (13a)

类似地可以导出

 $100_{t} = 10_{t} 00_{t} / 0_{t}$ $= (\rho_{t} - a) (1 - 2\rho_{t} + a) (1 - \rho_{t});$ $111_{t} = 11_{t} - 110_{t} = a^{2} / \rho_{t};$ $101_{t} = 10_{t} - 100_{t}$ $= (\rho_{t} - a) / (1 - \rho_{t});$ $001_{t} = 01_{t} - 101_{t}$ $= (\rho_{t} - a) (1 - 2\rho_{t} + a) (1 - \rho_{t});$ $011_{t} = 11_{t} - 111_{t} = a(\rho_{t} - a) / \rho_{t};$ $010_{t} = 01_{t} - 011_{t} = (\rho_{t} - a) / \rho_{t};$ $1011_{t} = 101_{t} 011_{t} / 01_{t}$

$$= a(\rho_{t} - a) \mathcal{I} [\rho_{t}(1 - \rho_{t})];$$

$$0011_{t} = 001_{t} 011_{t} / 01_{t}$$

$$= a(\rho_{t} - a) (1 - 2\rho_{t} + a) \mathcal{I} [\rho_{t}(1 - \rho_{t})];$$

$$000_{t} = 00_{t} - 001_{t}$$

$$= (1 - 2\rho_{t} + a) \mathcal{I} (1 - \rho_{t});$$

$$1010_{t} = 101_{t} 010_{t} / 01_{t}$$

$$= (\rho_{t} - a) \mathcal{I} [\rho_{t}(1 - \rho_{t})];$$

$$0010_{t} = 001_{t} 010_{t} / 01_{t}$$

$$= (\rho_{t} - a) \mathcal{I} (1 - 2\rho_{t} + a) \mathcal{I} [\rho_{t}(1 - \rho_{t})].$$

$$(13b)$$

至此,依据关联平均概率的定义,已将 CA 单速随机 交通流模型中所有的高阶空间关联函数用 ρ_t 和 a 表示出来.下面利用模型的演化方程(1),ρ_t 的表示 (2)式及高阶关联解耦结果(13)式,导出 a 所满足 的方程,并在后面相应部分对其结果进行了讨论.

4 关联函数方程及与 ρ_t , V_t , J_t 关系 的讨论

4.1 关联函数方程

由于等时空间关联函数 a 的定义式为 $e_i^t e_{i+1}^t$ = $\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} e_i^t e_{i+1}^t$,即 i 格点为 1 ,同时 i + 1 格点也为 1 的粒子对数占总格点数的比例. 又因为同时具有这 种特点的粒子对数肯定是少于总粒子数的(不考虑 格点全部填满粒子的情况),所以 $0 \leq a < \rho_i$. 可见 , 关联函数实际上与粒子的畅通相或局部堵塞相是密 切相联系的.

(1)当 $P_{in} = P_{out} = 0$ 时,由(1)(2)(12)式可得 无论何时 均有 $\rho_{t+1} = \rho_t$,因此 $\rho_t = \rho_0$.这表明如果 没有车辆转入、转出 则车道上的车辆密度始终保持 初始分布的密度,刹车概率的存在并不改变初始密 度,而仅对关联函数产生影响.为了下面统一讨论方 便起见,设 $\rho_0 = \frac{1}{2} + ma$,其中 $m = \left(\rho_0 - \frac{1}{2} \right) a$.

(2)当 P_{in}≠0 时 将(7)(12)式代入(10)式,可 得出

$$\rho_t = \frac{1}{2} + \frac{a}{2} \left(1 - \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right) = \frac{1}{2} + ma , \quad (14)$$

$$\ddagger \Psi \qquad \qquad m = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right).$$

综合之 有

$$\rho_t = \frac{1}{2} + ma$$
, (15)

其中

$$m = \begin{cases} \left(\rho_0 - \frac{1}{2} \right) a & P_{\rm in} = P_{\rm out} = 0 , \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_{\rm out}}{P_{\rm in}} \right) & P_{\rm in} \neq 0. \end{cases}$$
(16)

将(15)(13) 武代入(11) 武,有 $Ka^3 + La^2 + Ma + I = 0$, (17)其中 $K = A + mB + m^2C + m^3D$ L = E + mF + mF $m^2 G$, M = H + mI, $J = \frac{1}{2}(\alpha - \alpha^2)$. Then $A = \alpha^2 + P_{\rm in}P_{\rm out} - \alpha P_{\rm in} - \alpha P_{\rm out}$ $B = P_{\rm in}^2 - P_{\rm out}^2 - 3\alpha^2 - 3P_{\rm in}P_{\rm out} + 3\alpha P_{\rm in}$ $+ 3\alpha P_{\text{out}} + P_{\text{out}} - P_{\text{in}}$; $C = 3\alpha^2 - 4P_{\rm in}^2 + 2P_{\rm in}P_{\rm out} - 2\alpha P_{\rm in} - 2\alpha P_{\rm out}$ $+3P_{\rm in}+P_{\rm out}-\alpha$; $D = 4P_{\rm in}^2 - \alpha^2 - 2P_{\rm in} + \alpha$; $E = \frac{1}{2} (P_{\text{in}}^2 + P_{\text{out}}^2 - 3\alpha^2 - P_{\text{in}}P_{\text{out}} + \alpha P_{\text{in}})$ $+ \alpha P_{out} - P_{out} - P_{in} + 2\alpha$); $F = 3\alpha^2 - 2P_{\rm in}^2 + P_{\rm in}P_{\rm out} - \alpha P_{\rm in} - \alpha P_{\rm out}$ $+2P_{\rm in}-2\alpha$; $G = 2P_{\rm in}^2 - \frac{3}{2}\alpha^2 + \frac{3}{2}\alpha - 2P_{\rm in}$;

$$H = \frac{1}{4} (3\alpha^{2} + P_{\rm in} - P_{\rm out} - 3\alpha);$$
$$I = \frac{3}{4}\alpha - \frac{3}{4}\alpha^{2} - \frac{1}{2}P_{\rm in}.$$

(17) 式表明关联函数为三次方程,因此它可用通常的代数解法求出.

4.2 关联函数与 ρ_t , V_t , J_t 关系的讨论

下面对(17)式作具体分析.
(1)若
$$P_{in} = P_{out} = 0$$
 则(17)式化为
 $\alpha^2 a^3 + (\alpha - 3\rho_0 \alpha^2) a^2 + (3\rho_0^2 \alpha^2 - \rho_0^2 \alpha^2 - \rho_0^2 \alpha^2 - \rho_0 \alpha \alpha^2) = 0.$ (18)
1)当 $P_b = 0$ 即 $\alpha = 1$ 则(18)式化为

 a^{3} + (1 - 3 ρ_{0}) a^{2} + (2 ρ_{0}^{2} - ρ_{0})a = 0, (19) (19)式的根为 $a_{1} = \rho_{0}$, $a_{2} = 2\rho_{0} - 1$, $a_{3} = 0$,根据前 面的分析 a_{1} 须舍去, a_{2} 存在的条件是 $\rho_{0} > 0.5$,而 a_{3} 只能在 $\rho_{0} \leq 0.5$ 的情况下取得.因此,当 $\rho_{0} \leq 0.5$ 时,关联 a = 0相应的 $V_{t} = 1$ $J_{t} = \rho_{0}$;而当 $\rho_{0} > 0.5$ 时, $a = 2\rho_{0} - 1$ 相应的 $V_{t} = 1/\rho_{0} - 1$ $J_{t} = 1 - \rho_{0}$.此 即一维 DCA 模型^[2]的结果.

33

2)当 $P_b = 1$,即 a = 0,也就是粒子既不产生也 不消失,同时每个粒子也不移动的情况.此时(18)式 有解 $a_1 = \rho_0^2$, $a_2 = \rho_0$ (舍去).所以 $a = \rho_0^2$, $V_t = 0$, $J_t = 0$.

$$a_{1} = \frac{2\rho_{0}\alpha - 1 - \sqrt{1 - 4\rho_{0}\alpha + 4\alpha\rho_{0}^{2}}}{2\alpha};$$
$$a_{2} = \frac{2\rho_{0}\alpha - 1 + \sqrt{1 - 4\rho_{0}\alpha + 4\alpha\rho_{0}^{2}}}{2\alpha};$$

 $a_3 = \rho_0.$

根据前面的分析 , a_3 舍去 ,可证 $a_1 < 0$, $0 \le a_2 < \rho_0$, 所以关联 a 只能取 a_2 值 , \mathbf{h} (4)(6)式可求出:

$$V_{t} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\rho_{0}\alpha + 4\alpha\rho_{0}^{2}}}{2\rho_{0}}$$

$$J_{t} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\rho_{0}\alpha + 4\alpha\rho_{0}^{2}}}{2}.$$

此时刹车导致了局部阻塞,使关联增加,速度、流量 降低.

(2) 若 P_{in} ≠0 则对(17) 式有

1)当 $P_{out} = 0$, $0 < P_{in} \leq 1$ 时, f K = -J, L = -M,此时满足 *a* 的取值条件(周期性边界条件下)的根只有 *a* = 1,则 $\rho_t = 1$, $V_t = 0$, $J_t = 0$,即只有转入,没有转出的情况下,车道最终将发生全程堵塞.

2)当 0<P _ out<1 0<P _ in<1 或 0<P _ out<1 0<P _ in<1 时

①若 $P_{h}=0$ 则

$$a_{1\,2}=0$$
 ; $P_{\rm in}-P_{
m out}P_{
m in}^2$

 $a_3 = \frac{1}{P_{out}P_{in}^2 + P_{out}^2P_{in} - 4P_{out}P_{in} + P_{out} + P_{in}}$, 可证 $a_3 > \rho_t$ (舍弃),所以 $\rho_t = 0.5$, $V_t = 1$, $J_t = 0.5$, 此表明在无刹车的情况下,车辆最终稳定在 101010101010...型动态分布上.

②若 $P_b + P_{out} = 1$ 即 $\alpha = P_{out}$ 则由(4)式有 V_t = $\alpha = 1 - P_b$.即不管关联 a 为何值,速度只取决于 刹车概率,这就是文献 4)所研究过的线性模型.

③一般情况下 若 0<Pb<1 则(17)式有根













(c)流量随密度的变化关系 图 1

$$\begin{split} &+ \omega^{2} \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ &a_{3} = \omega^{2} \left(-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} \\ &+ \omega \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^{2}}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ & \blacksquare \phi \left(-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q}{4} + \frac{p^{3}}{27}} \right)^{\frac{1}{3}} + s , \\ &$$

5 实验模拟



对一维 CA 随机交通流进行计算机模拟 ,模拟

时 格点总数取 L = 5000,当经过长时间演化达到 稳定后,对后 2000 步的值取平均(见图 1,图中实线 代表理论值,各种离散符号代表计算机实验模拟 值).其中,图 1(a)--(c)为当 $P_{in} = P_{out} = 0$, $P_b = 0$, 0.1,0.5,1 时,粒子的关联函数、速度、流量随密度 的变化关系;图 $\chi(a)$ (b)为当 $P_b = 0.3$, P_{in} 取值为 0.1,0.8 时,粒子的关联函数、密度、速度、流量随转 出概率 P_{out} 的变化关系;图 $\chi(a)$ (b)为当 $P_b = 0.2$, $P_{out} = 0.3$ 时,粒子的关联函数、密度、速度、流量随 转入概率 P_{in} 的变化关系;图 4(a)--(c)为当 $P_{in} =$ 0.2, $P_{out} = 0.1$, $P_b = 0$; $P_{in} = 0.1$, $P_{out} = 0.2$, $P_b =$ 0.3; $P_{in} = 0.6$, $P_{out} = 0.3$, $P_b = 0.2$ 时,系统粒子的 演化图.





(a)系统粒子随时间的演化图,由上而下是时间 轴的方向,车行方向由左向右,演化时间从150— 240步,图形大小90×90



(b)系统粒子随时间的演化图,由上而下是时间 轴的方向,车行方向由左向右,演化时间从 2000—2090步,图形大小90×90



(c)系统粒子随时间的演化图,由上而下是时间 轴的方向,车行方向由左向右,演化时间从 2000—2090步,图形大小90×90

图 4

6 结 论

按照概率论的定义,通过平均解耦的方式,将稳态时一维 CA 单速随机交通流模型中的关联函数表示成与转入、转出、刹车概率有关的函数,并因此得出车辆密度、速度及流量与这三种概率的关系,计算机数值模拟结果与理论结果精确吻合.对于一维CA 的多速随机交通流模型的关联函数,可以同样利用平均解耦的方式进行处理,只不过是其关系更为复杂.

- [1] D. Chowdhury, L. Santen, A. Schadschneider, *Phys. Rep.*, 329(2000),199.
- [2] Y. He et al., Journal of Guangxi Normal University, 15
 (1997) A9(in Chinese] 何云、陈若航、吕晓阳,广西师范大学 学报(自然科学版),15(1997) A9].
- [3] K. H. Chung *et al.*, *J. Phys. Soc. Japan*, **63**(1994), 2882.
- [4] X.Y.Lü et al., Acta Physica Sinica, 47(1998),1761(in Chinese] 吕晓阳、刘慕仁、孔令江 物理学报 47(1998),1761].
- [5] H.B.Li et al., Acta Physica Sinica, 47(1998),176() in Chinese] 李华兵、陈若航、刘慕仁、孔令江,物理学报, 47(1998), 1769].
- [6] B.H.Wang *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998),906(in Chinese)[汪秉宏、邝乐琪、许伯铭,物理学报,**47**(1998),906].
- [7] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, N. Ito, *Phys. Rev.*, **E51**(1995), 2939.

THE STUDY ON THE ONE-DIMENSIONAL RANDOM TRAFFIC FLOW MODEL*

HUANG PING-HUA KONG LING-JING LIU MU-REN

(Department of Physics and Electronic Science , Guangxi Normal University , Guilin 541004 , China)
 (Received 8 June 2000 ; revised manuscript received 16 August 2000)

Abstract

IN the one-dimensional (1D) random traffic flow model, according to the statistical mechanical approach to the spatial correlation functions, the relation between the correlation function and the creation, disappearance, brake probabilities of the vehicles is presented. Then we obtain the density and the flow of the vehicles. The results agrees with that of the computer simulation.

Keywords : 1D random traffic flow model , spatial correlation function , the statistical mechanical approach PACC : 0550

^{*}Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 19762001), the Natural Science Foundation of Guangxi Province, China (Grant No. 0007017).