

改善共焦系统轴向分辨率的位相型光瞳滤波器

刘 力 邓小强 王桂英 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

(2000 年 5 月 13 日收到, 2000 年 6 月 24 日收到修改稿)

利用约束全局优化算法——CGO 算法, 设计了两种用于共焦系统的三区位相型光瞳滤波器. 第一种滤波器在不改变系统的横向分辨率的同时, 可以大幅度地提高轴向分辨率, 提高了系统的层析能力. 第二种滤波器在提高系统轴向分辨率的同时, 又能提高其横向分辨率, 适用于系统的三维成像.

关键词: CGO 算法, 光瞳滤波器, 超分辨

PACC: 4230, 0760P, 4260

1 引 言

随着科学技术的发展, 对光学成像系统及其分辨率提出了越来越高的要求. 目前高分辨率的成像技术研究包括三方面的内容: 短波长成像技术, 如电子显微术和 X 射线显微术; 各种扫描探针类显微术和超经典衍射极限的光学超分辨研究. 其中, 电子显微术制备复杂, 易损伤样品的有效性能. X 射线显微术的发展和受到高精度的光学系统、高分辨率记录介质和光源问题的限制. 新近发展的扫描探针类显微术存在价格昂贵、测试条件苛刻、成像速度低、成像范围小等缺点. 所有这些迫使我们转向光学超分辨的研究. 利用光瞳滤波器改变爱里斑能量分布是实现系统光学超高分辨率的主要途径之一. 超分辨光瞳滤波器可以使光学系统的强度点扩散函数的主瓣尺寸变小, 从而使 Rayleigh 分辨率得以提高. 特别是将共焦显微镜与光瞳滤波器相结合, 可以改善系统的横向分辨率、光学层析和信号输出等方面的性能, 具有设备简单、操作方便、可靠性高等优点. 不仅开拓了在行波场中实现亚微米乃至纳米级三维光学超分辨研究的新途径, 而且为生命科学、材料科学、纤维化学及其他学科的研究提供最直接、最自然的观察和分析手段, 并将直接推动成像技术、微电子学、超高精密光存储技术和其他相关技术的进一步发展.

在光学系统中, 实现超分辨的强度点扩散函数

主要有 3 个特征量^[1]: 1) 半高半宽 (HWHM) 比 G : 有滤波器和没有滤波器时的 HWHM 之比. 2) Strehl 比 S : 有滤波器和没有滤波器时的焦点强度最大之比. 3) M : 旁瓣强度最大值与主瓣强度最大之比. 很明显, 要想获得好的超分辨效果, G 和 M 越小越好, 而 S 则越大越好. 然而降低主瓣大小必然会以 M 增大、 S 降低为代价, 这使得超分辨元件的应用受到限制, 因此如何设计滤波器, 以满足不同需要, 是一个重要问题. 由于 G 、 S 和 M 这三者的关系互相关联, 难以找到解析解, 因此本文利用一种新的约束全局优化算法, 设计了实现共焦系统轴向超分辨的位相型光瞳滤波器, 获得了较好的结果. 采用位相型滤波器的优点在于: 1) 由于只改变位相, 因此在同样超分辨率的情况下, 位相型光瞳滤波器比振幅型光瞳滤波器具有更高的中心主瓣强度值; 2) 位相型光瞳滤波器的优化过程简单, 易于满足不同条件下的设计要求; 3) 二元光学的发展使位相型光瞳滤波器的制作变得更简单.

2 约束全局优化算法 (CGO) 原理

约束全局优化算法 (constrained global optimizations)^[2]同模拟退火方法^[3]一样, 采用 Metropolis 算法来处理构型转移和搜索, 以使费用函数达到最小.

设费用函数 f 是一个有 N 个变量 x_1, x_2, \dots, x_n 的实值函数, 其目的是寻找一组合适的 x_1, x_2, \dots, x_n 来得到最小的 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. 用 X 代表构

型 (x_1, x_2, \dots, x_n) , X 的允许值是有限的或无限的.

CGO 从合法的定义域中随机选择一个构型作为初始态,同时存在一个温度参数,将初始温度 T_0 取为

$$T_0 = M_T \sqrt{\frac{f^2 - \bar{f}^2}{M}}, \quad (1)$$

其中 M_T 为一个正的常数放大因子,在以后进行的退火过程中, M_T 是可调节的,经验表明用上式做初始温度,对具体问题的依赖性不会太大. 式中 \bar{f} 是费用函数在随机选取的 M 个构型上的平均值: $\bar{f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f$, \bar{f}^2 是费用函数的平方平均值: $\bar{f}^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f^2$.

接下来在某个 T_m 下,进行一个两步循环过程.

第一步:首先推导 Glauber 概率 P_i , 确定每个 x_i^{n+1} 是要被更新还是要保持原来的值. 考虑自旋有两种状态,对应保持 x_i^{n+1} 不变,或改变这两种情况. 其概率分别为 p_+ 和 p_- .

$$p_+ + p_- = 1,$$

$$p_+ / p_- = \exp[-g(x_i^n) / kT] / \exp[-C / kT], \quad (2)$$

由此推导出 p_- 即自旋反转概率 P_i ,

$$P_i = \frac{1}{1 + \exp\{-[g(x_i^n) - C] / kT\}} \quad (3)$$

任选一个随机数 R_i , 如 $R_i < P_i$, 那么 x_i^{n+1} 将被赋予新值. 否则 x_i^{n+1} 将保持 x_i^n 的值不变. (2)(3) 式中 g 为 x_i 的实值函数, C 也是一个实数, 在一个循环中, 可用于所有的 x_i^n , 但是在不同的循环中, C 值可以改变. k 是 Boltzmann 常数, T 是系统的温度.

我们认为 $g(x_i^n)$ 是 x_i^{n+1} 保持不变时的广义能量, C 是 x_i^n 改变时的阈值, 函数 g 和常数 C 的选择是相互依赖的. 对于建立在粒子相互作用符合线性叠加基础上的问题, 选择 g 函数满足 $f = \sum_{i=1}^N g(x_i^n)$, 在我们的问题中, 则简单地将 g 函数直接取为费用函数. C 的值在给定的循环中, 由变量的当前值决定. 通常增加 C 会降低变量变化的概率, 反之, 概率增加. 一些经验表明, 通常将 C 取为正比于 $g(x_i)$ 的平均值.

第二步: 对于那些确定要改变的构型变量, 在其有效定义域中随机选取一个值,

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \delta_m, \quad (4)$$

δ_m 由具体的研究问题确定. 新的构型下的费用函数被计算出来, 并利用 Metropolis 判据, 判断新的

x_i^{n+1} 是否被接受. 如果 $f(x^{n+1}) \geq f(x^n)$, 则新的构型被拒绝, 除非 $\exp\{-[f(x^{n+1}) - f(x^n)] / kT\}$ 大于一个 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数. 如果一个构型被拒绝, 则 x_i^{n+1} 全部返回 x_i^n . 如果 $f(x^{n+1}) < f(x^n)$ 则新的构型被保留下来.

在上述基础上, 在给定的温度 T_m 下, 重复进行一定的次数, 然后降低温度. 例如, 利用一个正值参数 β 通过以下方式控制降低速度,

$$T_{m+1} = T_m \exp[-\beta], \quad (5)$$

这个算法持续到所有的变元在温度降低过程中被冻结, 或者费用函数的降低速度已经很小, 以至于在统计意义上该值已经稳定.

可见模拟退火方法是在每一次循环中, 任意选择一个或多个变量赋予新值, 而 CGO 在每一次循环中, 用 Glauber 自旋反转概率来约束, 从而保证了只有那些对费用函数贡献充分大的变量才会发生移动. 整个构型转移的效率比 SA 高得多.

3 位相型光瞳滤波器的设计

根据 Borri^[4] 和 McCutcher^[5] 的理论, 在单色光照明条件下, 具有光瞳函数 $P(\rho)$ 系统焦点附近的振幅分布为

$$U(\eta, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp(-j u \rho^2 / 2) J_0(\eta \rho) \rho d\rho. \quad (6)$$

上式已经做了归一化处理. 其中 ρ 为归一化半径. η 对应接收面上的径向坐标 r , u 对应以焦点为原点的轴上坐标 z , 其表达式为

$$\begin{aligned} \eta &= k r \sin \alpha, \\ u &= k z (\sin \alpha)^2, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $k = 2\pi / \lambda$, $\sin \alpha$ 代表数值孔径.

假设出射光瞳的半径为 R , 入射波长为 λ , 对于 N 区的圆对称型位相型光瞳滤波器, 像面场振幅表达式和轴上振幅表达式分别为^[6,7]

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\eta, 0) &= \sum_{j=1}^N \exp(i\phi_j) \left[\alpha_j^2 \frac{2J(\alpha_j \eta)}{\alpha_j \eta} - \alpha_{j-1}^2 \frac{2J(\alpha_{j-1} \eta)}{\alpha_{j-1} \eta} \right], \\ \mathcal{A}(0, u) &= \sum_{j=1}^N \exp(i\phi_j) \exp[-(\alpha_j^2 + \alpha_{j-1}^2) u / 4] \\ &\quad \times (\alpha_j^2 - \alpha_{j-1}^2) \text{sinc}[(\alpha_j^2 - \alpha_{j-1}^2) u / (4\pi)], \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\{\phi\} = \phi_j$, ϕ_j 为第 j 区的位相, $j = 1, 2, \dots, N$. $\{\alpha\} = \alpha_j$ 分别对应于第 j 区的归一化坐标, $\alpha_0 = 0$,

$\alpha_N = 1$ 方程(8)为归一化的, 则 $S = |\Psi(0, 0)|^2$.

现在考虑三区的情况. 这时 $N = 3$ (α_1, α_2) \in $(0, 1)$ (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) \in $(0, 2\pi)$. 由于振幅分布只和相邻两区的位相差有关, 则令 $\phi_1 = 0$. 我们的目的就是要选择合适的 ($\alpha_1, \alpha_2, \phi_2, \phi_3$) 以获得满足需要的参数 G, S 和 M .

我们讨论用于共焦系统的情形. 对于共焦显微镜, 从点源发出的光经过物镜聚焦在样品上, 透射光经过收集透镜成像. 在这个对称装置中, 物镜和收集透镜的作用是相同的, 则系统对物体的有效点扩散函数是物镜和收集透镜的点扩散函数的乘积. 如物镜加有光瞳滤波器, 那么系统的点扩散函数是有光瞳滤波器时的点扩散函数和收集透镜的点扩散函数之积. 由于共焦系统的点对点的探测方式具有很好的背景光滤除作用, 使得旁瓣的影响较小, 因此对 M 的要求较低. 我们分别考虑两种情况:

1. 共焦系统的层析能力取决于系统强度点扩散函数的轴向分量的 HWHM 值, 因此缩小系统的轴向 HWHM 很有研究价值. 当横向分辨率不变时, 为了得到轴向分辨率所能达到的最大值, 取轴向 HWHM 比 G_A 为费用函数. 我们获得两个结果, 当 $S > 20\%$ 时, $G_A = 0.325$. 当 $S > 10\%$ 时, $G_A = 0.231$. 旁瓣 M_A 皆小于 10% . 获得的结果如图 1 所示, 其中虚线为有光瞳滤波器 A1 时的情况, 点线为有光瞳滤波器 A2 时的情况, 实线为没有光瞳滤波器的情况. 可见, 在不改变横向分辨率的情况下, 轴向 HWHM 的压缩幅度相当大. 光瞳滤波器 A1, A2 的设计参数 ($\alpha_1, \alpha_2, \phi_2, \phi_3$) 和性能参数 G_A, S 和 M_A 值列于表 1.

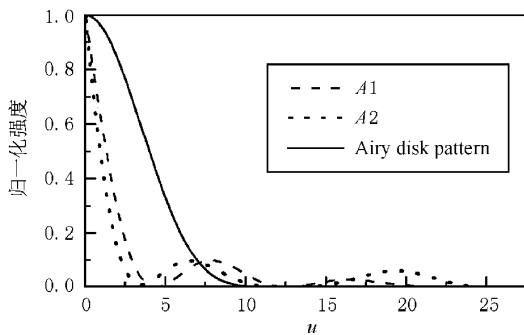


图 1 轴上的光强分布(虚线为有光瞳滤波器 A1 时的情况, 点线为有光瞳滤波器 A2 时的情况, 实线为没有光瞳滤波器的情况)

表 1 光瞳滤波器 A1, A2 的设计参数和性能参数

	G_A	S	M_A	α_1	α_2	ϕ_2	ϕ_3
A1	0.325	0.275	0.099	0.0223	0.6995	1.705	5.956
A2	0.231	0.101	0.097	0.5629	0.8676	4.35	2.742

2. 对于共焦系统而言, 在提高其轴向分辨率的同时, 又能提高其横向分辨率是一个很有应用价值的研究方向. 因此, 本文通过对系统成像性质的深入分析找到一种滤波器, 把它用于共焦系统中, 既能提高轴向分辨率, 又能提高横向分辨率. 这种方法的优点是可获得较大的强度点扩散函数的中心值, 而且由于只有一个光瞳滤波器与共焦系统结合, 操作变的简单可行. 在这里轴向 HWHM 比 G_A 和横向 HWHM 比 G_T 的下降速度并不一致, 为了使轴向 HWHM 比 G_A 和横向 HWHM 比 G_T 同时达到最小值, 取 $G_A^3 + G_T^3 + G_A^2 G_T$ 为费用函数, 获得的结果如图 2、图 3 所示, 其中虚线为有光瞳滤波器 B 时的情况, 实线为没有光瞳滤波器的情况. 光瞳滤波器 B 的设计参数 ($\alpha_1, \alpha_2, \phi_2, \phi_3$) 和性能参数 G_A, G_T 和 S 值列于表 2.

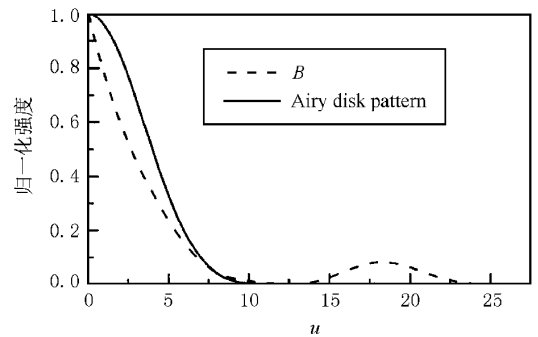


图 2 轴上的光强分布(虚线为有光瞳滤波器 B 时的情况, 实线为没有光瞳滤波器的情况)

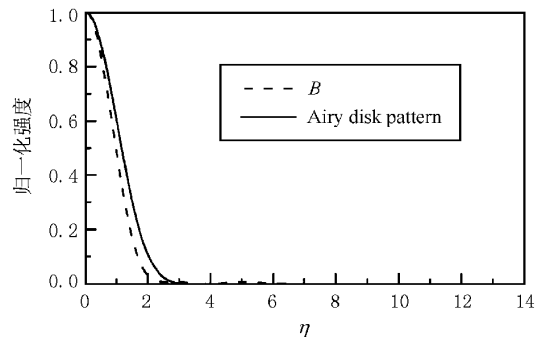


图 3 焦平面上的光强分布(虚线为有光瞳滤波器 B 时的情况, 实线为没有光瞳滤波器的情况)

表 2 光瞳滤波器 B 的设计参数和性能参数

	G_A	G_T	S	α_1	α_2	ϕ_2	ϕ_3
B	0.67	0.84	0.11	0.4066	0.7481	3.732	1.809

可见,在同时考虑横向分辨率和轴向分辨率时,两者的压缩量都较小, $G_A = 0.67$, $G_T = 0.84$.但是轴向和横向的旁瓣都相当低,轴向旁瓣 $M_A = 8.1\%$,横向的旁瓣 $M_T = 0.8\%$.以前的文献大多采用两个光瞳滤波器与共焦系统相结合的方式来实现这一目的.这种方法的直接结果是系统的强度点扩散函数的中心值急速下降,一般为几个百分点以下,使图像反衬度大大下降,从而增加探测难度.而该位相型光瞳滤波器提供的 $S = 11\%$,远大于将两个光瞳滤波器联合使用,适用于系统的三维高分辨成像.

4 结论

本文的结果表明,利用 Glauber 自旋反转概率来控制构型的转移和搜索的 CGO 优化算法具有计算量小的优点,有利于在较短时间内找到问题的全局最优解.以共焦系统为例,利用 CGO 算法,选择合适的费用函数,设计了不同情况下的轴向超分辨光瞳滤波器,获得了较好结果.其一,在不改变横向分辨率的情况下,可以大幅度提高系统的轴向分辨率,轴向 HWHM 比 G_A 可以达到 0.231.其二,在提高轴向分辨率的同时,可以提高横向分辨率,而且系统的强度点扩散函数具有较大的中心值,只是分辨率提高的幅度较小,有待进一步提高.

- [1] Tasso R. M. Sales, G. Michael Morris, *Opt. Lett.* **22**(1997), 582.
 [2] Eric Lewin Altschuler *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1994), 2671.
 [3] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi, *Science*, **220**(1983), 671.
 [4] M. Born, E. Wolf, *Principle of Optics* (Pergamon Press, 1975).

- [5] C. W. McCutchen, *J. Opt. Soc. Am.*, **24**(1964), 778.
 [6] Tasso R. M. Sales, G. Michael Morris, *J. Opt. Soc. Am.*, **A22**(1997), 1637.
 [7] Tasso R. M. Sales, G. Michael Morris, *Opt. Commun.*, **156**(1998), 227.

PHASE-ONLY OPTICAL PUPIL FILTER FOR IMPROVING AXIAL RESOLUTION IN CONFOCAL MICROSCOPY*

LIU LI DENG XIAO-QIANG WANG GUI-YING XU ZHI-ZHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

(Received 13 May 2000; revised manuscript received 24 June 2000)

ABSTRACT

In this paper, two kinds of 3-zone phase-only pupil filter for confocal microscopy were optimally designed with constrained global optimization (CGO) algorithm. The CGO method is discussed in detail. The first kind of pupil filter can increase the axial resolution while unchanging the transverse resolution, which can improve the optical-sectioning capacity in confocal microscopy. The second kind of pupil filter can increase the axial and transverse resolution at the same time, which is applicable in 3-dimensional imaging in confocal microscopy.

Keywords: CGO algorithm, optical pupil filter, superresolution

PACC: 4230, 0760P, 4260

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 69037030, 69777004).