

具有非均匀零色散波长光纤中的四波混频

邵钟浩

(南京邮电学院通信工程系, 南京 210003)

(2000 年 5 月 14 日收到)

提出了一种分析具有非均匀零色散波长光纤中四波混频(FWM)的简便方法, 导出了多段不同零色散波长组成的光纤中和零色散波长连续变化的光纤中四波混频效率的计算公式. 实例计算结果表明, 光纤中零色散波长分布的不均匀, 会影响四波混频效率, 特别是在抽运光和检测光波长间隔较大时, 影响尤为显著.

关键词: 四波混频, 相位匹配, 零色散波长

PACC: 4281, 4265J, 4265K

1 引 言

四波混频是多个光波在介质中相互作用所引起的非线性效应, 这也是介质的三阶极化系数引起的. 当三个不同频率光波在同一根光纤中同时传输时, 由于四波混频效应会产生新的光频率分量, 称为四波混频光. 利用光纤中的四波混频效应可以实现光波长的倒换^[1], 还可以实现光相位共轭, 用于色散补偿^[2], 但是, 对于工作波长落在光纤零色散波长范围内的多路波分复用系统, 四波混频效应可能会引起系统的串扰, 从而影响传输性能^[3]. 因此, 研究零色散波长范围内的四波混频效应具有重要的意义.

在具有均匀零色散波长的光纤中, 四波混频效率除了与入射光的偏振有关外, 还与相位匹配条件有紧密的联系, 当抽运光频率和光纤零色散频率一致时, 相位匹配条件得以完全满足, 四波混频效率最大^[4]. 在实际使用的光纤中, 由于光纤制造过程中随机因素的影响, 零色散波长沿轴向分布可能不均匀, 在整个光纤长度上零色散波长存在小幅度的波动, 这时光纤中的四波混频效应变得较为复杂^[3].

本文主要研究具有非均匀零色散波长的光纤中的四波混频效应. 首先分析了具有均匀零色散波长的光纤中的四波混频效应, 在此基础上, 提出了一种分析具有非均匀零色散波长的光纤中的四波混频的简便方法, 建立了计算多段不同零色散波长光纤组成的链路中四波混频效率的模型, 导出了四波混频效率的计算公式, 进而导出了在零色散波长沿轴向连续变化的光纤中四波混频效率的计算公式, 最后

进行了实例计算, 计算结果表明, 光纤零色散波长分布的不均匀, 会影响四波混频效率, 特别是在抽运光和检测光波长间隔较大时, 影响尤为显著.

2 具有均匀零色散波长光纤中的四波混频

当角频率分别为 $\omega_p, \omega_q, \omega_r$ ($q \neq r$) 的三个单色光场入射到介质内时, 由于四波混频效应, 会产生角频率为 ω_F 的新的光场分量

$$\omega_F = \omega_p + \omega_q - \omega_r, \quad (1)$$

在各光场沿同一方向极化以及忽略四波混频过程中抽运耗尽的条件下, 描述介质中四波混频特性的基本方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} E(\omega_F, z) - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(\omega_F, z) - \frac{an}{c} \frac{\partial}{\partial t} E(\omega_F, z) = \frac{4n}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (DX) E(\omega_p, z) E(\omega_q, z) E(\omega_r, z)^*, \quad (2)$$

式中 n 为介质的折射率, c 为真空中光速, α 为介质的吸收系数, $E(\omega_F, z)$ 为四波混频光场, $E(\omega_l, z)$ 为角频率 ω_l 的入射光场 ($l = p, q, r$), z 为传播方向, D 为简并因子, χ 为介质三阶非线性极化率.

求解 (2) 式, 并利用边界条件 $E(\omega_F, 0) = 0$, $E(\omega_l, 0) = E_l(0)$, $l = p, q, r$, 可得到输出的四波混频光场为

$$E_F(L) = i \frac{2\pi\omega_F}{nc} (DX) E_p(0) E_q(0) E_r(0)^* e^{-\frac{\alpha}{2}L} \cdot \exp[i\beta(\omega_F)L] \frac{1 - \exp[(-\alpha + i\Delta\beta)L]}{\alpha - i\Delta\beta}, \quad (3)$$

式中 $E_F(L)$ 为介质中输出的四波混频光场, L 为介质长度, $E_F(0)$ 为角频率 ω_l 的输入光场, $\Delta\beta$ 为相位失配,

$$\Delta\beta = \beta(\omega_p) + \beta(\omega_q) - \beta(\omega_r) - \beta(\omega_F), \quad (4)$$

β 为各光场的传播常数, 其他符号代表的意义同(2)式.

在单模光纤中, 当参与四波混频各光场具有相同的偏振方向时, 在忽略抽运耗尽的条件下, 其输出的四波混频光可通过在(3)式中(即在介质中平面波四波混频的结果中)适当计及基模横向场分布的影响来得到, 四波混频光的输出功率为^[3,5]

$$P_F(L) = \frac{1024\pi^6}{n^4\lambda_F^2c^2} (DX)^2 \cdot \frac{P_p(0)P_q(0)P_r(0)}{A_{\text{eff}}^2} e^{-\alpha L} (L_{\text{eff}})^2 \eta \quad (5)$$

式中 L_{eff} 为光纤的有效长度,

$$L_{\text{eff}} = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha L}), \quad (6)$$

η 为四波混频效率

$$\eta = \frac{P_F(\Delta\beta \neq 0, L)}{P_F(\Delta\beta = 0, L)} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \cdot \left[1 + \frac{4e^{-\alpha L} \sin^2(\Delta\beta L/2)}{(1 - e^{-\alpha L})^2} \right], \quad (7)$$

$P_F(L)$ 为四波混频光的输出功率, $P_l(0)$ 为频率 f_l 的输入光功率 ($l = p, q, r$), α 为光纤的衰减系数, L 为光纤的长度, A_{eff} 为光纤的有效纤芯面积, 其他符号代表的意义同(3)式.(7)式中表示出相位匹配条件是影响四波混频效应的重要因素, 当 $\Delta\beta = 0$, 四波混频效率最大, 这种情况称为相位匹配.

在光纤零色散波长附近, 相位失配可进一步表示为

$$\Delta\beta = -\frac{\lambda_0^4\pi}{c^2} \frac{dD_c}{d\lambda} [(f_p - f_0) + (f_q - f_0)(f_p - f_r)(f_q - f_r)], \quad (8)$$

式中 λ_0, f_0 分别为光纤的零色散波长和频率, D_c 为光纤的色散系数, f_l 为入射光场的频率 ($l = p, q, r$).

在部分简并的情况下, 即 $f_p = f_q$,

$$\Delta\beta = -\frac{2\lambda_0^4\pi}{c^2} \frac{dD_c}{d\lambda} (f_p - f_r)(f_p - f_0). \quad (9)$$

3 具有非均匀零色散波长光纤中的四波混频

在实际使用的光纤中, 零色散波长沿轴向分布

可能不均匀, 在整个光纤长度上零色散波长存在小幅度的波动, 在这种光纤中要精确计算四波混频效率是困难的, 为分析简便起见, 考虑下面两种情况.

3.1 由多段零色散波长不同光纤组成的链路

分析这种光纤链路中的四波混频效应, 可在上节分析基础上, 立出各段光纤对应的四波混频特性的基本方程, 然后, 从光纤链路的始端开始, 逐段求解基本方程, 并以前段的四波混频输出光场作为后段的边界条件, 从而求得链路输出四波混频光^[3], 这种分析方法比较繁琐, 尤其在光纤段数较多时, 本文根据四波混频的原理, 采用分段求和或积分的方法求解, 可简化推导过程.

分析的模型如图1所示, 设光纤链路是由 N 段长度均为 L_0 的短光纤组成, 各段光纤具有不同的零色散波长, 但在每段光纤中具有均匀分布的零色散波长, 并假定入射光和四波混频光的偏振方向在整个光纤链路中保持一致, 光纤偏振模色散的影响可忽略.

为求得光纤链路输出的四波混频光信号的解析表达式, 分析仍从介质内平面波的四波混频光场入手. 当光纤链路始端有频率分别为 f_p, f_q, f_r 的三个光场输入时, 在各段光纤中均会产生频率为 $f_F = f_p + f_q - f_r$ 的四波混频光场分量. 由于各段光纤的零色散波长不同, 以及输入光的边界条件不同, 因此, 各段光纤产生的四波混频光场分量的幅度和相位不同, 各段光纤产生的四波混频光场分量向链路终端传输, 在链路终端叠加, 形成链路的四波混频输出光场. 据此可得到光纤链路输出四波混频光功率的表达式.

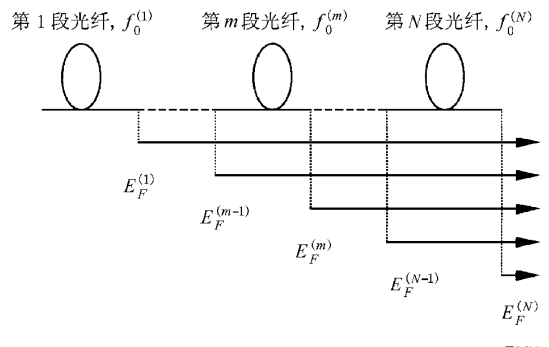


图1 计算模型

根据上节分析结果(3)式, 链路中第 m 段光纤产生的四波混频光场分量为

$$E_F^{(m)} = kE_p^{(m)}E_q^{(m)}E_r^{(m)*} \exp\left[\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_F^{(m)}\right)L_0\right] \cdot \frac{1 - \exp\left[\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(m)}\right)L_0\right]}{\alpha - i\Delta\beta^{(m)}}, \quad (10)$$

式中 $E_l^{(m)}$ 为频率 f_l 的光场在第 m 段光纤始端的振幅 ($l = p, q, r$), $i\beta_F^{(m)}$ 为该段产生的四波混频光场分量的传播常数, L_0 为段长, $k = i\frac{2\pi\omega}{nc}D\chi$, $\Delta\beta^{(m)}$ 为该段中的相位失配,

$$\Delta\beta^{(m)} = \beta_p^{(m)} + \beta_q^{(m)} - \beta_r^{(m)} - \beta_F^{(m)}, \quad (11)$$

$\beta_l^{(m)}$ 为频率 f_l 光场的传播常数 ($l = p, q, r$).

(10) 式中的三个输入光场可用下式表示:

$$E_l^{(m)} = E_l^{(1)} \exp\left[\sum_{j=1}^{m-1} \left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_l^{(j)}\right)L_0\right], \quad (12)$$

式中 $E_l^{(1)}$ 为第 1 段光纤始端 (即链路始端) 的输入光场 ($l = p, q, r$), $i\beta_l^{(j)}$ 为第 j 段光纤的传播常数.

将 (12) 式代入 (10) 式, 整理得

$$E_F^{(m)} = kE_p^{(1)}E_q^{(1)}E_r^{(1)*} \exp\left[\sum_{j=1}^m \left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_F^{(j)}\right)L_0\right] \cdot \exp\left[\sum_{j=1}^m \left(-\alpha + i\Delta\beta^{(j)}\right)L_0\right] \cdot \frac{1 - \exp\left[\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(m)}\right)L_0\right]}{\alpha - i\Delta\beta^{(m)}}. \quad (13)$$

第 m 段光纤产生的四波混频光场分量传至链路终端的幅度为

$$E_F^{(m)}(L) = E_F^{(m)} \exp\left[\sum_{j=m+1}^N \left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_F^{(j)}\right)L_0\right], \quad (14)$$

因此, 光纤链路输出的四波混频光场为

$$E_F = \sum_{m=1}^N E_F^{(m)}(L). \quad (15)$$

将 (13) (14) 式代入 (15) 式, 得

$$E_F = k \sum_{m=1}^N \left\{ E_p^{(1)}E_q^{(1)}E_r^{(1)*} \exp\left[\sum_{j=1}^m \left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_F^{(j)}\right)L_0\right] \cdot \exp\left[\sum_{j=1}^{m-1} \left(-\alpha + i\Delta\beta^{(j)}\right)L_0\right] \cdot \frac{1 - \exp\left[\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(m)}\right)L_0\right]}{\alpha - i\Delta\beta^{(m)}} \right\}. \quad (16)$$

考虑单模光纤基模横向场的影响, 链路输出的四波混频光功率为

$$P_F = \frac{1024\pi^6}{n^4\lambda_F^2c^2}(D\chi)^2 \cdot \frac{P_p(0)P_q(0)P_r(0)}{A_{\text{eff}}^2} e^{-\alpha L} (L_{\text{eff}})^2 \eta, \quad (17)$$

$$\eta = \frac{\eta'}{\eta'(\Delta\beta^{(1)} = \Delta\beta^{(2)} = \Delta\beta^{(3)} = \dots = \Delta\beta^{(N)} = 0)}, \quad (18)$$

$$\eta' = \left| \left\{ \sum_{m=1}^N \left[\left(\exp\sum_{j=1}^{m-1} \left(-\alpha + i\Delta\beta^{(j)}\right)L_0 \right) \cdot \frac{1 - \exp\left[\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(m)}\right)L_0\right]}{\alpha - i\Delta\beta^{(m)}} \right] \right\}^2 \right|, \quad (19)$$

$$\Delta\beta^{(m)} = \beta_p^{(m)} + \beta_q^{(m)} - \beta_r^{(m)} - \beta_F^{(m)} = -\frac{\pi\lambda_0^4}{c^2} \frac{dD}{d\lambda} \left[(f_p - f_0^{(m)}) + (f_q - f_0^{(m)}) \right] \cdot (f_p - f_r) \text{ 且 } (f_q - f_r), \quad (20)$$

式中 $p_l(0)$ 为光频率 f_l 的输入光功率 ($l = p, q, r$), L 为光纤总长度, $L = NL_0$, $f_0^{(m)}$ 为第 m 段光纤的零色散频率, λ_0 为光纤平均零色散波长, 其他符号代表的意义与 (10) 式相同.

上述公式中若令 $N = 2$, 则所得结果与采用逐段求解介质内平面波四波混频特性基本方程而得到的结果完全一致.

3.2 零色散波长连续变化的光纤

设光纤长度为 L , 在整个光纤长度上零色散波长在一个小范围内连续变化, 其零色散频率沿传输方向的分布可表示为 $f_0(z)$, 则当光纤始端有频率为 f_p, f_q, f_r 三个光入射时, 采用 3.1 小节中类似的分析方法, 令 L_0 趋向于 0, 可得光纤的四波混频输出光功率为

$$P_F = \frac{1024\pi^6}{n^4\lambda_F^2c^2}(D\chi)^2 \cdot \frac{P_p(0)P_q(0)P_r(0)}{A_{\text{eff}}^2} e^{-\alpha L} (L_{\text{eff}})^2 \eta, \quad (21)$$

$$\Delta\beta(z') = \beta_p(z') + \beta_q(z') - \beta_r(z') - \beta_F(z') = -\frac{\pi\lambda_0^4}{c^2} \frac{dD}{d\lambda} \left[(f_p - f_0(z')) + (f_q - f_0(z')) \right] \cdot (f_p - f_r) \text{ 且 } (f_q - f_r), \quad (22)$$

$$\eta = \frac{\eta'}{\eta'(\Delta\beta(z') = 0)}, \quad (23)$$

$$\eta' = \left| \int_0^L e^{\int_0^z \Delta\beta(z') dz} dz \right|^2. \quad (24)$$

4 实例计算和讨论

利用上述推导结果, 对光纤中零色散波长附近的四波混频效率和相位失配的关系进行计算, 计算

结果所得曲线如图 2 至图 5 所示. 图中, η 表示部分简并 ($f_p = f_q$) 条件下的四波混频效率, f_p, f_r 分别表示抽运光和检测光的频率, f_0 为光纤零色散频率 (或平均零色散频率), $f_p - f_0$ 表示抽运光频率和光纤零色散频率之差; $\lambda_p - \lambda_r$ 表示抽运光和检测光波长之差. 计算过程中光纤衰减系数取 $\alpha = 0.2 \text{ dB/km}$, 零色散斜率 $\frac{dD_c}{d\lambda} = 0.07 \text{ ps}/(\text{nm})^2 \cdot \text{km}$. 图 2 表示具有均匀零色散波长光纤中的四波混频, 其他计算参数为: $L = 5 \text{ km}$, $f_0 = 193.5 \text{ THz}$ ($\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$). 图 3 表示两段零色散波长不同的光纤中的四波混频, 其他计算参数: 每段光纤长度 $L_1 = L_2 = 2.5 \text{ km}$, 零色散频率分别为

$f_{01} = 193.45 \text{ THz}$, $f_{02} = 193.55 \text{ THz}$, 平均零色散频率 $f_0 = \frac{L_1 f_{01} + L_2 f_{02}}{L_1 + L_2} = 193.5 \text{ THz}$. 图 4 表示三段零

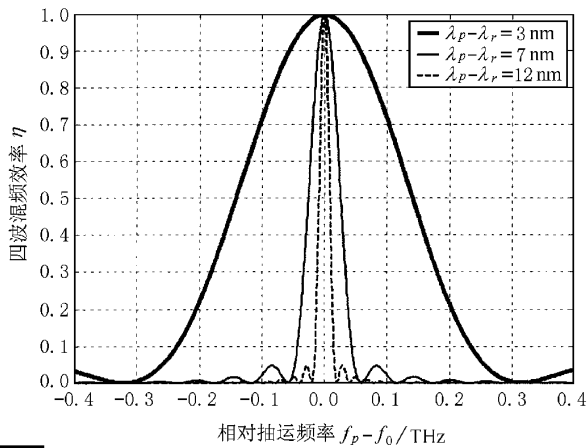


图 2 具有均匀零色散波长光纤中的四波混频效率

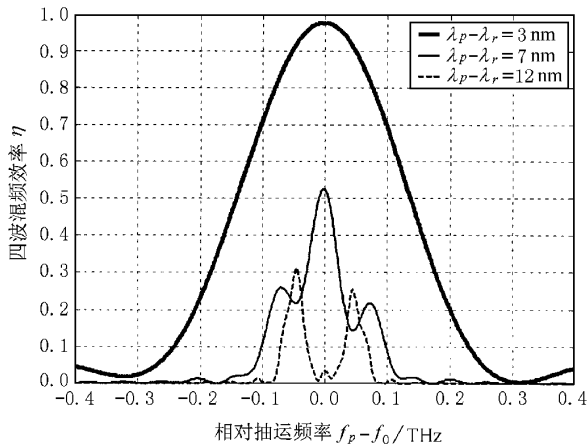


图 3 两段零色散波长不同的光纤中的四波混频效率

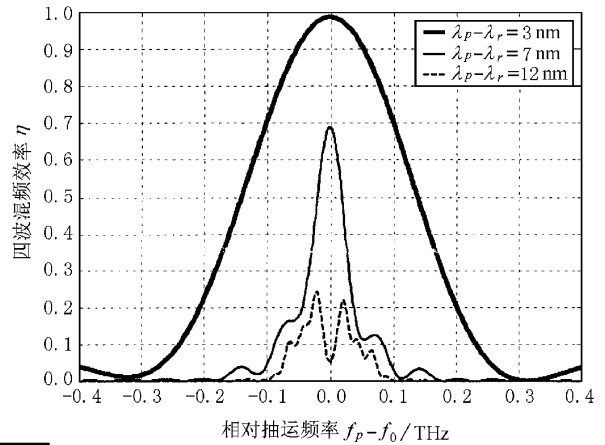


图 4 三段零色散波长不同的光纤中的四波混频效率

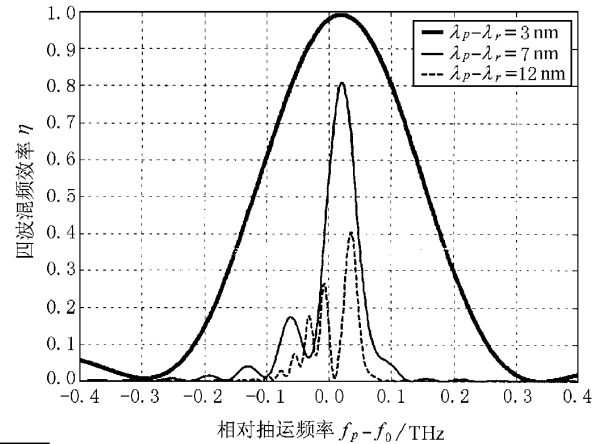


图 5 零色散波长连续变化的光纤中的四波混频效率

色散波长不同的光纤中的四波混频, 其他计算参数为: $L_1 = L_2 = L_3 = 1 \frac{2}{3} \text{ km}$, $f_{01} = 193.45 \text{ THz}$, $f_{02} = 193.5 \text{ THz}$, $f_{03} = 193.55 \text{ THz}$, 取平均零色散频率 $f_0 = \frac{L_1 f_{01} + L_2 f_{02} + L_3 f_{03}}{L_1 + L_2 + L_3} = 193.5 \text{ THz}$. 图 5 是在零色散波长连续变化的光纤中的四波混频, 设零色散频率沿光纤轴向作余弦规律变化, 可表示为 $f_0(z) = f_0 - 0.05 \cos 2\pi \frac{z}{l}$ (THz), 式中 l 为周期, $l = 2\pi$ (km), 其他计算参数为: 光纤全长 $L = 5 \text{ km}$, $f_0 = 193.5 \text{ THz}$.

计算结果表明, 在具有均匀零色散波长的光纤中, 四波混频效率与抽运光频率的关系曲线 (以下简称 $\eta-f_p$ 曲线) 呈单峰状, 在抽运光频率和光纤零

色散频率一致时取得最大值.而在具有非均匀零色散波长的光纤中, η_{f_p} 曲线呈现多种不同的形状.可见,在多段零色散波长不同的光纤组成链路中,不能简单地对每一段光纤中产生的四波混频光场分量求和,这是因为各段光纤中产生的四波混频光场分量会在光纤链路的输出端产生干涉,从而使四波混频效率和相位失配呈现复杂的关系.

在抽运光和检测光波长间隔较小的情况下,例如 $\lambda_p - \lambda_r = 3 \text{ nm}$,具有非均匀零色散波长的光纤的 η_{f_p} 曲线上,也有一个明显的主峰,当抽运光和光纤平均零色散频率一致时,四波混频效率取得最大,最大值略小于1,且随着抽运光频率偏离平均零色散频率的增大,四波混频效率降低得稍快,如图2中,当 $\lambda_p - \lambda_r = 3 \text{ nm}$ 时,主峰的半幅全宽约为150GHz,而在图3中,相同条件下主峰半幅全宽约为140GHz.

在抽运光和检测光波长间隔较小的情况下,例如 $\lambda_p - \lambda_r = 12 \text{ nm}$,具有非均匀零色散波长的光纤的 η_{f_p} 曲线呈多峰状,四波混频效率普遍较低,但当抽运光和光纤平均零色散频率相差较大时,其四波混频效率反而比具有非均匀零色散波长光纤中的

高一些,如在图2中,当 $\lambda_p - \lambda_r = 12 \text{ nm}$ 时,对应于 $f_p - f_0 = 0.05 \text{ THz}$ 的 η 值小于0.05,而在图3,相同条件下的 η 值大于0.1.

5 结 论

本文在讨论了具有均匀零色散波长的光纤中四波混频效率的基础上,对具有非均匀零色散波长的光纤中四波混频进行了研究.提出了一种分析具有非均匀零色散波长的光纤中四波混频的简便方法,导出了四波混频效率的计算公式;利用这些公式的实例计算结果表明,光纤中零色散波长分布不均匀会影响四波混频效率.在具有非均匀零色散波长的光纤中,当抽运光和检测光波长间隔较小时,会使四波混频效率最大值对应的抽运光频率移向光纤的平均零色散频率,最大值略小于1,且 η_{f_p} 曲线上主峰的半幅全宽略为变窄;抽运光和检测光波长间隔较大时,对 η_{f_p} 曲线形状的影响显著,四波混频效率普遍降低,但在抽运光频率与光纤平均零色散频率相差较大时,其四波混频效率反而比具有均匀零色散波长的光纤中的要高一些.

- [1] K. Inoue, Toba, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **A**(1992), 69.
 [2] S. watanabe, G. Ishikawa, T. Naito, T. Chikama, *J. Lightwave Technol.*, **12**(1994), 2139.
 [3] K. Inoue *J. Lightwave Technol.*, **10**(1992), 1553.

- [4] W. Shibata, R. P. Braun, R. G. Waarts, *IEEE, J. Quantum Electron*, **QE-23**(1987), 1205.
 [5] G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*(Academic Press, London, 1989).

FOUR-WAVE MIXING IN AN OPTICAL FIBER WITH NONUNIFORM ZERO DISPERSION WAVELENGTH

SHAO ZHONG-HAO

(*Department of Communication Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunication, Nanjing 210003, China*)

(Received 14 May 2000)

ABSTRACT

A simplified analyzing method of four wave mixing (FWM) in an optical fiber with nonuniform zero dispersion wavelength has been presented in this paper. The calculation formulas of FWM efficiency has been derived, and the FWM efficiency of some practical examples has been calculated. The results show that the nonuniformity of zero dispersion wavelength in an optical fiber has a remarkable effect on the efficiency of FWM, especially when the interval of wavelength between the pumping light and probe light is large.

Keywords : Four-wave mixing, phase matching, zero dispersion wavelength

PACC : 4281, 4265J, 4265K