

磁性薄膜原子层数对极化方向的影响*

周云松¹⁾ 解东²⁾ 陈金昌¹⁾ 林多梁³⁾

¹⁾ 首都师范大学物理系, 北京 100037)

²⁾ 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

³⁾ 纽约州立布法罗大学物理系, 美国, 布法罗 14260)

(2000 年 8 月 7 日收到)

用两个自旋相互垂直的 $s = 1$ 的层状伊辛模型描述磁性薄膜极化转向的物理过程. 计算了自由能密度随原子层的增加所发生的变化, 得到了与实验定性相同的极化方向转变的规律. 结果显示: 在层数增加过程中, 偶极作用的影响基本保持不变, 发生极化转向的主要原因是表面垂直各向异性性能的影响随层数增加被逐渐削弱, 最终弱于偶极作用的影响而导致极化方向从垂直转到平行膜面.

关键词: 偶极作用, 表面各向异性, 磁化方向, 磁性薄膜

PACC: 7570, 7510H

1 引 言

实验显示^[1, 2], 有些磁性薄膜在厚度很小时, 磁化方向是垂直于膜面的, 当厚度增加到一定值时, 极化方向则变成了平行于膜面的. 即易极化轴方向由垂直膜面变成了平行于膜面. 而且, 原本垂直极化的薄膜当温度升高时, 也会变成平行极化. 即存在一个转变温度, 在这个温度之上是平行极化, 低于这个转变温度时变成垂直极化. 垂直和平行极化分别可以产生很有应用价值的极克尔效应^[3-5]和巨磁电阻效应^[6], 因此这种易轴方向改变的机理和条件引起了实验和理论工作者的兴趣. 但是有些磁性薄膜不论在多么低的温度下, 也不论多薄, 都不会出现垂直极化. 理论分析认为^[7-10], 在薄膜内部存在一个垂直与平行极化的竞争机制. 由于相对于块体或膜内部原子而言, 表面原子的对称性降低了, 这种对称的破缺主要产生两个影响, 一是自旋轨道耦合使得表面局域磁矩产生各向异性^[11-13], 另一个影响是使交换作用各向异性^[14, 15], 这二者都有可能(不是肯定)是有利于垂直极化的. 有利于平行极化的因素是退磁能, 它的微观机制是磁偶极作用. 随着薄膜厚度和温度的变化, 这两个因素的相对强弱发生变化, 随之产生宏观上的极化方向转变.

Moschel 和 Usadel^[10]在海森堡模型中引入了垂直各向异性性能和偶极作用项成功地描述了这一转变过程, 着重讨论了理论上不同看法的转变级数问题. 指出当表面各向异性性能比内部的大时, 极化方向连续地从垂直膜面变化到平行膜面(二级的), 当表面与内部的各向异性性能一样大时, 极化方向是突变的(一级的). 实际上, 大多数磁性薄膜应当是有表面各向异性的, 属上述的第一种情况, 而不应是第二种情况. 除非只有一个原子层. 因此我们针对第一种情况, 具体讨论它的转变条件, 并将两种情况对比分析, 阐明转变的物理原因. 由于文献^[10]已详细讨论了温度的影响, 因此本文着重讨论原子层的影响. 由于变分累积展开(VCE)法在处理层状伊辛模型时有效且方便^[16-19], 近期又被成功地用到整个温区^[20], 这为本工作提供了有利手段. 本文将用 VCE 方法计算薄膜磁化转向问题.

2 模型及理论方法

用海森堡模型, 在考虑了各向异性常数和长程偶极项后, 哈密顿量为^[10]

$$H = -J \sum_{\langle i, j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \sum_i D_i (S_i^z)^2 + \frac{g}{2} \sum_{ij} \frac{\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \chi (\mathbf{S}_i \cdot \hat{u}_{ij}) (\mathbf{S}_j \cdot \hat{u}_{ij})}{r_{ij}^3}, \quad (1)$$

*北京市自然科学基金(批准号 2982008)资助的课题.

其中 r_{ij} 是 i, j 两格点之间的距离, \hat{u}_{ij} 是 i, j 两格点之间的单位矢量, D_i 是格点 i 的垂直各向异性系数, g 是偶极作用系数. 自旋量子数为 1.

(1) 式描述磁化方向的转变过程是合适的, 因为格点自旋用矢量表示, 这样可以计算出极化在任意方向的情况. 但是如果不关心这个转变的中间过程, 只关心垂直或平行极化的条件, 我们可以不用 (1) 式, 而从较容易处理的 $s = 1$ 的伊辛模型出发. 考虑垂直和平行极化两种伊辛模型, 哈密顿量分别表示为

$$H^\perp = -J \sum_{(i,j)} S_i^z S_j^z - \sum_i D_i (S_i^z)^2 + \frac{G}{2} \sum_{ij} S_i^z S_j^z \frac{1 - \mathfrak{X} u_{ij}^z}{R_{ij}^3}, \quad (2)$$

$$H^\parallel = -J \sum_{(i,j)} S_i^x S_j^x + \frac{G}{2} \sum_{ij} S_i^x S_j^x \frac{1 - \mathfrak{X} u_{ij}^x}{R_{ij}^3}, \quad (3)$$

其中 $G = g/a^3$, a 是晶格常数, $R_{ij} = r_{ij}/a$, u_{ij}^x, u_{ij}^z 分别是 \hat{u}_{ij} 的 x, z 分量. (2) 和 (3) 式分别表示两个不同的、相互独立系统, 但是由 (2) 和 (3) 式分别求出的自由能 f^\perp 和 f^\parallel , 却可以代表同一个磁性薄膜在垂直和平行极化两种状态时的自由能. 这一点也可以说是本文的一个假设. 对于纯海森堡模型, 用 VCE 方法计算的结果与上述假设是一致的.

下面用 VCE 方法求解 (2) (3) 式. 此方法在计算层状模型临界点时, 展开阶数取得越高越接近严格解. 其一阶近似正好相当于平均场的结果, 这个精度对于本工作已经够了. 经计算得平均一个格点的自由能为

$$f^\perp(L, \xi) = -\ln(2 \cosh \xi + 1) + \xi Y - \beta [JP(L) - GC^\perp(L)]Y^2 - D(L)X/L, \quad (4)$$

$$f^\parallel(L, \xi) = -\ln(2 \cosh \xi + 1) + \xi Y - \beta [JP(L) - GC^\parallel(L)]Y^2, \quad (5)$$

其中 ξ 是变分参数, $Y = 2 \sinh \xi / (2 \cosh \xi + 1)$, $X = 2 \cosh \xi / (2 \cosh \xi + 1)$, L 是薄膜的原子层数, $D(L) = \sum_{l=1}^L D^l$, D^l 是 D_i 在第 l 层中的取值, 这里假设在同层原子中各向异性系数相等, 对于足够大的膜面这是合理的. $\beta = 1/k_B T$, T 是温度, $P(L) = \frac{1}{N} \sum_{(ij)} 1$ 可称为膜结构因子, N 是格点总数, $C^\perp(L)$ 和 $C^\parallel(L)$ 分别称为垂直和平行偶极结构因子, 表达式为

$$C^\perp(L) = \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{1 - \mathfrak{X} u_{ij}^z}{R_{ij}^3}, \quad (6)$$

$$C^\parallel(L) = \frac{1}{2} \sum_{ij} \frac{1 - \mathfrak{X} u_{ij}^x}{R_{ij}^3}. \quad (7)$$

(4) (5) 两式是含有变分参数的, 可用变分原理加以确定:

$$\text{令 } \frac{df^\perp(L, \xi)}{d\xi} = 0; \frac{df^\parallel(L, \xi)}{d\xi} = 0, \text{ 得}$$

$$\xi + \mathfrak{X} [GC^\perp(L) - JP(L)]\beta Y - D(L)\beta \sinh \xi / L(2 + \cosh \xi) = 0, \quad (8)$$

$$\xi + \mathfrak{X} [GC^\parallel(L) - JP(L)]\beta Y = 0. \quad (9)$$

由 (8) 和 (9) 式确定 ξ 后代回 (4) 和 (5) 式便可得到自由能.

理论^[10]和实验^[1]都证明, 平行极化是在温度较高的情况出现, 这说明薄膜进入无序相之前, 应当处于平行极化, 即应当用描写平行极化的 (5) (7) (9) 式处理. (9) 式是描写参数曲线的方程, 参数曲线的分叉点对应临界点^[16, 17]. 因此由 (9) 式可得到临界点表达式:

$$T_{cB}/J = 4(P(L) - GC^\parallel(L))/3. \quad (10)$$

3 计算结果及讨论

计算自由能必须先确定 $D(L), G, P(L), C^\perp(L)$ 和 $C^\parallel(L)$ 五个量, 它们除了是 L 的函数外, 还因薄膜的不同晶格结构及生长方向而不同. 其中 $D(L), G$ 是和膜的材料有关, $P(L), C^\perp(L)$ 和 $C^\parallel(L)$ 只与结构有关, 是无量纲的. $P(L)$ 的取值列于表 1.

表 1 对不同结构及不同生长方向的 L 层膜, 结构因子的取值公式^[20]

$sc(100)$	$sc(111)$	$fcc(100)$	$fcc(111)$	$bcc(100)$	$bcc(111)$
$P(L)3 - 1/L$	$3 - 3/L$	$6 - 4/L$	$6 - 3/L$	$4 - 4/L$	$3 - 3/L, L < 4$ $4 - 6/L, L > 3$

$C^\perp(L)$ 和 $C^\parallel(L)$ 的取值列于表 2, 这是用计算机算出的. 对于 $bcc(100)$ 晶格, 用了一个 $1200 \times 1200 \times L$ 个格点的模型, 即每层膜有 $1200 \times 1200 = 1440000$ 个格点. 用每层膜的中心格点模拟无限大平面膜上的一个格点. 将 1200×1200 个格点与 800×800 个格点的模型的计算结果做了对比, 数值的相对差别为千分之一量级, 因此用 $1200 \times 1200 \times L$ 个格点的模型模拟 L 层无限大薄膜是可以的. 对于 fcc 晶格, 每层也是 1440000 个格点的方形膜.

表2 $C^\perp(L)$ 和 $C^\parallel(L)$ 的取值

L	fcc(111)		fcc(100)		bcc(100)	
	$C^\perp(L)$	$C^\parallel(L)$	$C^\perp(L)$	$C^\parallel(L)$	$C^\perp(L)$	$C^\parallel(L)$
1	31.178	15.589	25.524	12.762	9.024	4.512
2	33.706	16.499	30.248	14.063	13.191	6.596
3	34.831	16.973	32.429	14.800	15.022	7.511
4	35.473	17.747	33.613	15.206	16.019	8.010
5	35.875	17.794	34.364	15.470	16.663	8.332
6	36.145	17.849	34.874	15.650	17.106	8.553
7	36.335	18.171	35.242	15.780	17.431	8.715
8	36.473	18.145	35.516	15.877	17.677	8.838
9	36.575	18.137	35.727	15.951	17.869	8.935
10	36.651	18.327	35.893	16.009	18.024	9.012
11	36.709	18.286	36.025	16.054	18.150	9.075
12	36.752	18.261	36.131	16.090	18.254	9.127

$D(L)$ 分两种情况,一是表面层原子的各向异性大于内部原子的,二是各层原子各向异性相等.它们分别对应二级和一级转变^[10].

先讨论第一种情况.为了突出主要因素,这时可考虑一个简化情况,令内层原子的各向异性系数为零,只有上下两个表面上的不为零.即只有 $D = D^1 = D^L \neq 0$. 两个极化方向的自由能之差为

$$\Delta f = f^\parallel - f^\perp,$$

Δf 随层数的变化如图1所示.其中各向异性系数取 $D = 0.05J$, 偶极作用系数取 $G = 0.0004J$, 这两个参数在数量级上是符合实际的,也和其他文献的大致相当^[10]. 温度取 $Tk_B/J = 2.0$. 由(10)式可得到块体 fcc 的 $T_c k_B/J \approx 8$, 所以图1所取温度相当于临界点的四分之一. 注意到块体 Co(fcc)实际的 $T_c = 1388\text{ K}$, 其四分之一约为 300 K . 即对于 fcc 格子, $Tk_B/J = 2.0$ 在室温范围.

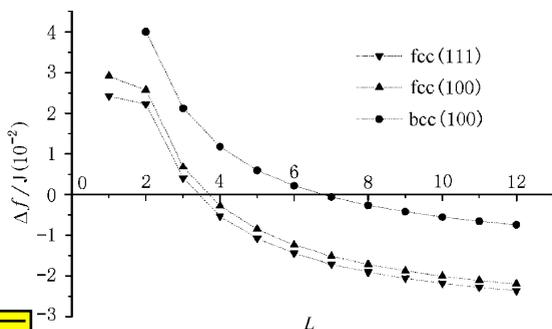


图1 自由能之差 Δf 随层数 L 的变化 ($D = 0.05J$, $G = 0.0004J$, $Tk_B/J = 2.0$, 图中连线是为了看着方便)

图1中三条线都是随 L 增大而单调下降,并大于零变为小于零. $\Delta f > 0$ 说明 $f^\parallel > f^\perp$, 即平行极化自由能高于垂直极化的,所以此时薄膜应当是垂直极化的. 同理,当 $\Delta f < 0$, 薄膜应是平行极化的. 所以图1表明薄膜在固定温度下,垂直极化的薄膜会随着厚度的增加而转变为平行极化. 这是与实际情况定性一致的. 其中 fcc 的两条线在三层之后就开始了转变了,实际的垂直极化 Co 薄膜通常确实只有两、三个原子层^[21]. 这说明理论与实际在数量级上也是符合的. 对于 Ni, 其块体结构也是 fcc, 实际的 $T_c = 627\text{ K}$, 这是室温(设为 300 K)的约 2.1 倍, 所以室温应取值 $Tk_B/J \approx 8/2.1 \approx 3.8$. 同时注意到 Co 与 Ni 的单原子磁矩分别是 $\mu_0 = 1.7\mu_B$ 和 $0.6\mu_B$, 这使得 Ni 的偶极作用系数 G 是 Co 的 $(0.6/1.7)^2 \approx 1/8$. 用这些参数(假设 D 不变)计算,发现 12 层原子仍然保持垂直极化. 实际的 Ni 薄膜在室温下保持垂直极化的厚度确实远大于 Co 薄膜^[22, 23]. 通常认为这是由于 Ni 有较大的表面各向异性^[24], 但是从以上分析知道,较小的原子磁矩也是不可忽视的因素(尽管薄膜与块体的 μ_0 可能有所不同). 况且,表面各向异性受覆盖层影响,是不太确定的因素,而原子磁矩的大小是相对稳定的.

较小的 G 值(对应小 μ_0)有利于垂直极化,或者说偶极作用有利于平行极化. 这个说法是特指薄膜情况. 当膜不断增厚接近块体时,由(6)和(7)式计算出的垂直和平行偶极结构因子将逐渐接近,同时,(4)和(8)式中的因子

$$D(L)/L = 2D^1/L \rightarrow 0. \quad (11)$$

这就使得(4)和(5)式逐渐相同,而且(8)和(9)式也逐渐相同了. 最终 $f^\parallel = f^\perp$, 达到各向同性. 这个结果显然符合实际(不考虑块体本身的各向异性).

在膜的厚度变化对原子的平均磁矩影响不大的情况下,可近似将偶极作用系数 G 看作常数. 此时薄膜的垂直各向异性系数 D 有一个临界值 D_c , 若 $D > D_c$, 则垂直极化, 否则平行极化, D_c 可由 $\Delta f = 0$ 得到, 它随层数的变化如图2所示. 当原子层增加时, D_c 随之增加. 而主要由表面性质决定的 D 最终将小于 D_c , 从而发生极化转向. 图2的一个明显的特征是在 $L \geq 2$ 的范围内近似为线性关系.

图1与图2有一个共同点,在 $L = 2$ 处有一个折角,表明 Δf 和 D_c 的值在一层膜到二层膜之间变化不大,二层膜之后才开始明显变化. 这是因为假设了只有表面层的垂直各向异性不为零. 当 $L > 2$ 时,

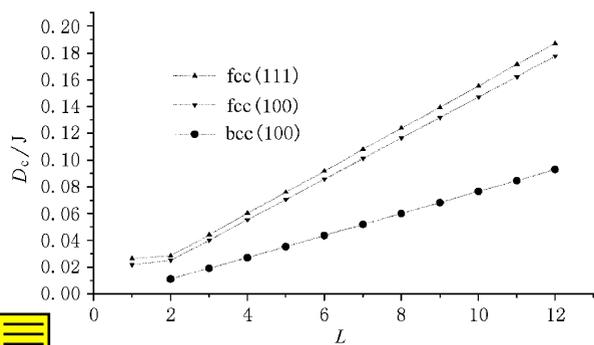


图2 各向异性系数的临界值 D_c 与层数 L 的关系 ($G = 0.0004J$, $Tk_B/J = 2.0$, 图中连线是为了看着方便)

层数的增加不再会改变系统的垂直各向异性,这必然使自由能密度(平均一个原子占有的自由能)中垂直各向异性部分的绝对值减少.这个过程是从(11)式反映出来的.偶极作用产生的平行各向异性的趋势却在增加(后面证明),这两个因素造成了 Δf 和 D_c 的明显变化.当 $L=1$ 和 $L=2$ 时,所有的原子都是表层原子,都贡献一份垂直各向异性.所以从一层到两层,系统的垂直各向异性绝对值是按比例增加的,平均每个原子的各向异性并未变化,只有偶极作用有变化,所以 Δf 和 D_c 变化不大.当然,实际单原子层的各向异性应当不同于两层原子的膜,因为前者的一个原子要成为上下两个表面的原子.但这不妨碍本文对于 $L \geq 2$ 的情况的讨论.如果在制作单原子层时,使用不同于 $L \geq 2$ 的薄膜的覆盖方法,是有可能符合本文所讨论的情况的.

现在讨论 $D(L)$ 第二种情况,各层原子各向异性系数都相等,即 $D^1 = D^2 = \dots = D^L = D$. D_c 随 L 的变化如图3所示,其中 $L=1$ 和 $L=2$ 对应的 D_c

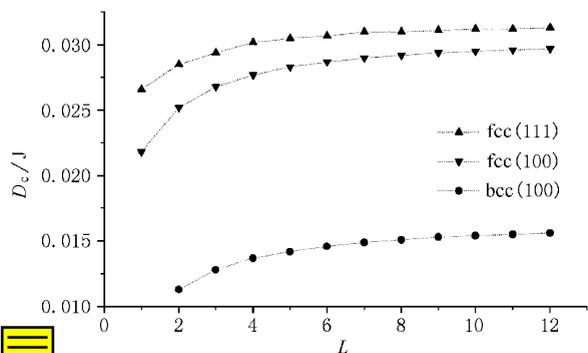


图3 各层原子各项异性系数相等时, D_c 随层数的变化 ($G = 0.0004J$, $Tk_B/J = 2.0$, 图中连线是为了看着方便)

值与图2中的完全相同.这是好理解的,因为一层膜和二层膜对于上述两种 $D(L)$ 的取值方法是没有区别的.

二层膜之后 D_c 上升的很缓慢,与图2中的线性上升不大一样.这是因为每增加一层原子,系统就要增加相应的垂直各向异性.从自由能密度来看,其中垂直各向异性部分并未变化.这个过程可以从(4)(8)式的因子

$$D(L) \backslash L = \left(\sum_{l=1}^L D^l \right) \backslash L = (D \times L) \backslash L = D \quad (12)$$

看出.(12)式不同于(11)式,它不会随层数的变化而变化.所以自由能密度的变化主要来自偶极作用.如果偶极作用贡献的平行各向异性真的增加了,就会要求 D_c 增加,反之 D_c 下降.因此从图3可以断定,平行各向异性确实是随层数增加而增加的.不过,由图3中 D_c 的变化也能看出平行各向异性的增加是很缓慢的.而这种变化情况是不会受 $D(L)$ 的取值影响的(不论第一种情况还是第二种情况),因为偶极作用与 $D(L)$ 无关.因此结合图2和图3可以得出结论:在层数增加过程中,偶极作用的影响基本保持不变,发生极化转向的主要原因是平均每个原子的垂直各向异性随层数增加被逐渐削弱,最终敌不过偶极作用的影响而导致极化方向从垂直转到平行膜面.显然上述结论是对第一种情况而言的.同样可以从图3看出,第二种情况是很难出现极化转向的.因为 D_c 增长很小而且趋于一个不大的恒定值,只要 D 大于这个恒定值,不论多少层也不会发生转向.这种膜未见报到,说明第二种情况不符合实际,只有第一种情况符合实际.尽管理论上第二种情况可以因温度升高而转向^[10].

4 结 论

本文尝试用两个自旋相互垂直的层状伊辛模型描述极化转向的物理过程,得到了与实际规律相同的结果,说明这种方法是可行的.计算结果显示:在层数增加过程中,偶极作用的影响基本保持不变,发生极化转向的主要原因是平均每个原子的垂直各向异性随层数增加被逐渐削弱,最终敌不过偶极作用的影响而导致极化方向从垂直转到平行膜面.我们还得出维持垂直极化不仅在于表面各向异性,较小的原子磁矩也是重要因素.

- [1] R. Krishnan ,H. Lassri ,M. Porte ,M. Tessier ,P. Renaudin ,*Appl. Phys. Lett.* , **59**(1991) 3649.
- [2] R. Allenspach ,*J. Magn. Magn. Mater.* , **129**(1994) 160.
- [3] P. F. Carcia ,A. D. Meinhaldt ,A. Suna ,*Appl. Phys. Lett.* , **47**(1985) 178.
- [4] P. F. Caria ,W. B. Zeper ,H. W. Wan Kesteren ,B. A. J. Jacobs ,J. H. M. Spruit ,*J. Magn. Soc. Jpn.* , **5**(1991) 51.
- [5] S. Hashimoto ,A. Maesaka ,K. Fujimoto ,K. Bessho ,*J. Magn. Magn. Mater.* , **121**(1993) 471.
- [6] M. N. Baibich ,J. M. Broto ,A. Fert ,F. Nguyen Van Dau ,F. Petroff ,P. Etienne ,G. Creuzet ,A. Friederich ,*J. Chazelas* ,*Phys. Rev. Lett.* **61**(1988) 2472.
- [7] J. Amador ,E. Guterrez-Puebla ,M. A. Mongo ,I. Rasines ,C. Ruiz-Valero ,F. Fernandez ,R. Saez-Puche ,J. A. Campa ,*Phys. Rev.* **B42**(1990) 7918.
- [8] J. F. Ditusa ,S. W. Cheong ,J. H. Park ,G. Aeppli ,C. Broholm ,C. T. Chen ,*Phys. Rev. Lett.* **73**(1994) 1857.
- [9] A. P. Ramirez ,S. W. Cheong ,M. L. Kaplan ,*Phys. Rev. Lett.* , **72**(1994) 3108.
- [10] A. Moschel ,K. D. Usadel ,*Phys. Rev.* **B52**(1995) 16111.
- [11] D. K. Misemer ,*J. Magn. Magn. Mater.* **72**(1988) 267.
- [12] P. Bruno ,*Phys. Rev.* **B39**(1989) 865.
- [13] C. J. Tatnall ,D. E. Joyce ,P. J. Grundy ,J. P. Schille ,G. Vander Laan ,*J. Magn. Magn. Mater.* , **177 - 181**(1998) 1181.
- [14] C. Zener ,*Phys. Rev.* **96**(1954) 1335.
- [15] T. Nagamiya ,K. Yosida ,R. Kubo ,*Adv. In Phys.* **A**(1955) 1.
- [16] D. L. Lin ,Hoo Che ,Yu Xia ,*Phys. Rev.* **A46**(1992) 1805.
- [17] J. T. Ou ,W. Lai ,D. L. Lin ,Felix Lee ,*J. Phys. :Condens. Mat.* **9**(1997) 3687.
- [18] Y. S. Zhou *et al.* ,*Acta Physica Sinica* ,**48**(1999) 1944(in Chinese)[周云松、区晓峰、林多梁 ,*物理学报* ,**48**(1999) 1944] .
- [19] Huai-yu Wang ,Yun-song Zhou ,D. L. Lin ,*Chin. Phys. Lett.* , **17**(2000) 55.
- [20] Y. S. Zhou *et al.* ,*Acta Physica Sinica* ,**49**(2000) 2477(in Chinese)[周云松、陈金晶、林多梁 ,*物理学报* ,**49**(2000) 2477] .
- [21] H. J. G. Draaisma ,W. J. M. de Jonge ,F. J. A. den Broeder ,*J. Magn. Magn. Mater.* **66**(1987) 351.
- [22] R. Krishnan ,H. Lassi ,Shiva Prasad ,M. Porte ,M. Tessi ,*J. Appl. Phys.* **73**(1993) 6433.
- [23] R. Krishnan ,M. Nyvlt ,Z. Smetana ,S. Visnovsky ,*J. Magn. Magn. Mater.* **140 - 144**(1995) 605.
- [24] H. O. Daalderop ,P. J. Kelly ,F. J. A. Broeder ,*Phys. Rev. Lett.* , **68**(1992) 682.

THE INFLUENCE OF THE NUMBER OF ATOMIC SHEET ON THE DIRECTION OF MAGNETIZATION IN THIN FERROMAGNETIC FILM*

ZHOU YUN-SONG¹⁾ XIE DONG²⁾ CHEN JIN-CHANG¹⁾ LIN DUO-LIANG³⁾

¹⁾ *Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100037, China*

²⁾ *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*

³⁾ *Department of Physics, State University of New York at Buffalo, Buffalo 14260, USA*

(Received 7 August 2000)

ABSTRACT

The competition between dipole-dipole interaction and surface anisotropy in a thin ferromagnetic film is described by two spin $s = 1$ layered Ising systems. The spin is perpendicular to the layers in one system and is in-plane in the other system. Free energy densities in the two systems are calculated by use of VCE method. The results show that the magnetization will transfer from perpendicular to in-plane when the number of layers increase. In this process, the influence of dipole-dipole interaction which favors the in-plane magnetization is approximately a constant and that of surface anisotropy which favors the perpendicular magnetization decreases apparently. Finally the dipole-dipole interaction prevails over the surface anisotropy and then the reorientation transition occurs.

Keywords : dipole-dipole interaction , surface anisotropy , reorientation , magnetic film

PACC : 7570 , 7510H

* Project supported by the National Natural Science Foundation of Beijing , China. (Grant No. 2982008).