

利用凹槽滤波引导混沌系统到周期解*

蔡朝洪 徐振源 须文波

(无锡轻工大学信控学院, 无锡 214036)

(2000 年 10 月 13 日收到, 2001 年 2 月 12 日收到修改稿)

通过对混沌动力系统增加一个线性的反馈控制器——凹槽滤波器, 引导一大类系统从混沌运动转化为期望的低周期运动. 基于混沌的微扰判据——Melnikov 方法, 解释了该方法实现混沌控制的数学物理机理. 控制仿真结果表明, 该方法简单而实用, 具有良好的应用前景, 并能控制超混沌系统.

关键词: 混沌控制, 凹槽滤波, Melnikov 方法

PACC: 0545

1 引 言

由于混沌运动对初值的敏感依赖性及其在相空间的遍历性, 混沌动力系统的控制问题显得较为困难, 它已迅速发展成为非线性科学中的一个重要领域. 迄今已有的混沌控制方法一般分为两种: 一种是对混沌动力系统的参数施加微扰, 达到失稳周期轨道的稳定控制, 例如 OGY 法^[1], 改进的 OGY 法^[2], 弱周期扰动动力系统参数法^[3]等; 另一种是对混沌动力系统的变量实现反馈或微扰, 达到人们期望的目标周期轨道, 例如延迟自反馈控制法^[4,5], 自适应控制法^[6,7]等. 对于系统参数微扰法, 在很多实际情况中, 要找到一个合适的可调参数来控制混沌是比较困难的. 而在应用控制中, 复杂的控制方法往往是不能用的, 简单而易于推广的控制方法才会有实用价值. 所以, 相比之下, 系统变量反馈或微扰法变得更易于实现. 文献[8]提出了一种通过增加一个线性的凹槽滤波器来反馈控制软弹簧 Duffing 振子的方法, 引导系统从混沌运动转化为期望的低周期运动, 并基于谐波平衡法粗糙地给出了凹槽滤波器参数的选择范围, 因此无法更广泛地应用于其他典型的混沌系统. 从状态空间角度分析, 微分动力系统出现混沌态一般是由于动力方程中一些典型的非线性项引起的, 我们认为, 该控制方法实质上就是把凹槽滤波器的负反馈输出加在微分动力系统中含典型的非线性项的式子中, 以抵消抑制原动力系统的

混沌的产生. 基于这一想法, 我们把凹槽滤波器应用于一大类典型的混沌系统, 如 Duffing-Holmes 振子、强迫布鲁塞尔振子、Lorenz 系统、复数洛仑兹-哈肯超混沌系统等微分动力系统, 显得简单而有效, 且控制代价非常小. 并利用混沌的微扰判据理论——Melnikov 方法^[9]初步解释了实现混沌控制的机理, 而且, 我们还可以进一步利用广义 Hamilton 系统理论解释了 Lorenz 系统的混沌控制的机理.

2 控制方法与仿真

考虑如下自治的 N 维动力系统

$$\dot{X} = F(X(t), \alpha), \quad (1)$$

式中, 系统状态向量 $X(t) \in R^n$, α 为系统的参数集, $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, f_i 为非线性函数或线性函数, 但 F 中至少有一个函数是非线性函数. 对非自治的动力系统, 通过适当的变换, 总可以转化为自治系统.

本文采用的控制方法及思路是: 动力系统处于周期运动时, 设主频率为 $\omega = 2\pi/T$, 系统输出也包括 $2\omega, 3\omega$ 等高次谐波. 当系统参数变化时, 系统往往会出现倍周期分叉, 相应的, 系统输出开始出现频率小于 ω 的次谐波, 而次谐波的出现往往是混沌运动产生的先兆. 从系统的频谱角度出发, 对系统增加一个凹槽滤波器以抑制次谐波的产生, 即把凹槽滤波器的输出负反馈加在混沌微分动力系统中含关键的非线性项的某一式子中, 从而达到控制混沌的目的. 控制方框图如图 1 所示, 其中, $r(t)$ 为参考输

* 国家自然科学基金(批准号: 19872044)资助的课题.

入 $y(t)$ 为系统输出, $h(t)$ 为凹槽滤波器的输出.

线性凹槽滤波器的传递函数为

$$G(s) = \frac{H(s)}{Y(s)} = P \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2)$$

其中, ω_n 为凹槽频率, ζ 为阻尼系数, P 为反馈增益, 其幅频 Bode 图如图 2 所示. 显然, 在 $\omega = \omega_n$ 处出现一凹槽, 恰是这一具有单一频率滤波的特性, 把系统从混沌运动滤成周期运动. 而传统的负反馈控制相比, 如 $h(y) = Py$, 反馈增益 P 必须大到足以改变原系统的非线性特性, 从物理和应用的角度看, 这是不太现实的. 相反, 利用凹槽滤波反馈控制器, 相对小的反馈增益即可实现快速引导系统从混沌运动转化为期望的低周期运动的目的.

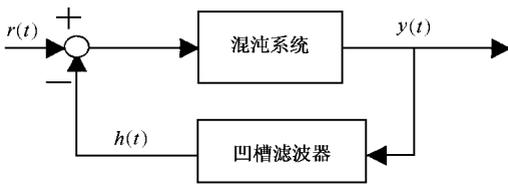


图 1 凹槽滤波反馈控制系统

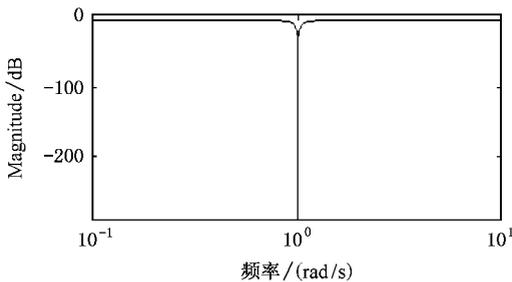


图 2 凹槽滤波器幅频 Bode 图

线性凹槽滤波器的状态空间表示为

$$\begin{pmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} y, \quad (3)$$

$$h = -2\zeta\omega_n P \cdot z_1 + P y.$$

下面对如下几个混沌模型^[9-12]进行控制仿真, 均取得很好的效果.

1) 软弹簧 Duffing 振子

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\delta x_2 + \frac{1}{2} x_1 - \frac{1}{2} x_1^3 + f \cos \Omega t, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Omega = 1, \delta = 0.168, f = 0.21$ 时系统出现混沌. 系统输出为 x_1 , 凹槽滤波器的输出 $h(t)$ 负反馈加在系统(4)的第二式右端, 控制系统仿真图如图 3 所示.

仿真采用四阶 Runge-Kutta 法, 仿真步长为 0.01, 图中 τ 表示系统从混沌态进入稳定的周期解的大约时间.

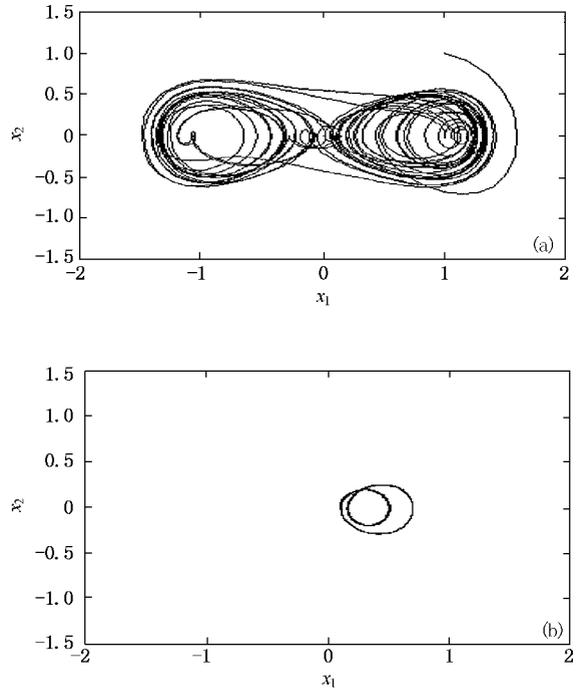


图 3 软弹簧 Duffing 振子的原系统与被控系统的仿真图 ($P = 0.38, \omega_n = 1, \zeta = 0.001, \tau = 34$)

2) Duffing-Holmes 振子

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\gamma x_2 + \alpha x_1 - \beta x_1^3 + K(t), \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\alpha = 1, \beta = 4, \gamma = 0.154,$$

$$K(t) = 0.150825 \sin(1.1t)$$

时系统出现混沌. 系统输出为 $x_1, -h(t)$ 加在系统(5)的第二式右端, 控制系统仿真图如图 4 所示.

3) 强迫布鲁塞尔振子

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= B - (A + 1)x_1 + x_2^2 y + p \cos \omega t, \\ \dot{y} &= Ax - x^2 y, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $A = 1.2, B = 0.4, \omega = 0.85, p > 0.0538$ 时系统出现混沌. 系统输出为 $x, -h(t)$ 加在系统(6)的第二式右端, 控制系统仿真图如图 5 所示.

4) Lorenz 系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= (\mu - z)x - y, \\ \dot{z} &= -bz + xy, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\sigma = 10, b = 8/3, \mu = 28$ 时系统出现混沌. 输出为 $z, -h(t)$ 加在系统(7)的第三式右端, 控制系统

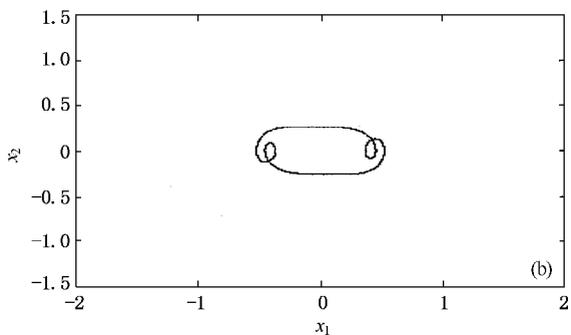
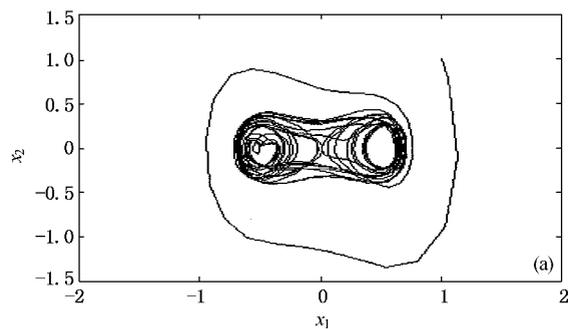


图4 Duffing-Holmes 振子的控制仿真图($P = 0.4, \omega_n = 1, \zeta = 0.001, \tau = 26$)

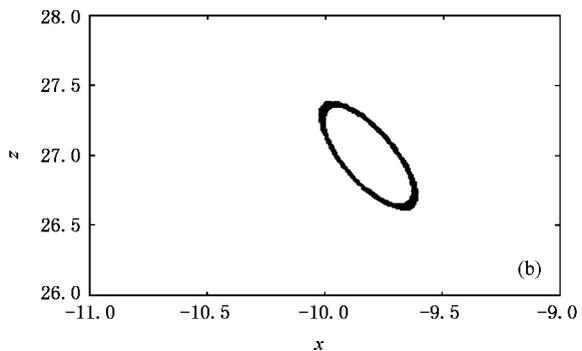
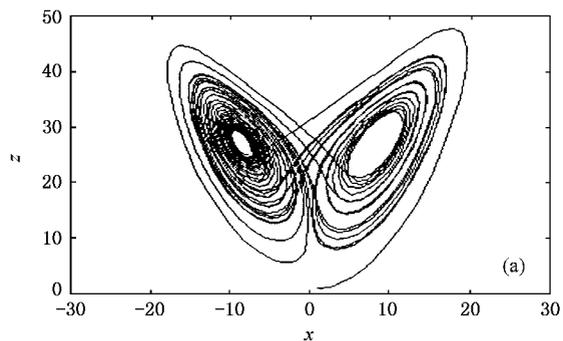


图6 Lorenz 系统的控制仿真图($P = 0.9, \omega_n = 1, \zeta = 0.001, \tau = 65$)

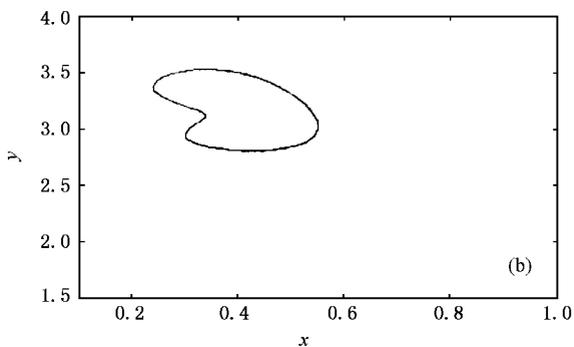
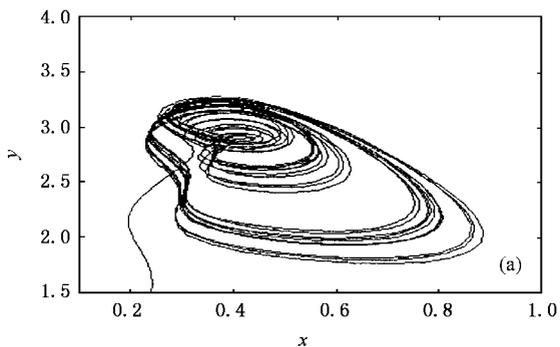


图5 强迫布鲁塞尔振子控制的仿真图($P = 0.12, \omega_n = 1, \zeta = 0.01, \tau = 85$)

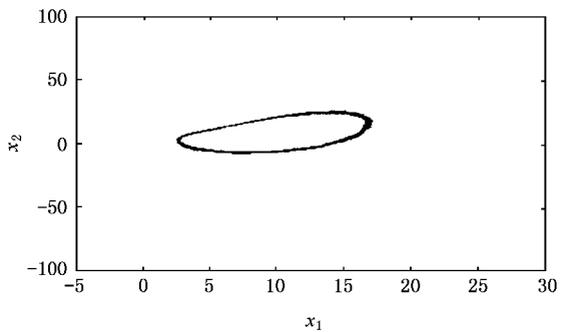
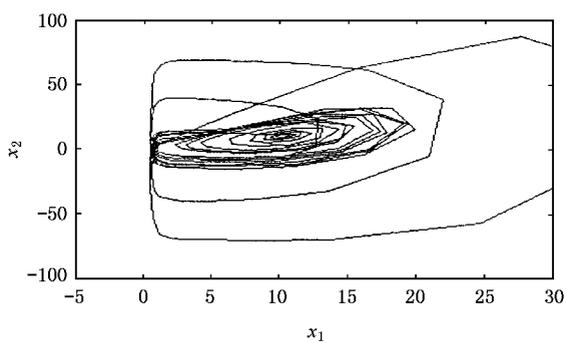


图7 复数洛伦兹-哈肯超混沌系统的控制仿真图($P = 1, \omega_n = 1, \zeta = 0.01, \tau = 38$)

5) 复数洛伦兹-哈肯超混沌系统

$$\dot{x}_1 = -kx_1 + kx_2,$$

仿真图如图 6 所示.

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= r_1 x_1 - x_2 - ex_3 + kx_3^2/x_1 - x_1 x_4, \\ \dot{x}_3 &= r_2 x_1 + ex_2 - x_3 - kx_2 x_3/x_1, \\ \dot{x}_4 &= -bx_4 + x_1 x_2,\end{aligned}\quad (8)$$

其中 $k=6.0$, $r_1=91.0$, $r_2=-1.5$, $b=1.2$, $e=2.5$ 时系统出现混沌. 输出为 x_1 , $-h(t)$ 加在系统(8)的第三式右端, 控制仿真图如图 7 所示.

3 控制机理分析

Melnikov 方法和 Shilnikov 方法是研究混沌现象惟有的两种解析方法. 相对而言, Melnikov 方法显得更为方便而实用^[2]. 物理学和力学中许多问题, 可以归结为讨论带有弱周期扰动项的具有同宿轨道或异宿圈的二阶常微分方程, 如本文的软弹簧 Duffing 振子和 Duffing-Holmes 振子, 对于这类典型的具有扰动作用的平面 Hamilton 系统, 利用一定技巧, 可以建立二维庞加莱映射. Melnikov 方法就是用来判定这类系统的二维庞加莱映射具有斯梅尔马蹄变换意义下的混沌的解析方法. 可以采用 Melnikov 方法, 计算出扰动的平面 Hamilton 混沌动力系统轨道的 Melnikov 函数的阈值条件, 从理论上指导选择合适的反馈控制器参数来控制混沌.

下面给出基于 Melnikov 方法的控制系统的解析设计方法:

Step1 确定 ω_n .

Step2 没有凹槽滤波时, 即反馈增益 $P=0$, 被控系统可简化为原混沌动力系统, 计算系统同宿轨道的 Melnikov 函数 $M_n(t_0)$, 判定原混沌动力系统的庞加莱映射具有斯梅尔马蹄变换意义下的混沌的参数条件.

Step3 存在凹槽滤波反馈控制时, 即反馈增益 $P \neq 0$. 计算被控系统的同宿轨道的 Melnikov 函数 $M_c(t_0)$ 给定 ω_n , 解析出 $M_c(t_0) \neq 0$ 的参数 P 和 ζ 的条件, 即被控系统的庞加莱映射具有斯梅尔马蹄变换意义下的混沌消失, 系统的混沌运动将破坏, 导致周期解.

Step4 计算同宿轨道内部周期轨道的 Melnikov 函数 $M_c^m(t_0, P)$. 给定 ω_n , 计算出 $M_c^m(t_0, P) = 0$ 时的参数 P 和 ζ 的条件, 即周期解存在的条件.

我们以软弹簧 Duffing 振子为例, 已完整给出一类扰动的平面 Hamilton 混沌动力系统的基于 Melnikov 方法的控制系统的解析设计过程, 并采用非线性

振动的平均法分析了其稳定性, 已另文给出. 对于 Lorenz 系统, 按照广义 Hamilton 系统的理论, 三维系统(7)在一定条件下可在辛叶(一超平面)上约化为广义的二维的 Hamilton 系统, 上述的基于 Melnikov 方法的控制系统的解析设计方法仍然适用, 数学证明将另文给出.

4 结论与讨论

本文通过对几个典型的混沌动力系统增加一个线性的反馈控制器——凹槽滤波器, 成功地引导系统从混沌运动转化为期望的低周期或拟周期运动; Ott 已指出, 引导系统从混沌运动转化为低周期运动才是比较现实的, 这也是我们所期望的. 我们对利用凹槽滤波器引导混沌系统到周期解的控制机理作了比较严格的理论分析, 并推广到一大类典型的混沌系统, 说明了该方法的普适性. 值得一提的是, 凹槽滤波器的输出只有加在某一关键的式子才能取得最佳的效果. 进一步的大量的控制仿真结果表明:

1. 在凹槽滤波器的控制下, 系统很快从混沌运动转化为期望的低周期或拟周期运动. 与以往的其他混沌控制方法相比, 本文的方法要快得多.

2. 对于一类典型的具有扰动作用的平面 Hamiltonian 系统, P 合适时, ω_n 将决定被控系统的输出周期, 但对于耗散系统, ω_n 对被控系统输出拟周期运动影响不大.

3. 随着 P 的增大, 系统的混沌运动逐渐消失, 转化为低周期或拟周期运动; 而且, 大量的仿真表明, 混沌动力系统在随着 P 的变化而出现从低周期到混沌的倍周期道路, 极其复杂. 但 P 也不宜过大, P 过大将使系统轨道收缩到不动点, 且不现实. 小量 P 即可获得非常好的效果.

4. 合适的阻尼系数 ζ 将是被控系统输出稳定的低周期或拟周期运动的关键.

5. 本文的控制方法简单而实用, 且控制代价小, 因为, 从硬件或软件角度看, 二阶的线性凹槽滤波器在物理上是易于实现的.

6. 本文的控制方法具有广泛的适用性. 利用凹槽滤波器来控制其他的混沌动力系统, 如具有振动支持的摆, 慢变单摆, 大气动力学方程谱模态系统, 仍然能够很好地引导系统从混沌运动转化为期望的低周期或拟周期运动. 另外, 本文的控制方法还可推广用于控制超混沌系统. 以往的控制方法是没有

如此广泛的适用性.

- [1] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990), 1996.
- [2] L. Yang, Z. R. Liu, *Applied Mathematics and Mechanics*, **19**(1998), 1 (in Chinese) [杨凌、刘曾荣, *应用数学和力学*, **19**(1998), 1].
- [3] Y. Braiman, I. Goldhirsch, *Phys. Rev. Lett.*, **66**(1991), 2545.
- [4] K. Pyragas, *Phys. Lett.*, **A170**(1992), 421.
- [5] X. S. Luo *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **49**(2000), 1423 (in Chinese) [罗晓曙, *物理学报*, **49**(2000), 1423].
- [6] B. A. Huberman, E. Lumer, *IEEE Trans. CAS*, **37**(1990), 547.
- [7] S. Sinha *et al.*, *Physica*, **D43**(1990), 118.
- [8] K. Judd *et al.*, *Control and Chaos* (Birkhäuser, Boston, 1997), p. 142.
- [9] Z. R. Liu, *Perturbation Criteria for Chaos* (Shanghai Sci. and Tech. Edu. Publishing House, Shanghai, 1994), p. 36 (in Chinese) [刘曾荣, *混沌的微扰判据* (上海科技出版社, 上海, 1994), p. 36].
- [10] B. L. Hao, *Elementary Symbolic Dynamics and Chaos* (World Scientific, Singapore, 1989), p. 253.
- [11] X. S. Luo *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **48**(1999), 589 (in Chinese) [罗晓曙, *物理学报*, **48**(1999), 589].
- [12] J. B. Li *et al.*, *Theory and Application in Generalized Hamiltonian System*, (Science Press, Beijing, 1994), p. 213 (in Chinese) [李继彬等, *广义哈密顿系统理论及其应用* (科学出版社, 北京, 1994), p. 213].

DIRECT CHAOS TOWARDS LOW-PERIOD MOTION BASED ON NOTCH FILTER FEEDBACK CONTROL *

CAI CHAO-HONG XU ZHEN-YUAN XU WEN-BO

(School of Information & Control Engineering, Wuxi University of Light Industry, Wuxi 214036, China)

(Received 13 October 2000 ; revised manuscript received 12 February 2001)

ABSTRACT

A method is presented here to direct the chaotic motion towards desired low-period motion by using notch filter output feedback control in lots of chaotic systems. The mathematic and physical mechanism of this method is also discussed based on Melnikov Method which is perturbation criteria for chaos. The control results of some typical chaotic systems are given, which has been shown that the method of controlling chaos can be easily and practically realized in physical systems. The method, furthermore, can be applied to achieve control for hyper-chaotic systems.

Keywords : chaos control, notch filter, Melnikov's method

PACC : 0545