

# 8mm 波段三次谐波复合腔回旋管的非线性分析\*

喻 胜<sup>1)2)</sup> 李宏福<sup>2)</sup> 谢仲怜<sup>2)</sup> 罗 勇<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 襄樊学院物理系, 襄樊 441002)

<sup>2)</sup> 成都电子科技大学高能电子研究所, 成都 610054)

(2001 年 3 月 17 日收到, 2001 年 4 月 25 日收到修改稿)

利用含电流的传输线方程, 在考虑了诸多实际因素影响的情况下, 对三次谐波渐变复合腔回旋管进行了自洽非线性模拟, 计算了  $H_{511}$ - $H_{521}$  模式下三次谐波多模注波相互作用, 分析了电子注的厚度、速度零散、速度比  $\alpha$  值及磁场波动对多模注波相互作用的影响。

关键词: 回旋管, 复合腔, 多模注波相互作用, 速度零散, 速度比  $\alpha$

PACC: 7210, 4170, 1120

## 1 引 言

目前对大功率毫米波、亚毫米波器件, 特别是能在低磁场、低电压下产生大功率的回旋器件的研究在国际上颇受重视。高次谐波复合腔回旋管的研究也正是为了实现低磁场这一目的。自 80 年代以来, 人们对三次谐波复合腔回旋管进行了大量的研究<sup>[1-7]</sup>, 但考虑的实际因素很少, 文献 3 报道了渐变复合腔三次谐波回旋管在考虑主模相互作用下的理论模拟结果。我们对渐变复合腔三次谐波回旋管多模注波相互作用进行了分析和研究<sup>[5]</sup>。在文献 5 的基础上, 本文利用含电流的传输线方程, 在分别考虑了电子注的厚度、速度零散、不同  $\alpha$  值及磁场波动情况下, 对三次谐波渐变复合腔回旋管进行了自洽非线性模拟, 分析了这些因素对注波相互作用的影响。更精确地模拟了渐变复合腔回旋管的注波相互作用, 为 8mm 波段三次谐波复合腔回旋管的研制提供了可靠的理论参数和依据。

## 2 基本物理模型及方程

本文所研究的渐变结构复合腔如图 1 所示, 第 I 与第 II 小腔之间通过腔半径渐变来连接以构成复合谐振腔。这种腔有利于克服模式竞争与提高相互作用效率, 合适地设计腔体结构尺寸, 当  $m \neq 0$  时, 可

使腔在工作频带内有单一的  $H_{mn1} - H_{mn'1}$  谐振工作模式对。在第 I 腔中, 电子注与  $H_{mn1}$  的驻波场作用, 使电子注产生预群聚, 并在第 II 腔中优先激励起  $H_{mn'1}$  模并与之相互作用, 产生高频振荡。

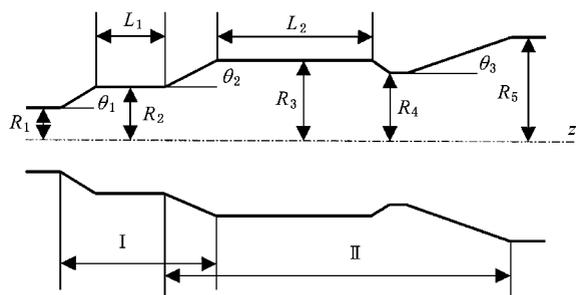


图 1 渐变结构复合腔

### 2.1 注-波相互作用方程

由含电流的传输线方程<sup>[4]</sup>可得到渐变复合腔中关于  $V_{mn}^{(i)}(z)$  的二阶微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V_{mn}^{(i)}}{dz^2} = & (\gamma_{mn}^{(i)})^2 V_{mn}^{(i)} + Z_{mn}^{(i)} \gamma_{mn}^{(i)} \iint_s \mathbf{J}(r) \cdot \mathbf{e}_{mn}^{(i)*} ds \\ & + \frac{d \ln Z_{mn}^{(i)} \gamma_{mn}^{(i)}}{dz} \left\{ \frac{d V_{mn}^{(i)}}{dz} \right. \\ & \left. - \frac{1}{a} \frac{da}{dz} \sum_{i'} \sum_{mn'} V_{mn'}^{(i')} C_{(mn) (mn')}^{(i) (i')} \right\} \\ & + Z_{mn}^{(i)} \gamma_{mn}^{(i)} \frac{1}{a} \frac{da}{dz} \sum_{i'} \sum_{mn'} \frac{C_{(mn') (mn)}^{(i') (i)}}{Z_{mn'}^{(i')} \gamma_{mn'}^{(i')}} \left\{ - \frac{d V_{mn'}^{(i')}}{dz} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{a} \frac{da}{dz} \sum_{\nu'} \sum_{mn'} V_{mn'}^{(\nu')} C_{(mn' \lambda mn')}^{(i \lambda \nu')} \} \\
& + \frac{1}{a} \frac{da}{dz} \sum_{\nu'} \sum_{mn'} \frac{dV_{mn'}^{(\nu')}}{dz} C_{(mn' \lambda mn')}^{(i \lambda \nu')} \\
& + \left[ \frac{1}{a} \frac{d_2 a}{dz^2} - \left( \frac{1}{a} \frac{da}{dz} \right)^2 \right] \sum_{\nu'} \sum_{mn'} V_{mn'}^{(\nu')} C_{(mn' \lambda mn')}^{(i \lambda \nu')} ,
\end{aligned} \tag{1}$$

式中  $\alpha$  为波导半径,  $Z_{mn}^{(i)}$  为相应波型的波阻抗, 对电波  $Z_{mn}^{(1)} = \frac{\gamma_{mn}^{(1)}}{j\omega\epsilon}$ , 对磁波  $Z_{mn}^{(2)} = j\omega\mu/\gamma_{mn}^{(2)}$ ,  $\gamma_{mn}^{(i)}$  为  $mn$  模式的电流 ( $i = 1$ ) 或磁波 ( $i = 2$ ) 沿  $z$  向的传播常数,  $(\gamma_{mn}^{(i)})^2 = (k_{cnn}^{(i)})^2 - k^2$ .  $J_r, J_z$  分别为横向与纵向电子流密度,  $C_{(mn' \lambda mn')}^{(i \lambda \nu')}$  表示  $mn'$  模与  $mn$  模的耦合系数<sup>[6]</sup>.

由文献 [7] 可得到电子运动方程

$$\begin{aligned}
\frac{du_{\perp}}{dz} &= - \frac{\eta_0 \gamma}{u_z} [ E_r \cos(\phi - \varphi) + E_{\varphi} \sin(\phi - \varphi) ] \\
&+ \eta_0 [ B_{\varphi} \cos(\phi - \varphi) - B_r \sin(\phi - \varphi) ], \\
\frac{d\phi}{dz} &= \frac{\eta_0 \gamma}{u_{\perp} u_z} [ E_r \sin(\phi - \varphi) - E_{\varphi} \cos(\phi - \varphi) ] \\
&+ \frac{\eta_0}{u_z} B_z - \frac{\eta_0}{u_{\perp}} [ B_r \cos(\phi - \varphi) \\
&+ B_{\varphi} \sin(\phi - \varphi) ], \\
\frac{du_z}{dz} &= \frac{\eta_0 u_{\perp}}{u_z} [ B_r \sin(\phi - \varphi) - B_{\varphi} \cos(\phi - \varphi) ] \\
&- \frac{\eta_0 \gamma}{u_z} E_z ,
\end{aligned} \tag{2}$$

式中  $u_{\perp} = v_{\perp} \gamma, u_z = v_z \gamma, v_{\perp}, v_z$  为电子横向速度与纵向速度,  $\phi$  为电子运动动量空间角,  $\gamma$  为相对论因子,  $\eta_0$  为电子静态荷质比的绝对值. 方程 (1) 与 (2) 联立 构成注-波相互作用自治方程组, 它适用于第 I 与第 II 小腔, 也适用于单腔中的注-波相互作用. 同时该方程组既适合于单模也适合于多模与电子流的自治相互作用.

### 2.2 电子注模型

本文要分析包括电子注的厚度、速度零散、速度比  $\alpha$  值三个因素对注-波相互作用的影响.

#### 1. 电子注的厚度

我们研究的回旋管采用的电子注是小回旋环形电子注, 对于环形电子注, 为了分析简便起见, 通常将之处理为所有电子的初始回旋中心均在半径为  $R_0$  的圆周上, 如图 2(a) 所示, 而实际的电子注的电

子初始回旋中心是分布在一定厚度的环形面内, 如图 2(b) 所示, 本文考虑了回旋中心的这种分布, 并假设在环形面积上电流密度均匀分布, 并将其分成若干层进行模拟. 图中  $R_0$  为平均回旋中心半径,  $\Delta R$  为电子注回旋中心分布的厚度.

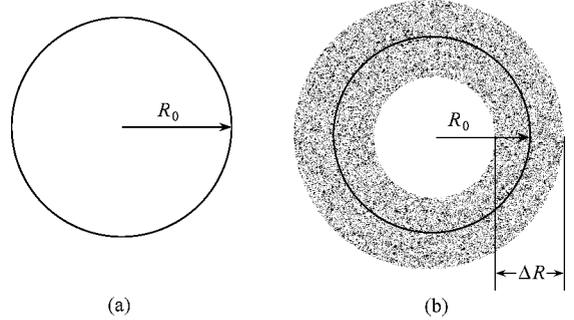


图 2 电子注在截面上的初始分布

#### 2. 电子注的速度零散

假设电子在速度空间呈正态分布, 且  $\alpha$  值均相同,

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(v-v_0)^2}{2\sigma^2}} , \tag{3}$$

$f(v)$  为速度为  $v$  的电子概率分布函数,  $v_0$  为中心速度,  $\sigma^2$  为方差. 对于该分布,  $\sigma$  反映了电子注的速度零散的程度.

#### 3. 电子注的 $\alpha$ 值——初始横向与纵向速度比

$$\alpha = v_{\perp} / v_z .$$

由于实际电子注的  $\alpha$  值取决于电子枪的设计, 因此电子注  $\alpha$  值不同对注-波相互作用的影响很值得研究.

### 2.3 磁场波动

以往在对注-波相互作用进行模拟分析的时候, 一般假定在相互作用段的直流磁场为均匀磁场. 但实际

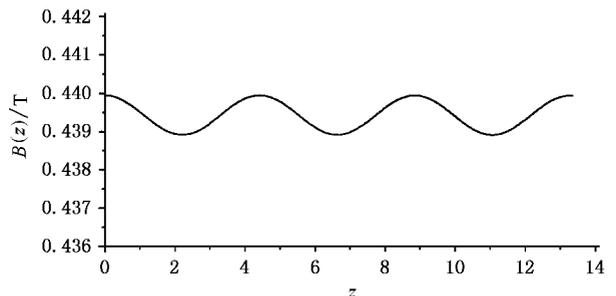


图 3 沿  $z$  轴呈正余弦分布的磁场

上能够提供的直流磁场不可能是绝对均匀的,有一定的起伏,且起伏的形状不同,由于三次谐波注-波相互作用对磁场非常敏感,因此磁场的起伏对相互作用效率的影响非常大.对线性及抛物线两种磁场分布情况已有了一定的分析<sup>[8]</sup>,本文根据目前我们实际磁场起伏波动的情况,提出了轴上磁场呈正余弦分布的轴对称渐变磁场模型(如图 3),在腔中的直流磁场分布近似满足下列方程

$$\begin{aligned}
 B(z) &= B_0 + \Delta B \cdot \cos\left(\frac{2\pi z}{L}\right), \\
 B_z(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} \cdot B^{(2n)}(z) \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n}, \\
 B_R(r, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!) \cdot (n+1)!} \\
 &\quad \cdot B^{(2n+1)}(z) \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

式中  $\Delta B$  为磁场波动的幅度,  $B(z)$  为轴上的磁场分布,  $B_z(r, z)$ ,  $B_R(r, z)$  分别为空间任一点磁场的径向、轴向分量,  $B^{(2n)}(z)$ ,  $B^{(2n+1)}(z)$  分别为  $B(z)$  的  $2n$  阶、 $2n+1$  阶导数.

### 3 注-波相互作用的非线性数值模拟及分析

在上述的模型及方程的基础上,我们编制了多模高次谐波渐变结构复合腔回旋管的注-波相互作用数值模拟软件,并利用该软件分别在考虑了  $\alpha$  值变化、电子注的厚度、电子注的速度零散及磁场波动的情况下,对 8mm 波段三次谐波渐变结构复合腔回旋管的注-波相互作用进行了大量的自洽非线性数值计算.由电子回旋脉塞谐振条件,对回旋振荡管,相互作用区直流纵向磁场  $B_0$  与频率有关系

$$B_0 = \frac{\gamma\omega_0}{\eta_0 s} k_B, \quad (5)$$

$k_B$  为略小于 1 的磁场系数,  $s$  为电子回旋谐波次数,  $\omega_0$  为冷腔体  $H_{511}-H_{521}$  模式对的谐振角频率.

对我们研究的复合腔回旋管, I 腔与 II 腔均匀段长度分别为  $2\lambda$  与  $6\lambda$ , 渐变段角度为  $55^\circ$ , 工作模式对为  $H_{511}-H_{521}$ , 冷腔体谐振频率  $f_0 = 35\text{GHz}$ , 注波最佳相互作用半径  $R_0$  满足:  $R_0 = R_2\mu_{2i}/\mu_{51} \approx R_3\mu_{2i}/\mu_{52}$ . 电子注电压为 45kV, 电流为 10A, 磁场系数  $k_B$  为 0.97.

首先,我们在不考虑磁场波动及电子的速度零散、厚度、 $\alpha$  值为 2.0 的理想情况下,对该复合腔回

旋管注-波相互作用在不同的磁场及电流的情况进行了大量的模拟计算,图 4 给出了注-波相互作用效率在不同磁场 ( $k_B$ ) 下随工作电流  $I$  的变化,在合适的磁场及电流下,最高相互作用效率可达到 30%.

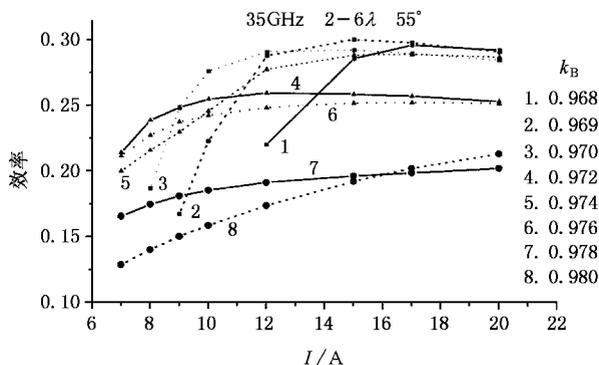


图 4 各磁场条件下相互作用效率随工作电流  $I$  的变化

现在我们研究在分别考虑了磁场波动及电子的速度零散、厚度、不同  $\alpha$  值的情况.图 5 给出了注-波相互作用效率随电子速度零散  $\sigma$  的变化情况,可以

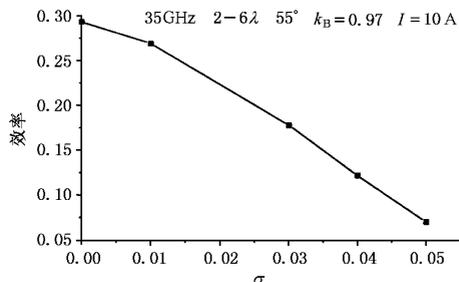


图 5 相互作用效率随电子速度零散  $\sigma$  的变化

看出电子速度零散对相互作用效率的影响非常大,当  $\sigma = 0.035$  时,相互作用效率约降了一半,可见注-波相互作用效率对电子注的速度零散非常敏感,速度零散增大,注-波相互作用急剧减弱.图 6 给出了注-波互作

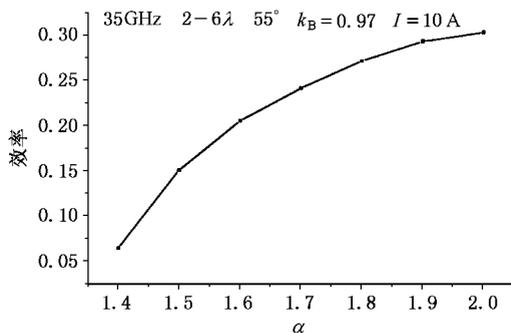


图 6 相互作用效率随  $\alpha$  值的变化

用效率随电子注  $\alpha$  值的变化情况,可以看出,在我们研究的情况下, $\alpha$  值越大,注-波相互作用效率越高, $\alpha$  值太小(如  $\alpha = 1.4$ ),相互作用效率就很低(小于 7%) $\alpha$  值为电子注初始横向与纵向速度比,值越大,电子注的横向能量越大,因电子回旋脉塞是利用电子的角向群聚进行横向能量交换,故  $\alpha$  越大,横向能量越大,效率亦越高.图 7 给出了注-波相互作用效率随电子注厚度  $\Delta R$  的变化,随着电子注厚度  $\Delta R$  的增大,相互作用效率有微弱的降低,当  $\Delta R \approx R_0/2$  时,效率仅降了不到 2%.图 8 给出了注-波相互作用效率随磁场波动相对幅值  $\Delta B/B_0$  的变化,由图中可以看出极弱的磁场波动就使相互作用效率急速下降,仅 0.2% 的相对波动,相互作用效率就降了一半,这说明三次谐波回旋管注-波相互作用对磁场波动非常敏感.

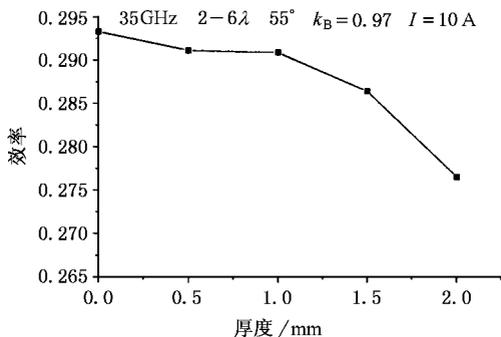


图 7 相互作用效率随电子注厚度的变化

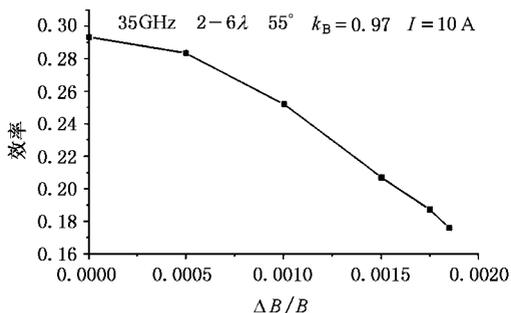


图 8 相互作用效率随磁场波动相对幅值的变化

### 4 结 论

本文在分别考虑了电子注的厚度、速度零散、 $\alpha$  值及磁场波动等实际因素的影响下,研究了三次谐波复合腔回旋管的注-波相互作用.编制了多模高次谐波渐变结构复合腔回旋管的注-波相互作用数值模拟软件,并对 8mm 波段三次谐波渐变复合腔回旋管的注-波相互作用在  $H_{511}-H_{521}$  模式对下,进行了大量的模拟计算,在较理想条件下,注-波相互作用效率可达到 30%,在考虑一些实际因素后,结果发现,相互作用效率对电子速度零散及磁场波动非常敏感,当  $\sigma = 0.035$  或  $\Delta B/B_0 = 0.2\%$  时,相互作用效率就约降了一半, $\alpha$  值对相互作用效率亦有较大的影响,电子注的厚度对相互作用效率的影响较小,可见电子注质量的好坏对三次谐波渐变复合腔回旋管的性能是至关重要的.

[ 1 ] S. A. Malygin, *Radiotekhnika I Elektronika*, **31**( 1986 ), 334.  
 [ 2 ] Hong-fu Li et al., in 21st Int. Conf. IR/MM Waves, 1996.  
 [ 3 ] Yong Huang, Hong-fu Li, Pin-zhong Du, Sheng-gang Liu, *IEEE Trans. on Plasma Science*, **25**( 1997 ), 1406.  
 [ 4 ] Hong-fu Li et al., *Acta Physica Sinica*, **49**( 2 )( 2000 ), 312 [ in Chinese ] 李宏福等 *物理学报*, **49**( 2 )( 2000 ), 312 ].  
 [ 5 ] Sheng Yu et al., *Acta Physica Sinica*, **49**( 12 )( 2000 ), 2455 [ in

Chinese ] 喻胜等 *物理学报*, **49**( 12 )( 2000 ), 2455 ].  
 [ 6 ] Hong-fu Li et al., *Int. J. Electronics*, **65**( 1991 ), 827.  
 [ 7 ] Hong-fu Li, Lin Meng, *Acta Electronica Sinica*, **19**( 2 )( 1991 ), 8 ( in Chinese ] 李宏福、蒙林, *电子学报*, **19**( 2 )( 1991 ), 8 ].  
 [ 8 ] Hong-fu Li et al., *Acta Electronica Sinica*, **12**( 2 )( 1984 ), 76 [ in Chinese ] 李宏福等, *电子学报*, **12**( 2 )( 1984 ), 76 ].

# A NONLINEAR ANALYSIS ON 8mm BAND THIRD-HARMONIC COMPLEX CAVITY GYROTRON WITH GRADUAL TRANSITION

YU SHENG<sup>1)2)</sup> LI HONG-FU<sup>2)</sup> XIE ZHONG-LIAN<sup>2)</sup> LUO YONG<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Department of Physics, Xiangfan University, Xiangfan 441053, China )

<sup>2)</sup>Research Institute of High Energy Electronics, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu 610054, China )

( Received 17 March 2001 ; revised manuscript received 25 April 2001 )

## ABSTRACT

Starting from general transmission line equation with an electron beam, a self-consistent nonlinear simulation on third-harmonic complex cavity gyrotron with gradual transition is presented, in which some practical factors are taken into account. The interaction between the electron beam and  $H_{511}$ - $H_{521}$  RF field for third-harmonic gyrotron is simulated. The influences of the thickness and the velocity spread and the velocity ratio of the electron beam and the fluctuation of the magnetic field on the multi-modes interaction with an electron beam are analyzed.

**Keywords** : gyrotron, complex cavity with gradual transition, multiple mode interaction with an electron beam, velocity spread, velocity ratio

**PACC** : 7210, 4170, 1120