

连续混沌系统的非线性自适应预测跟踪控制^{*}

张家树^{1 2)} 肖先赐¹⁾

¹⁾ 电子科技大学电子工程系, 成都 610054)

²⁾ 西南交通大学计算机与通信工程学院, 成都 610031)

(2000 年 10 月 6 日收到, 2001 年 5 月 26 日收到修改稿)

基于混沌时间序列的非线性自适应预测原理, 用一种 sigmoid-Volterra 自适应预测滤波器研究了连续混沌系统的非线性自适应预测跟踪控制. 通过对 Lorenz, Rössler 等典型混沌系统的控制, 仿真证实了这种 sigmoid-Volterra 自适应预测控制器的有效性. 这种方法的优点在于它既不需要知道精确的混沌系统模型, 也不需要进行系统模型辨识.

关键词: 混沌, sigmoid-Volterra 自适应预测滤波器, 非线性自适应预测跟踪

PACC: 0545

1 引 言

近年来, 基于观察时间序列的混沌控制理论和实验验证研究逐渐成熟起来, 这些方法的共同特点是对被控混沌系统的先验知识要求较少^[1-8]. 这些方法包括: 一是基于时间序列辨识模型和 Lyapunov 方法来设计非线性反馈控制器的方法, 如 Poznyak 等人^[1]用动态神经网络、Chen 等人^[2]用二阶 Volterra 级数辨识模型实现了未知连续混沌系统的有效控制, 但它要求较大的存储空间存储观察时间序列, 以用于离线方式进行时间序列模型辨识; 二是用观察数据来脉动地改变混沌系统的状态变量的脉冲控制法^[3-6], 该方法通过对混沌系统输出的连续观察来构造控制输入信号^[9], 需要在一个很短的时间内改变状态变量, 然而并不是所有混沌系统都能通过直接改变系统状态变量就能实现混沌现象的控制^[7]; 三是罗晓曙等人^[8]采用的有限脉冲响应滤波器控制混沌方法, 但这种方法的控制参数选择较困难.

最近, 张家树等人^[9]结合基于观察时间序列的混沌控制法和参数自适应控制法的各自优点, 提出了一种基于时间序列的混沌系统非线性自适应反馈控制法, 取得较好的控制效果. 本文将根据混沌时间序列的非线性自适应预测原理^[10-12], 利用一种 sigmoid-Volterra 自适应预测控制器, 只用观察时间序列实现了对 Lorenz, Rössler 等混沌系统的非线性自适应预测跟踪控制.

2 连续混沌系统的非线性自适应预测跟踪控制原理

考虑如下一个连续混沌动力学系统 S :

$$\dot{X}(t) = F(X, t), \quad (1)$$

式中 $X(t)$ 为系统变量的一个 d 维状态矢量. 假定要使混沌系统跟踪控制的目标为 $d \times 1$ 矢量,

$$X^*(t) = T(t), \quad (2)$$

它可以是一个周期轨迹, 也可以是不动点或其他目标.

现在进一步假设在 $t = t_n$ 时刻, 混沌系统在外加控制信号的作用下已经跟踪控制到所给定的目标轨迹, 即 $X(t_n) = X^*(t_n)$. 从方程 (1) 可知, 在 $t = t_n + \Delta t$ 时刻, 系统的状态为

$$X(t + \Delta t) = X^*(t) + F(X^*, t)\Delta t, \quad (3)$$

跟踪目标的状态为

$$X^*(t + \Delta t) = X^*(t) + \dot{T}(t)\Delta t. \quad (4)$$

由此可见, 被控系统在 $t = t_n + \Delta t$ 时刻的状态 $X(t + \Delta t)$ 并不在由方程 (2) 所给定的目标轨迹上.

由于微分方程解的连续性, 被控系统与跟踪目标之间存在下列关系:

$$\text{当 } \Delta t \rightarrow 0 \Rightarrow |X(t + \Delta t) - X^*(t + \Delta t)| \rightarrow 0. \quad (5)$$

设在 $t = t_n$ 时刻加入 $d \times 1$ 控制信号矢量 $U(t)$, 即

$$\dot{X}(t) = F(X, t) + U(t), \quad (6)$$

^{*} 国防预研基金(批准号 98JS05.4.1. DZ0205)资助的课题.

强迫混沌系统在 $t = t_n + \Delta t$ 时刻跟踪到给定目标,

$$X(t + \Delta t) = X^*(t + \Delta t). \quad (7)$$

由方程(3)~(6)可知,在 $t = t_n$ 时刻加入 $d \times 1$ 控制信号矢量 $U(t)$ 应为

$$\begin{aligned} U(t_n) &= -F(X^*, t_n) + \dot{T}(t_n) \\ &= G(X^*, t_n) = G(X, t_n). \end{aligned} \quad (8)$$

总而言之, $G(\cdot)$ 为具有时变特征的非线性函数.

我们在此的控制策略不是根据已知的混沌系统和跟踪目标函数来实施的控制,而是根据观察到的每个系统状态的时间序列来实施对应的跟踪控制.因此,对于混沌系统中的第 i 个状态而言,应根据观察到的时间序列 $\{x_i(1), \dots, x_i(n-m), x_i(n-m+1), \dots, x_i(n)\}$ 来估计对应的控制信号 $u_i(t_n)$,使其在 $t = t_n + \Delta t$ 时刻使(7)式成立.

3 基于 sigmoid-Volterra 自适应预测器的实时跟踪控制算法

对于(8)式这种非线性函数有很多种非线性表达方式,考虑到我们的控制策略是要实时跟踪控制,相应的计算复杂性应较低,满足此要求的其中一个预测模型就是我们最近提出的一种 sigmoid-Volterra 自适应预测控制器^[12],其对应的标量形式为

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= a_0 + \sum_{i=0}^m a_i(t)x(t-i) + (b_0 \\ &+ \sum_{i=0}^m b_i(t)x(t-i)) \times \text{sign}(c_0 \\ &+ \sum_{i=0}^m c_i(t)x(t-i)) + \epsilon(t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{sign}(c_0 + \sum_{i=0}^m c_i(t)x(t-i))$$

$$= \frac{1 - \exp\left[c_0 + \sum_{i=0}^m c_i(t)x(t-i)\right]}{1 + \exp\left[c_0 + \sum_{i=0}^m c_i(t)x(t-i)\right]}, \quad (10)$$

式中 $\hat{y}(t) = x(t+T)$ 为非线性自适应系统的输出, $\epsilon(t)$ 为输出误差,相应的滤波系数总个数为 $M = 3m + 3$. 这种预测模型已经成功地用于多种连续混沌时间序列的非线性自适应预测^[12], 本文将用它来设计混沌系统的实时跟踪控制器.

由(6)和(8)式可知,控制量 $U(t)$ 是一个随时间变化的矢量. 我们的控制策略是根据观察到的每个系统状态的时间序列和外加的控制目标函数来预测控制量 $U(t)$, 实施对应的跟踪控制. 为了使其能够

稳定控制, 应将这种预测模型进行改造, 使之能够用于混沌系统的自适应跟踪控制, 具体跟踪控制算法如下:

$$\dot{X}(t) = F(X, t_n) + U(t_n),$$

对于 $i = 1-d$

$$\begin{aligned} x_i(t_n) &= [1, x_i(t_n), x_i(t_n - \Delta t), \\ &\dots, x_i(t_n - (m-1)\Delta t)]^T, \end{aligned}$$

$$e_i(t_n) = (x_i(t_n) - x_i^*(t_n))/M,$$

$x_i^*(t_n)$ 为系统的第 i 个分量在 t_n 时刻的外加控制目标.

$$X_i(t_n) = [x_i(t_n), x_i(t_n) \text{sign}(C_i^T x_i(t_n))]^T,$$

$$\sigma_{x_i}^2(t_n) = \rho \sigma_{x_i}^2(t_n - \Delta t) + (1 - \rho) \|X_i(t_n)\|^2,$$

$$AB_i(t_n + \Delta t) = AB_i(t_n) + \mu_1 \frac{e_i(t_n)}{\mu_1 + \sigma_{x_i}^2(t_n)} X_i,$$

$$\sigma_{x_i}^2(t_n) = \rho \sigma_{x_i}^2(t_n - \Delta t) + (1 - \rho) \|x_i(t_n)\|^2,$$

$$C_i(t_n + 1) = C_i(t_n) + \mu_2 \frac{e_i(t_n)}{\mu_2 + \sigma_{x_i}^2(t_n)}$$

$$\cdot [(1 - \text{sigm}^2(\cdot)) B_i^T x_i(t_n)] x_i(t_n),$$

$$u_i(t_n) = AB_i^T X_i,$$

其中

$$AB_i = [a_{i,0}, a_{i,1}, \dots, a_{i,m}, b_{i,0}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}]^T,$$

$$B_i = [b_{i,0}, b_{i,1}, \dots, b_{i,m}]^T,$$

$$C_i = [c_{i,0}, c_{i,1}, \dots, c_{i,m}]^T,$$

μ_1 和 μ_2 分别为控制学习收敛的步长参数, $\rho = 0.1$, M 为跟踪误差归一化系数, 使预测控制信号不致破坏混沌系统的有界性, d 为观察到的系统状态数.

4 计算机仿真结果

为了说明这种仅依赖观察时间序列的非线性自适应预测控制方法的有效性, 这里以广泛研究的 Lorenz 混沌系统和 Rössler 混沌系统为例, 按前面的自适应预测跟踪控制进行仿真实验研究. 在我们的仿真研究中, 系统状态的观察时间序列是采用四阶 Runge-Kutta 算法数值积分获得的, 在数值积分迭代次数 $n = 500$ 时, 加入 sigmoid-Volterra 自适应预测控制器来实施控制.

例 1 Lorenz 混沌系统非线性自适应预测跟踪控制的仿真结果.

$$\dot{x} = 10(y - x), \dot{y} = 48x - xz - y, \dot{z} = xy - 8z/3.$$

在仿真研究中, 积分步长为 0.01, 数值积分获得

的,初始点选为(50.1, 10.7, 63.0)控制算法对应的有关参数选为误差信号的归一化系数 $M = 30$, 自适应步长为 $\mu_1 = 0.5, \mu_2 = 0.05$. 下面给出两种典型控制目标的控制仿真结果.

到不稳定的周期轨迹上(图1),在数值积分迭代次数 $n = 5000$ 以后取消控制作用来观察是否能恢复原来的混沌动力学行为,这个周期轨迹选择为

$$\dot{x}^* = y^*, \dot{y}^* = \sin(x^*), z^*(t) = 20 + 5\sin t.$$

控制目标 1 将 Lorenz 混沌系统从混沌态控制

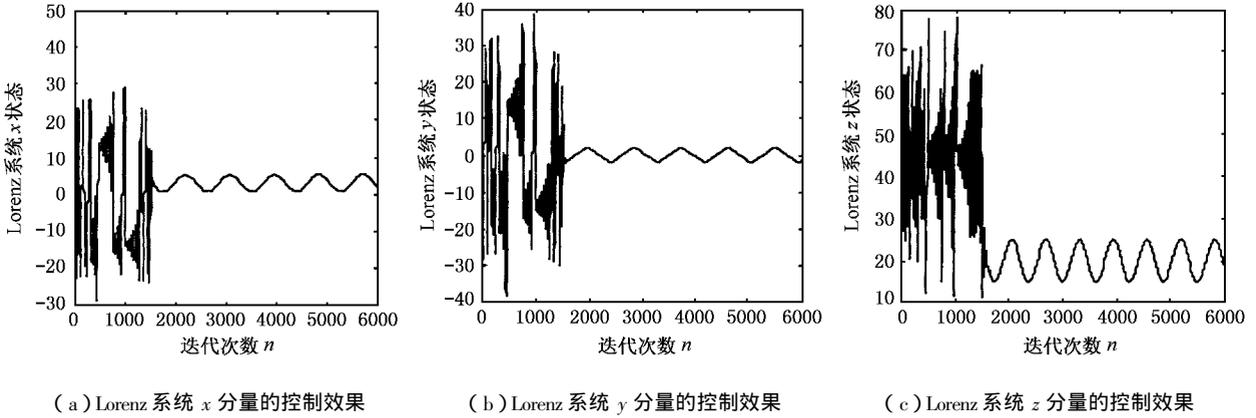


图 1 Lorenz 系统跟踪目标 1

控制目标 2 将 Lorenz 混沌系统从混沌态控制到外加的参考模型(不是 Lorenz 系统本身的不稳定周期轨迹)上,在线实时跟踪控制的仿真结果见

图 2. 所用的参考模型选择为

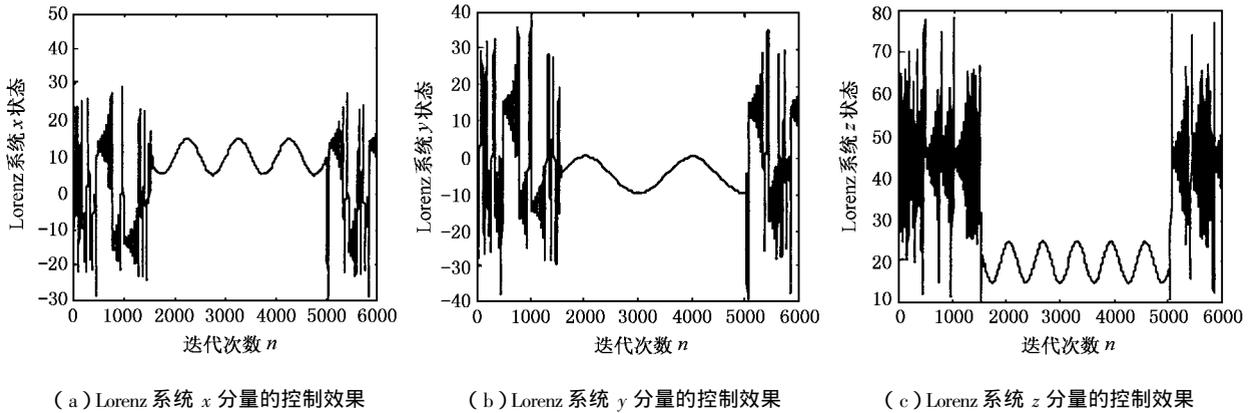
$$x^*(t) = 10 + 5\sin(0.2\pi t), y^*(t) = -5 + 5\sin(0.1\pi t), z^*(t) = 20 + 5\sin t.$$


图 2 Lorenz 系统跟踪目标 2

例 2 Rössler 混沌系统非线性自适应预测跟踪控制的仿真结果.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \dot{y} = x + 0.15y, \\ \dot{z} &= 0.20 + z(x - 10.0). \end{aligned}$$

在仿真研究中,积分步长为 0.1 数值积分获得的,初始点选为(50.1, 10.7, 63.0)控制算法对应的有关参数选为误差信号的归一化系数 $M = 20$, 自适应步长为 $\mu_1 = 0.4, \mu_2 = 0.15$. 下面给出两种典型控制目标的控制仿真结果.

到不稳定的平衡态(15, -5, 10). 图 3 给出实时跟踪控制的结果.

控制目标 2 将 Rössler 混沌系统从混沌态控制到外加的参考模型(不是 Rössler 系统本身的不稳定周期轨迹)上,在数值积分迭代次数 $n = 5000$ 以后取消控制作用来观察是否能恢复原来的混沌动力学行为,在线实时跟踪控制的仿真结果见图 4. 所用的参考模型选择为

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t) &= 5 + 3.5\sin(0.05\pi t), \dot{y}^*(t) = 5\cos(0.01\pi t), \\ \dot{z}^*(t) &= 15 + 5\sin(0.1t). \end{aligned}$$

控制目标 1 将 Rössler 混沌系统从混沌态控制

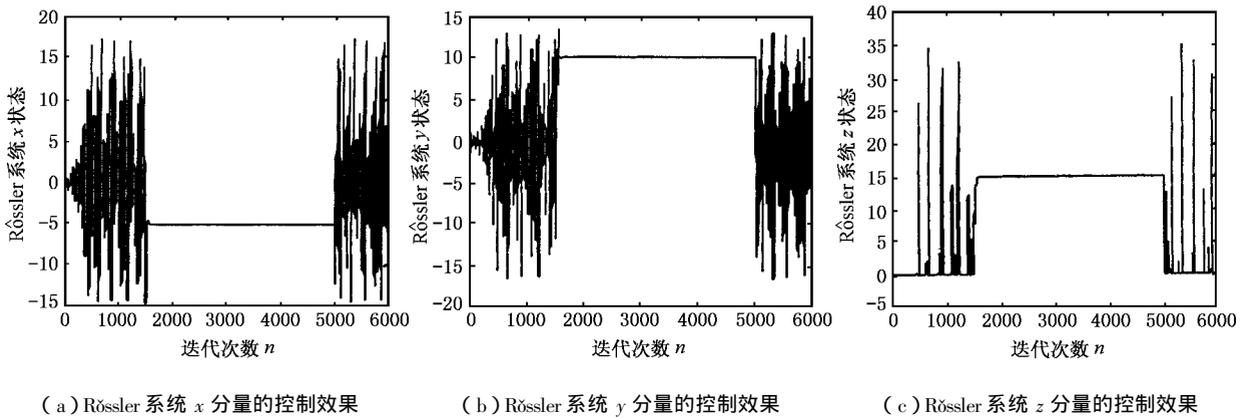


图 3 Rössler 系统跟踪目标 1

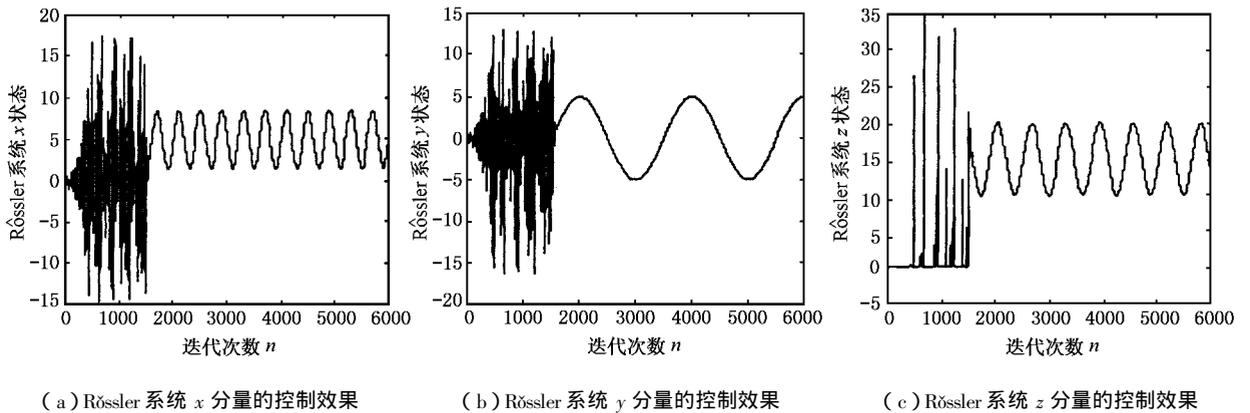


图 4 Rössler 系统跟踪目标 2

从上面列出的仿真实验结果可以看到,这种基于时间序列的非线性自适应预测控制方法能够很快跟踪到任意给定的控制目标,在撤消控制后,系统能够恢复原动力学.从前面的非线性自适应预测控制器设计和仿真实验过程中可以看出,这种非线性自适应预测控制方法对所控制的混沌系统本身的先验知识要求较少,控制器的设计只与观察时间序列有关,与系统的动力学模型无关,且能满足在线实时预测控制的应用要求,不需要存储大量的观察时间序列,对预测控制器的模型非线性逼近精度要求不高,控制算法的设计对被控混沌系统的先验知识要求较少,由于控制策略是不改变原系统的参数和结构,当撤消控制后,系统能够恢复原动力学.

5 结 论

本文讨论了仅用观察时间序列的连续混沌系统

非线性自适应预测控制方法,对 Lorenz 混沌系统和 Rössler 混沌系统的仿真实验结果证实了这种仅用观察时间序列的非线性自适应预测跟踪控制方法能够使混沌系统很快地跟踪到所要的任意给定控制目标.这种方法的优点在于(1)不要求知道原系统动力学的精确数学模型(2)非线性自适应预测控制器的设计是基于观察状态与控制信号进行设计和实时调整控制器的系数,使之跟踪误差逐渐趋近于零,因此,对控制器的非线性逼近能力要求不是很高;(3)当撤消控制后,系统能够很快恢复原动力学为;(4)这种方法为未知混沌系统和不确定性的混沌系统的跟踪控制提供了可能,限于篇幅,将在其他论文中对此进行讨论.

- [1] A. S. Poznyak , W. Yu , E. N. Sanchez , *IEEE Trans. CAS-I* , **46** (1999) , 1497 .
- [2] G. Chen , G. Chen , R. J. P. der Figueiredo , *IEEE Trans. CAS-I* , **46** (1999) , 640 .
- [3] R. E. Amritkar , N. Gupte , *Phys. Rev.* , **E47** (1993) , 3889 .
- [4] T. Yang , L. B. Yang , C. M. Yang , *Phys. Lett.* , **A226** (1997) , 349 .
- [5] T. Stojanovski , L. Kocarev , U. Paarlitz , *Phys. Rev.* , **E54** (1996) , 2128 .
- [6] G. V. Osipov , A. K. Kozlov , V. D. Shalfew , *Phys. Lett.* , **A247** (1998) , 119 .
- [7] T. Yang , L. B. Yang , C. M. Yang , *Phys. Lett.* , **A246** (1998) , 284 .
- [8] X.S.Luo , L.J.Kong , W. L. Qu , *Acta Phys. Sin.* , **47** (1998) , 1078 in Chinese [罗晓曙、孔令江、屈万里 , *物理学报* , **47** (1998) , 1078] .
- [9] J.S.Zhang , J. H. Wan , X. C. Xiao , *Chin. Phys.* , **10** (2001) , 97 .
- [10] J.S.Zhang , X.C.Xiao , *Acta Phys. Sin.* , **49** (2000) , 403 in Chinese [张家树、肖先赐 , *物理学报* , **49** (2000) , 403] .
- [11] J.S.Zhang , X.C.Xiao , *Acta Phys. Sin.* , **49** (2000) , 1221 in Chinese [张家树、肖先赐 , *物理学报* , **49** (2000) , 1221] .
- [12] J.S.Zhang , X.C.Xiao , *Acta Phys. Sin.* , **49** (2000) , 2333 in Chinese [张家树、肖先赐 , *物理学报* , **49** (2000) , 2333] .

NONLINEAR ADAPTIVE PREDICTIVE TARGETING CONTROL OF THE CONTINUOUS CHAOTIC SYSTEMS*

ZHANG JIA-SHU^{1,2)} XIAO XIAN-CI¹⁾

¹⁾ Department of Electronic Engineering , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China)

²⁾ College of Computer and Communication Engineering , Southwest Jiaotong University , Chengdu 610031 , China)

(Received 6 October 2000 ; revised manuscript received 26 May 2001)

ABSTRACT

The sigmoid-Volterra adaptive predictors are used to perform nonlinear adaptive predictive targeting control of chaos in continuous chaotic systems based on the nonlinear adaptive predictive principle of chaotic time series , where the nonlinear adaptive controller acts on only one-dimensional time series coming from the chaotic state of the controlled system. This adaptive predictive targeting controller can control the system to any desired state by means of adaptive cancellation. Computer simulation results on the Lorenz and Rössler systems are shown to demonstrate the effectiveness of this nonlinear adaptive predictive targeting control method. The advantages of this new method are that it does not need to know the accurate equations or to identify the system's model of the controlled chaotic systems.

Keywords : chaos , sigmoid-Volterra adaptive predictors , nonlinear adaptive predictive targeting control

PACC : 0545