

# 用系统变量比例脉冲方法控制超混沌 的电路实验研究\*

岳丽娟 陈艳艳 彭建华†

(东北师范大学物理系, 长春 130024)

(2000 年 12 月 28 日收到 2001 年 5 月 30 日收到修改稿)

利用电子线路实验实现了用正比于系统变量周期脉冲扰动法(PP-SV)控制超混沌,只用单一输出信号作为反馈信号,改变原来只对系统变量进行自身替换的方式,将反馈信号加到系统的其他变量上.将这种改进的方式用于一个超混沌电路中,得到了很好的控制效果.数值模拟结果与实验结果基本符合.

关键词:超混沌,电路实验,脉冲扰动,反馈控制

PACC: 0545

## 1 引 言

近年来,有关控制混沌的研究已成为非线性科学领域中一个十分活跃的课题.控制混沌的方法有多种,大致可分为反馈控制和非反馈控制两大类<sup>[1,2]</sup>.Gomez 和 Matias<sup>[3,4]</sup>提出的正比于系统变量的周期扰动法(简称 PP-SV 方法)就属于反馈控制类中的一种方法.这种方法是利用系统自身所有输出量  $x_i$  在脉冲区间(或是一点,或是一个有限区间)作如下变换:  $x'_i = (1 + \gamma_i)x_i$ ,即通过对混沌轨道的周期性扰动,使其逐渐稳定到它自身的某个原失稳周期轨道上.一些作者<sup>[5-10]</sup>用 PP-SV 方法对低维混沌的控制进行了数值计算与解析分析,也有作者将此方法应用到对超混沌(指至少有两个正性 Lyapunov 指数的系统)的控制<sup>[11]</sup>.上述研究都是理论或数值方面的工作.本文将报道用电子线路实现 PP-SV 方法控制超混沌的实验结果.基于实际应用的考虑,提出一种改进的方案:在脉冲作用区内,只使用一个输出变量对系统的部分变量,或全部变量施加扰动控制.其优点是:在达到控制目标的前提下,尽可能地减少使用输出变量的个数,不仅使实验装置简单,而且这些方案更接近实际应用的要求.

## 2 超混沌电路与 PP-SV 方法的电路实现

设计如图 1(a)虚线所示的五阶自治电路.该电路由一个负阻电路、一个伏安特性呈分段线性的电路以及线性电感和电容构成的 LC 谐振电路三部分组成.电路的状态方程由下式给出:

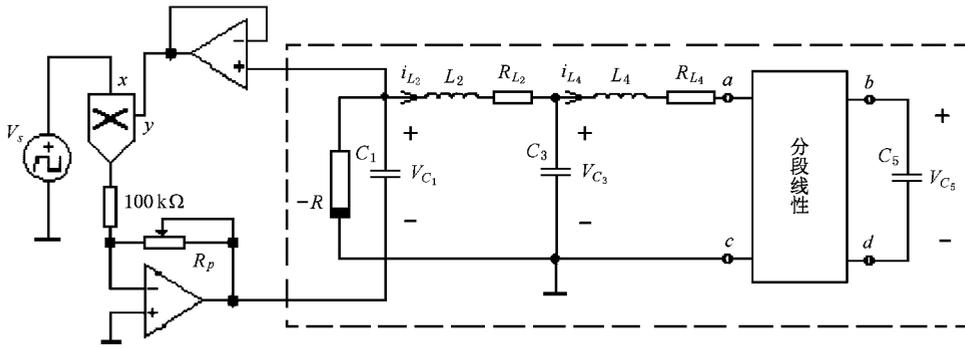
$$\begin{aligned} \frac{dV_{C_1}}{dt} &= \frac{1}{C_1} \left( \frac{V_{C_1}}{R} - i_{L_2} \right), \\ \frac{di_{L_2}}{dt} &= \frac{1}{L_2} (V_{C_1} - V_{C_3} - R_{L_2} i_{L_2}), \\ \frac{dV_{C_3}}{dt} &= \frac{1}{C_3} (i_{L_2} - i_{L_4}), \\ \frac{di_{L_4}}{dt} &= \frac{1}{L_4} (V_{C_3} - V_{C_5} - R_{L_4} i_{L_4}), \\ \frac{dV_{C_5}}{dt} &= \frac{1}{C_5} \left( f(i_{L_4}) - \frac{V_{C_5}}{R_5} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $f(i_{L_4}) = (i_{L_4} - 3)H(i_{L_4} - 3)$ ,  $H(i_{L_4} - 3)$  为单位阶跃函数,  $H(i_{L_4} - 3 > 0) = 1$ ,  $H(i_{L_4} - 3 \leq 0) = 0$ .  $R_{L_2}, R_{L_4}$  为电感支路的电阻(包括电感线圈的损耗电阻和外接电阻).为简单,取  $C_1 = C_3 = C, C_5 = C/8, L_2 = L_4 = L, R_{L_2} = R_{L_4} = R_L$  并作如下变换:

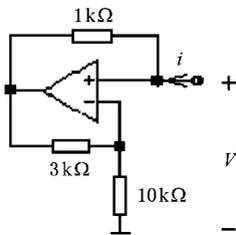
$$\begin{aligned} x_1 &= V_{C_1}, x_2 = \rho \cdot i_{L_2}, x_3 = V_{C_3}, \\ x_4 &= \rho \cdot i_{L_4}, x_5 = V_{C_5}, \tau = t/\sqrt{LC}, \\ \rho &= \sqrt{L/C}, a = \rho/R, b = R_L/\rho, \\ c &= 8\rho/R_5, d = 3\rho. \end{aligned} \quad (2)$$

\* 国家教育部骨干教师基金(批准号 2000(65))资助的课题.

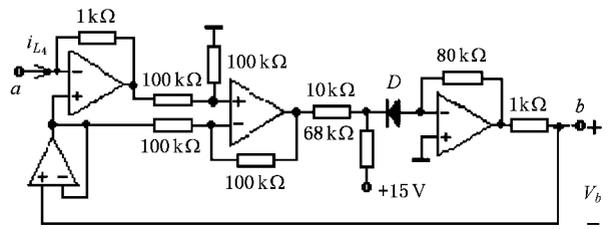
† 通讯联系人. E-mail: zyzpeng@mail.jl.cn



(a)虚线框图内为五阶超混沌自治电路,其他部分为控制电路



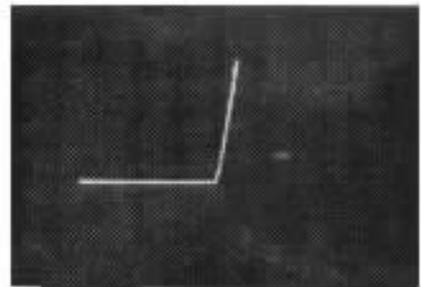
(b)负阻电路



(c)分段线性电路



(d)图(b)负阻电路的伏-安特性曲线



(e)图(c)分段线性电路的伏-安特性曲线

图 1 五阶超混沌自治电路

方程(1)可写成

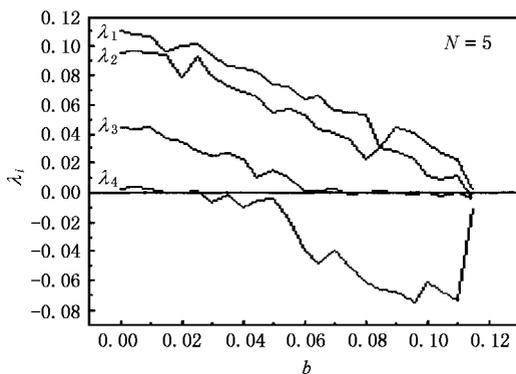
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= ax_1 - x_2, \\
 \dot{x}_2 &= x_1 - x_3 - bx_2, \\
 \dot{x}_3 &= x_2 - x_4, \\
 \dot{x}_4 &= x_3 - x_5 - bx_4, \\
 \dot{x}_5 &= 8(x_4 - d)H(x_4 - d) - cx_5.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

实验中取  $\rho = 1\text{k}\Omega$ ,  $c = 1$ ,  $d = 3$ ,  $a = 0.3$  并以  $b$  作为系统的调节参数(也即  $R_L$  作为可调参数).系统(3)有两个平衡点:当  $x_4 \leq d$  时,  $\bar{x}^{(1)} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ; 当  $x_4 > d$  时,  $\bar{x}^{(2)} = (\bar{x}_1^{(2)}, \bar{x}_2^{(2)}, \bar{x}_3^{(2)}, \bar{x}_4^{(2)}, \bar{x}_5^{(2)}) = (\frac{-8d}{c(1-2ab)} - 8a, a\bar{x}_1^{(2)}(1-ab)\bar{x}_1^{(2)}, a\bar{x}_1^{(2)}(1-$

$2ab)\bar{x}_1^{(2)})$ . 经在两定态点附近作稳定性分析得知:这两个点均不稳定.利用四阶龙格-库塔法,数值计算了系统(3)的 Lyapunov 指数,图 2 给出前 4 个 Lyapunov 指数随参数  $b$  变化的关系.由图 2 可见,在  $b$  的不同范围内,参数  $b$  由小变大的过程中,系统的正性 Lyapunov 指数依次由三个递减成一个,这说明系统(3)具有超混沌的特征,即图 1 电路是超混沌自治电路.本文主要研究了  $b \in (0, 0.10)$ , 也即  $R_L \in (0, 0.10)\text{k}\Omega$  范围内,用 PP-SV 方法控制超混沌的结果.

将 PP-SV 方法中系统变量在脉冲区间的替换关系写成更一般的形式:



图2 Lyapunov 指数与  $b$  的关系曲线

$$x'_i = x_i + \beta_{ij}x_j. \quad (4)$$

显然(4)式既包括了原来只对系统状态量进行自身替换的方式,又新增添了将同一输出信号加扰到系统其他状态量的方式.本文讨论只用一路输出信号  $V_{C_1}$  作为反馈信号,分别按照

$$V'_{C_1} = (1 + \beta_{11})V_{C_1}, \quad (5)$$

以及

$$V'_{C_1} = (1 + \beta_{11})V_{C_1}, \quad (6a)$$

$$V'_{C_3} = V_{C_3} + \beta_{31}V_{C_1} \quad (6b)$$

两种变换方式对超混沌电路进行控制.第一种方式的电路实现是由一个电压跟随器、一个乘法器(AD534)和一个变比例器构成(图1(a)中除虚线框以外的电路).第二种方式是改进的方案,其电路实现只需在上述控制电路的基础上再增加一个变比例器,并把它串联接到电容  $C_3$  上即可.若要再增加系统控制量的个数,则以此类推地继续增加变比例器,并把它们接到各个相应的端口.上述两种方式中的任一种,根据需要改变比例器的比例系数( $\gamma$ )及调节脉冲信号发生器( $V_s$ )的输出周期( $T$ )、脉冲宽度( $\tau$ )就可以实现 PP-SV 方法的控制.

### 3 实验及数值模拟结果

根据数值计算得到的 Lyapunov 曲线,如图2所示.实验中我们选择了  $b = 0.028$ (也即  $R_L = 0.028\text{k}\Omega$ ),使系统处于有三个正性 Lyapunov 指数的超混沌态,其  $V_{C_1} - i_{L_2}$  相图及  $V_{C_1}(t)$  时域波形如图3(a)和(b)所示.若按照(5)式的变换式(只对一个状态量实施加扰作用),无论怎样调整  $T$  和  $\tau$ ,在  $|\beta_{11}| \leq 1.0$  范围内,系统均不能被控制住.采用改进的

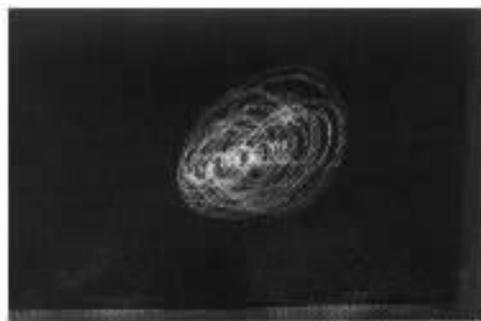
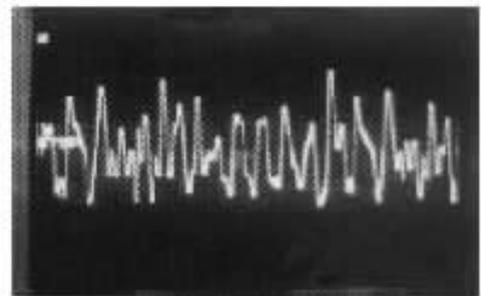
(a)  $V_{C_1} - i_{L_2}$  相图(b)  $V_{C_1}$  的时域图

图3 超混沌系统的相图和时域图

PP-SV方法控制超混沌,按照(6a)和(6b)式的变换式(只用一个输出量  $V_{C_1}$  对两个状态量  $V_{C_1}$  和  $V_{C_3}$  实施加扰作用),在  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$  时,若取  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.28$ ,系统被控制到8周期(8P)态,如图4(a)和(b)所示(其中功率谱图是利用 PCL-816H 高性能的数据采集卡采集到实验数据后,进行功率谱分析的结果);若取  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.50$ ,系统被控制到2周期(2P)态,如图4(c)和(d)所示;若取  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.65$ ,系统被控制到1周期(1P)态,如图4(e)和(f)所示.

结合电路实验的结果,也用数值模拟方法将 PP-SV 方法应用到方程(3)中,选择  $b = 0.030$ ,使系统处于超混沌状态上.只用单一变量( $x_1$ )作为控制量,调整  $\beta_{11}$ ,  $T$ ,  $\tau$  参量,系统仍不能被控制住.而另附加  $x'_3 = x_3 + \beta_{31}x_1$  形式的扰动,在  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{31} = -0.47$  和  $T = 0.0082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{31} = -0.50$  时,具有3个正性 Lyapunov 指数的超混沌态被控制住,图5(a)和(b)分别给出系统被控制到2P和1P的结果,它们分别与图4(c)~(f)相符合.

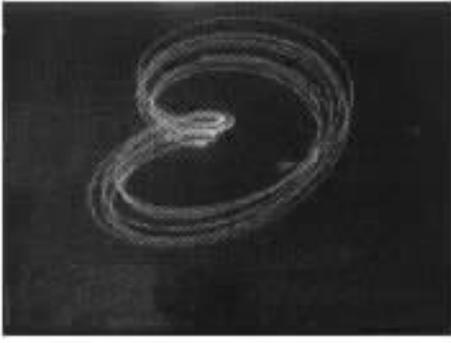
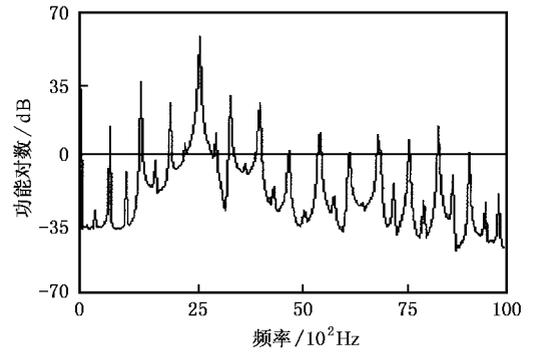
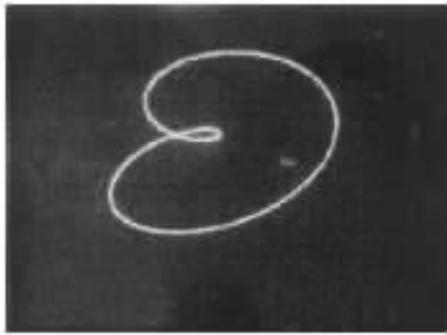
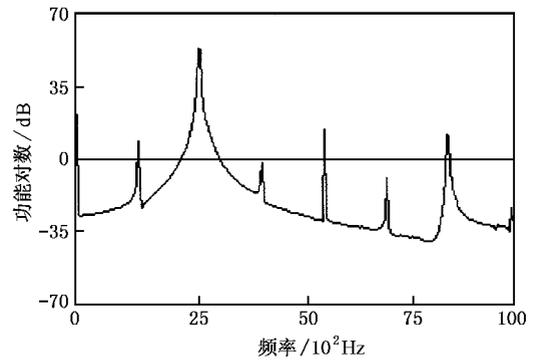
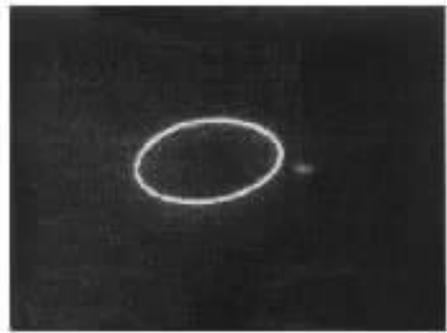
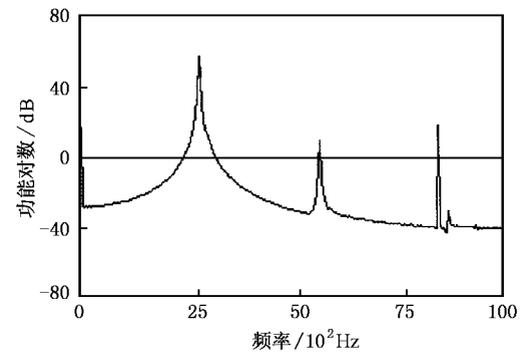
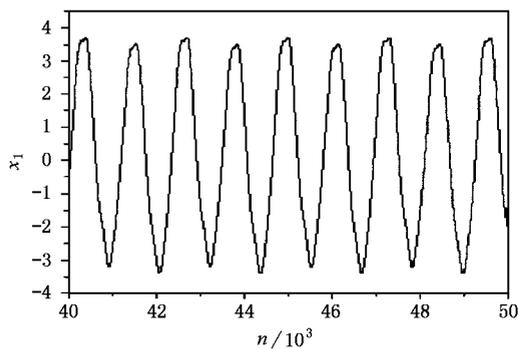
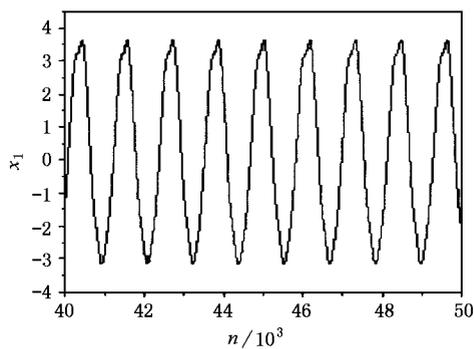
(a)  $V_{C_1} - i_{L_2}$  的 8P 相图(b)  $V_{C_1}$  的 8P 功率谱图(c)  $V_{C_1} - i_{L_2}$  的 2P 相图(d)  $V_{C_1}$  的 2P 功率谱图(e)  $V_{C_1} - i_{L_2}$  的 1P 相图(f)  $V_{C_1}$  的 1P 功率谱图

图 4 用改进的 PP-SV 方法控制超混沌的结果 (a)和(b):  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.28$  (c)和(d):  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.50$  (e)和(f):  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{11} = \beta_{31} = -0.65$



(a) 2 周期



(b) 1 周期

图5 控制超混沌系统的数值实验结果( $x_1$  的时域图,  $n$  为数值积分迭代次数) (a):  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{31} = -0.470$  (b):  $T = 0.082\text{ms}$ ,  $\tau = 0.035\text{ms}$ ,  $\beta_{31} = -0.50$

## 4 结 论

实验与数值模拟结果均表明:用 PP-SV 方法控制超混沌,其控制效果不仅与所选择的控制变量有

关,而且还与脉冲周期、脉宽及加扰的强度有关.在 PP-SV 方法中,用单一输出量可控制住最多有几个正性 Lyapunov 指数的超混沌系统,这要视系统而定.本系统中  $\beta_{31}$ ,  $T$ ,  $\tau$  取值在一定的范围内,超混沌态被控制住.数值模拟结果与实验结果基本一致.

- [1] G. R. Chen, X. N. Dong, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **3**(1993), 1363.  
 [2] J. Q. Fang, *Prog. in Phys.*, **16**(1996), 1 (in Chinese) [方锦清, *物理学进展*, **16**(1996), 1].  
 [3] J. Gumez, M. A. Matias, *Phys. Lett.*, **A182**(1993), 29.  
 [4] M. A. Matias, J. Gumez, *Phys. Rev. Lett.*, **72**(1993), 1455.  
 [5] N. P. Chau, *Phys. Lett.*, **A234**(1997), 193.  
 [6] N. P. Chau, *Phys. Rev.*, **E57**(1998), 378.  
 [7] W. Li *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 581 (in Chinese) [李

伟等, *物理学报* **48**(1999), 581].

- [8] X. S. Luo *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 2196 (in Chinese) [罗晓曙等, *物理学报* **48**(1999), 2196].  
 [9] X. S. Luo *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 849 (in Chinese) [罗晓曙等, *物理学报* **49**(2000), 849].  
 [10] G. H. Li *et al.*, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 2123 (in Chinese) [李国辉等, *物理学报* **49**(2000), 2123].  
 [11] J. Q. Fang, *Chin. Sci. Bull.*, **40**(1995), 306.

# A CIRCUIT EXPERIMENT FOR CONTROLLING HYPERCHAOS BY MEANS OF PROPORTIONAL PERIODIC PULSE PERTURBATION TO THE SYSTEM VARIABLES<sup>\*</sup>

YUE LI-JUAN CHEN YAN-YAN PENG JIAN-HUA<sup>†</sup>

( *Department of Physics , Northeast Normal University , Changchun 130024 , China* )

( Received 28 December 2000 ; revised manuscript received 30 May 2001 )

## ABSTRACT

The control of hyperchaos in the circuit by means of proportional periodic pulse perturbation to the system variables ( PP-SV ) has been realized. By using a single output signal of the system as the feedback variable , we and not only replace the system variable by itself , but also add the feedback signal to other system variables , and thus achieve good control results. The results of numerical simulation are in good agreement with the experimental data.

**Keywords** : hyperchaos , circuit experiment , pulse perturbation , feedback control

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Foundation for University Key Teachers from the Chinese Ministry of Education ( Grant No. 2000( 65 ) ).

<sup>†</sup> E-mail : zypeng@mail.jl.cn