

陈氏混沌系统的自适应控制^{*}

关新平 范正平 彭海朋 王益群

(燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)

(2000 年 12 月 28 日收到, 2001 年 6 月 13 日收到修改稿)

通过简单的线性状态反馈方法, 分别在系统参数已知和未知的情况下研究了陈氏混沌系统的控制问题. 当参数已知时, 给出了反馈增益的范围; 当参数未知时, 设计了一自适应控制器, 它克服了一般的自适应控制器中控制律不连续的缺点. 通过实验仿真证明了所给方法的有效性.

关键词: 陈氏混沌系统, 混沌控制, 自适应控制

PACC: 0545

1 引 言

自 Ott 等人^[1]提出 Ott, Grebogi 和 Yorke (OGY) 方法以控制系统中的混沌运动以来, 混沌系统控制的研究已越来越引起人们的广泛关注. 近年来, 人们已提出了各种控制混沌的方法^[1-9]. 最近, 在工程上广为应用的自适应方法, 已被用来控制系统中的混沌^[10-12]. 文献 [13] 基于 Lyapunov 稳定性理论实现了连续混沌系统的自适应控制, 文献 [14] 基于 RBF 网络实现了不确定 Duffing 方程的自适应控制. 然而文献 [13] 和 [14] 设计的自适应控制器都是不连续的, 这使得闭环系统总是会受到一定的冲击, 在实际的控制中这常常是不允许的. 另外, 在一般的自适应控制方法中, 通常需要事先知道系统参数的值, 而在实际的系统中, 系统的参数通常是未知的, 因此, 在参数未知的情况下实现混沌系统的控制对实际的混沌系统至关重要.

本文考虑的混沌系统为陈氏混沌系统^[15]. 该系统和 Lorenz 系统尽管在形式上相似, 但二者实际上有着本质的区别. 实际上, 该系统的吸引子不同于以往任何一个混沌系统的吸引子. 目前, 对该系统的控制研究还比较少见^[16]. 本文使用自适应控制方法研究了该系统的控制问题. 在系统参数已知的情况下, 通过简单的线性反馈方法, 使得混沌系统指数趋于稳定, 并给出了反馈增益的取值范围. 在系统

参数未知的情况下, 通过设计一自适应控制器使得混沌系统渐近稳定, 且控制律是连续的. 通过实验仿真证明了本文设计方法的有效性.

2 问题描述

陈氏混沌系统的数学模型可写为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy, \\ \dot{z} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $X = (x, y, z)^T \in R^3$ 为系统的状态, $a > 0, b > 0, c > 0$ 为系统的参数.

本文旨在设计一状态反馈控制器 u , 使得所构成的闭环系统稳定. 显然, 一个简单的状态反馈控制器应该是控制器 u 仅仅是状态 X 的线性函数, 即 $u = -KX$, 其中 K 为反馈增益. 另外, 如果控制器 u 仅仅是状态 X 中某一变量的函数, 即 u 可表述为 $u = -kx$, 或 $u = -ky$, 或 $u = -kz$ 的形式, 则控制器的结构会更加简单. 不失一般性, 本文只对状态 X 中的变量 y 施加控制作用, 且控制器的结构为 $u = -ky$. 于是受控的陈氏混沌系统可写为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= (c - a)x - xz + cy - ky, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (2)$$

下面将在系统参数已知和未知的情况下分别讨论系统的控制问题.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 69872031)及河北省自然科学基金(批准号: 601225)资助的课题.

3 控制器的设计

首先讨论系统参数已知时的控制问题. 在此情况下, 构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V = (x^2 + y^2 + z^2).$$

对 V 求导, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2xx\dot{x} + 2yy\dot{y} + 2zz\dot{z} \\ &= \mathcal{X} - ax^2 + cxy + (c - k)y^2 - bz^2 \\ &= - \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2a & -2c & 0 \\ 0 & \mathcal{X}(k - c) & 0 \\ 0 & 0 & 2b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\ &= -X^T P(k)X. \end{aligned}$$

显然, 若 $k > c$, 则 $P(k)$ 正定, 故

$$\dot{V} = -X^T P(k)X \leq -\lambda_{\min}(P(k))\|X\|^2 < 0,$$

其中 $\lambda_{\min}(P(k))$ 为矩阵 $P(k)$ 的最小特征值. 又因为 $V = \|X\|^2$, 则 $\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(P(k))V$, 所以,

$$V(t) \leq V(0)\exp(-\lambda_{\min}(P(t))t),$$

其中 $V(0)$ 为 Lyapunov 函数的初始值. 因 $V(0)$ 是有界的, 所以当反馈增益 $k > c$ 时, 状态 X 指数趋于稳定.

然而, 在实际的混沌系统中, 系统参数常常是未知的, 下面将讨论当系统参数未知时, 陈氏混沌系统的控制问题.

在此情况下, 设计如下的自适应控制器:

$$u = -\hat{k}y, \quad \dot{\hat{k}} = \beta y^2, \quad (3)$$

其中 $\beta > 0$, 改变 β 值可以适当调整自适应律的速度.

为证明控制律(3)式可使得闭环系统稳定, 现构造如下的 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2\beta}(\hat{k} - c - 1)^2.$$

对 V 求导, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= xx\dot{x} + yy\dot{y} + zz\dot{z} + \frac{1}{\beta}(\hat{k} - c - 1)\beta y^2 \\ &= -ax^2 + cxy - y^2 - bz^2 \\ &= - \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -c & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\ &= -X^T P X. \end{aligned}$$

因矩阵 P 正定, 故 $\dot{V} < 0$, 所以闭环系统渐近稳定.

下面将用实验仿真来证明本文方法的有效性.

4 实验仿真

对(1)式所示的混沌系统, 取参数 $a = 35, b = 3, c = 28$. 此时系统为一具有新的吸引子的混沌系统, 其状态变量 x 随时间的变化如图 1 所示.

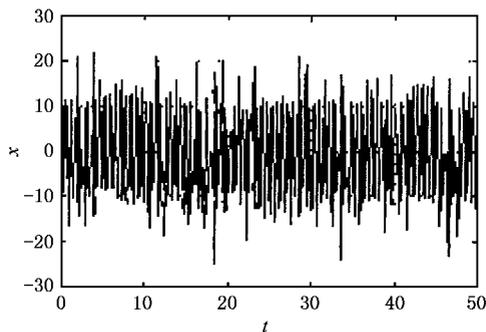


图 1 状态变量 x 随时间 t 的变化图

在系统参数 a, b, c 已知的情况下, 选取初始状态 $X = (-10, 0, 37)$, 反馈增益 $k = 35$, 此时 $k > c = 28$ 满足要求. 施加控制后的系统状态 X 随时间的变化如图 2 至图 4 所示. 由图可知, 系统指数趋于稳

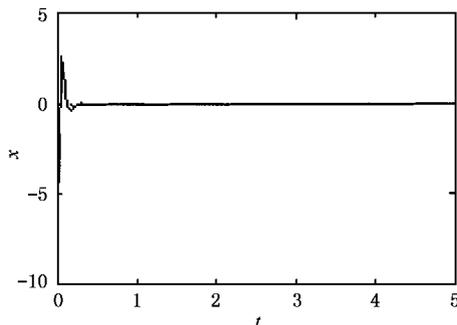


图 2 控制后状态变量 x 随时间 t 的变化图

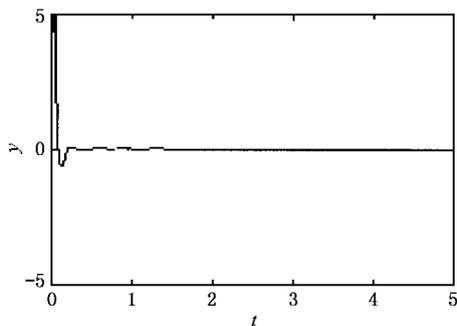


图 3 控制后状态变量 y 随时间 t 的变化图

定. 当系统参数未知时, 采用(3)式所示自适应控制律, 取 $\beta = 10$, 则闭环系统状态 x 随时间的变化如图5至图7所示. 由图可知, 闭环系统最终趋于稳定.

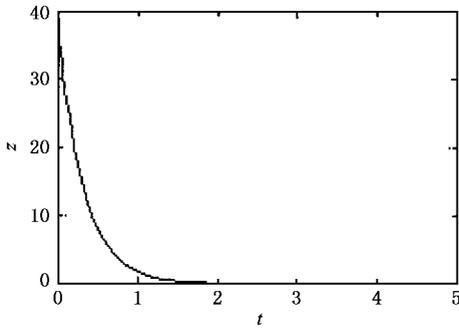


图4 控制后状态变量 z 随时间 t 的变化图

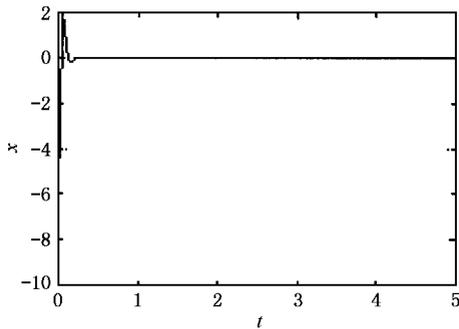


图5 状态 x 随时间 t 的变化图

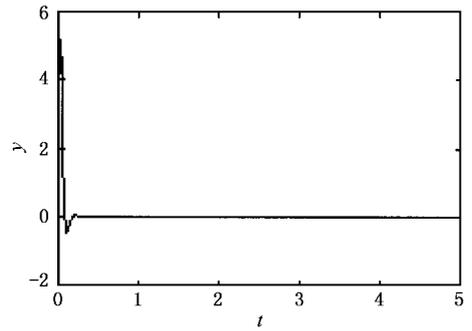


图6 状态 y 随时间 t 的变化图

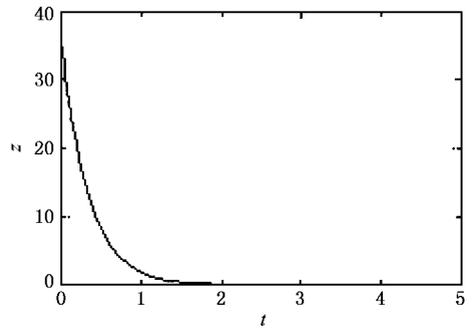


图7 状态 z 随时间 t 的变化图

系统指数趋于稳定, 并给出了反馈增益的范围. 在系统参数未知时, 通过设计一自适应控制器使得混沌系统渐近稳定. 更重要的是, 本文设计的自适应控制器克服了一般的自适应控制器中的控制律不连续这一缺点. 由于本文设计的控制器具有结构简单, 实现容易的特点, 使得其在实际工程中更易于应用.

5 结 论

本文基于简单的线性反馈方法, 对陈氏混沌系统的控制进行了研究. 在系统参数已知时, 使得混沌

- [1] E. Ott et al., *Phys. Rev. Lett.*, **3**(1990), 1196.
- [2] W. X. Xie, C. Y. Wen, *Phys. Lett.*, **A275**(2000), 67.
- [3] J. F. Gao, X. J. Luo, X. K. Ma et al., *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 1618 [in Chinese] 高金峰、罗先觉、马西奎等, *物理学报*, **48**(1999), 1618].
- [4] G. N. Tang, X. S. Luo, L. J. Kong, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 30 [in Chinese] 唐国宁、罗晓曙、孔令江, *物理学报*, **49**(2000), 30].
- [5] Y. J. Xue, X. H. Yin, R. P. Feng, *Acta Phys. Sin.*, **49**(2000), 641 [in Chinese] 薛月菊、尹逊和、冯汝鹏, *物理学报*, **49**(2000), 641].
- [6] A. P. M. Tsui, A. J. Jones, *Physica*, **D135**(2000), 41.
- [7] W. Li, G. Z. Chen, Z. H. Liu, *Acta Phys. Sin.*, **48**(1999), 581 [in Chinese] 李 伟、陈光旨、刘宗华, *物理学报*, **48**(1999), 581].
- [8] Z. Y. Wang, Y. L. Cai, D. Jia, W. J. Liu, *Control and Decision*, **15**(2000), 55 [in Chinese] 王忠勇、蔡远利、贾 冬、刘文江, *控制与决策*, **15**(2000), 55].
- [9] F. Liu, Z. L. Mu, Y. L. Cai, Z. L. Qiu, *Control and Decision*, **15**(2000), 15 [in Chinese] 刘 峰、穆肇骊、蔡远利、邱祖廉, *控制与决策*, **15**(2000), 15].
- [10] M. D. Bernardo, *Int. J. Bifurc. Chaos*, **6**(1996), 557.
- [11] T. Yang et al., *Dyn. Control*, **8**(1998), 255.
- [12] S. S. Ge et al., *Int. J. Bifurc. Chaos*, **10**(2000), 1149.

- [13] A. Loria , E. Panteley , H. Nijmeijer , *IEEE Trans. Circ. Sys-*
tems- [, 45(1998) , 1252 .
- [14] H. Z. Zhang , H. S. Qin , *Int. J. Bifurc. Chaos* , 8(1998) ,
2041 .
- [15] G. R. Chen , T. Ueta , *Int. J. Bifurc. Chaos* , 9(1999) , 1465 .
- [16] L. B. Yang , T. Yang , *Acta Phys. Sin.* , 49(2000) , 1039(in
Chinese] 杨林保、杨 涛 物理学报 , 49(2000) , 1039] .

THE ADAPTIVE CONTROL OF CHEN 'S CHAOTIC SYSTEM*

GUAN XIN-PING FAN ZHENG-PING PENG HAI-PENG WANG YI-QUN
(*Institute of Electrical Engineering , Yanshan University , Qinhuangdao 066004 , China*)
(Received 28 December 2000 ; revised manuscript received 13 June 2001)

ABSTRACT

The control of Chen 's chaotic system when its parameters are known a priori or unknown is studied by means of a simple linear state feedback method. When the parameters are known a priori , we show the variation range of feedback gain ; and when the parameters are unknown , an adaptive controller is designed , which overcomes the drawback that the control is discontinuous in a common adaptive controller. Finally the simulation results verify the effectiveness of our proposed method.

Keywords : Chen 's chaotic system , chaos control , adaptive control

PACC : 0545

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 69872031) and Natural Science Foundation of Hebei Province , China (Grant No. 601225).